Mechanic

دانشگاه سیستان و بلوچستان

دانشگاه سیستان و بلوچستان

دانشکده مهندسی شهید نیکبخت

دستورکار آزمایشگاه

مقاومت مصالح

گردآورنده :

محمدرضا زرعی

Mechanic

فهرست مطالب

ردیف	عنوان آزمایش	شماره صفحه
۱	آزمایش کشش کابل	
۲	آزمایش کشش	
۳	آزمایش پیچش	
۴	آزمایش کمانش	
۵	آزمایش تیر الف (شامل آزمایشات ۴ ، ۵ ، ۶)	
۶	آزمایش تیر ب (شامل آزمایشات ۷ ، ۸ ، ۹ ، ۱۰)	
۷	آزمایش خمش نا متقارن تیر	
۸	آزمایش نیروی برشی	
۹	آزمایش فتوالاستیسیته	
۱۰	آزمایش سفتی	

منابع :

1- Engineering physical Metallurgy V. Lakhtm Mirpublishers Moscow 1971
2- Strength of materials P. stepin peace publishers Moscow
3- Strength of materials V. Feodo Syev Mirpublishers Moscow 1973
4- Material Testing GURBKSH SINGH khanna publishers 1978

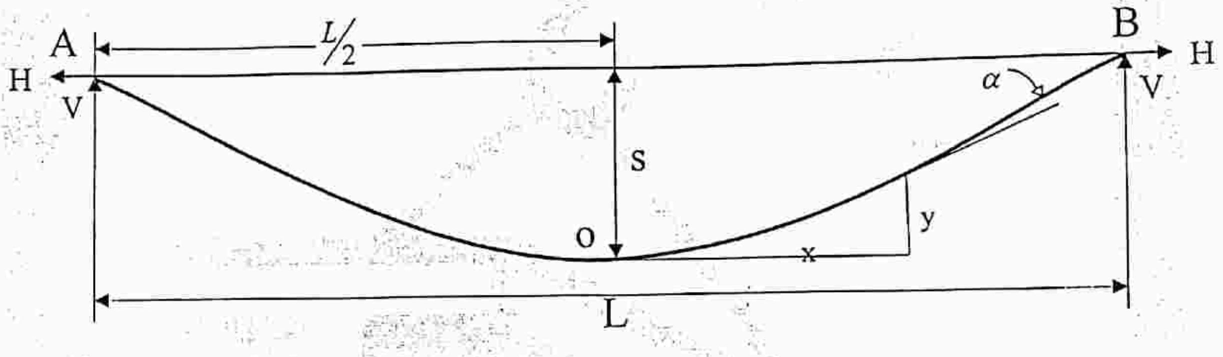
۵- مقاومت مصالح دکتر علی اصغر حائری پلی تکنیک ۱۳۵۶
۶- مقاومت مصالح مهندس اسماعیل ناصح زاده دانشگاه تبریز ۱۳۵۱

آزمایش شماره ۱

آزمایش کشش کابل

موضوع : تعیین کنش دو انتهای کابل تحت اثر بار گسترده ی یکنواخت و مطالعه ی اثر تغییر یکی از عوامل زیر :
a) بار وارده b) دهنه c) اختلاف ارتفاع بین دو تکیه گاه کابل d) نسبت خیز به دهنه e) خیز و ...

تئوری : حالت اول تکیه گاهها در یک تراز هستند .



فرض می کنیم که شدت باردرواحدطول دهانه W باشد(دقت کنیدکه این باردرطول دهانه ثابت در نظر گرفته می شود ، نه در طول کابل)

عکس العمل قائم در تکیه گاههای هم تراز برابر است با :

$$V=\frac{WL}{2}$$

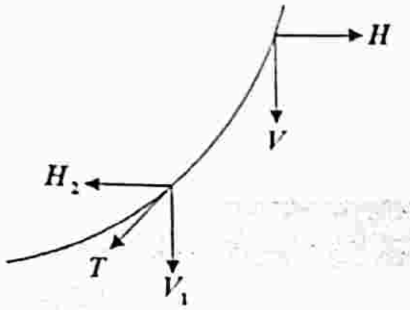
برای یافتن عکس العمل افقی در تکیه گاهها نسبت به نقطه O ممان می گیریم :

$$H\times S=V\times\frac{L}{2}-\frac{WL}{2}\cdot\frac{L}{4}\quad\Rightarrow\quad H\times S=\frac{WL^2}{8}$$

و عکس العمل افقی تکیه گاهها :

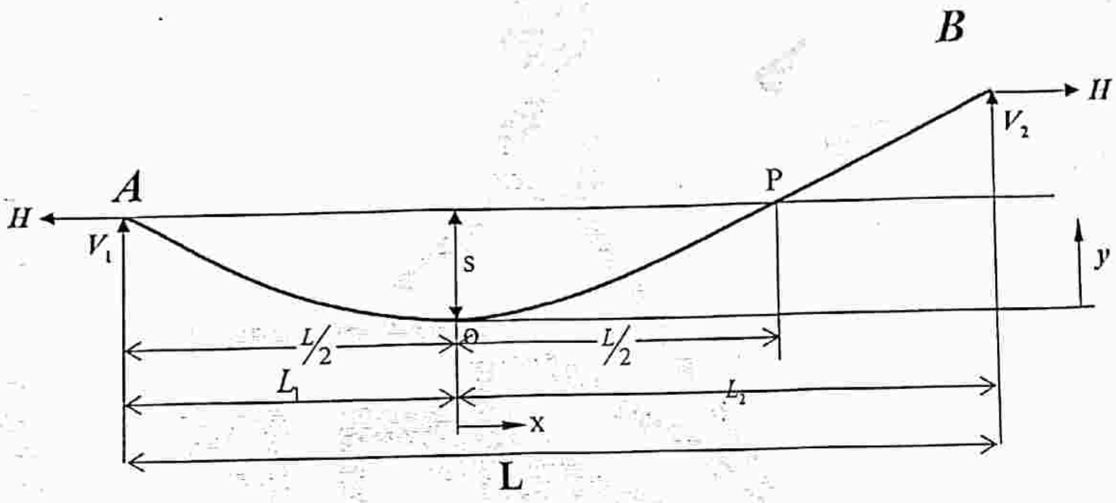
$$H=\frac{WL^2}{8s}$$

کشش کابل در هر نقطه ای از طول آن دارای مولفه قائم V_1 و مولفه افقی H_1 است (شکل ۳). به طور خلاصه می توان گفت که H_1 همیشه برابر H بوده و در نتیجه T با افزایش · افزایش می یابد ، یعنی کشش کابل در نقـاط A یـا B ماکزیمم است پس :



$$T_{\max}=\sqrt{H^2+V^2}$$

حالت دوم تکیه گاهها در یک تراز نیستند :



برای یافتن موقعیت حداکثر خیز (یعنی L_1) فرض می کنیم منحنی AOPB یک سهمی باشد ، پـس معادلـه آن بـه صورت $y=cx^2$ خواهد بود . عدد ثابت c با معلوم بودن مختصات یکی از نقاط روی منحنی بدست می آید : در نقطـه $x=L/2$ بدست می آید : $y=s$ پس c مساوی $\frac{4s}{L^2}$ خواهد بود .

در نقطه B : $x=L_2$ و $y=h+s$ پس :

$$h+s=cL_2^2=\frac{4s}{L^2}\times L_2^2 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{h+s}{s}=\frac{L_2^2}{\left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

چون $L_2=L_1$ است پس :

$$\frac{h+s}{s}=\frac{L_2^2}{L_1^2} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{L_2}{L_1}=\sqrt{\frac{h+s}{s}}$$

اگر به رابطه اخیر عدد ۱ را اضافه کنیم ، خواهیم داشت :

$$\frac{L_2}{L_1}+1=1+\sqrt{\frac{h+s}{s}} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{L_2+L_1}{L_1}=1+\sqrt{\frac{h+s}{s}}$$

ولی چون $L=L_1+L_2$ است پس :

$$\frac{L}{L_1}=1+\sqrt{\frac{h+s}{s}} \qquad \Rightarrow \qquad L_1=\frac{L}{1+\sqrt{\frac{h+s}{s}}}$$

برای یافتن عکس العمل های قائم V_1 و V_2 نسبت به نقطه A ممان می گیریم :

$$\frac{wL^2}{2}+H.h=V_2\times L \qquad \Rightarrow \quad V_2=\frac{wL}{2}+\frac{H.h}{L}$$

$$V_1=\frac{wL}{2}-\frac{H.h}{L}$$

در این حالت مولفه افقی کشش کابل برابر است با :

$$H=\frac{wL^2}{8s}$$

آزمایش اول :

۱- تکیه گاهها را در یک تراز قرار داده و طول دهانه (L) و خیز اولیه (S) و کشش اولیه ی دو انتهـای کابـل T_1 و T_2 را یادداشت نمائید .

۲- وزنه های قلابدار را به طور یکنواخت روی کابل آویزان کرده و بکمک پیچ انتهای نیروسنج هـای فنـری خیـز کابل را بحالت اولیه برگردانید و سپس کشش دو انتهای آنرا یادداشت کنید .

۳- با تغییر شدت بار گسترده ی یکنواخت آزمایش را تکرار نموده و مقادیر حاصله را در جدول شـماره (۱) ثبـت کنید .

آزمایش دوم :

۱- تکیه گاهها را در یک تراز قرار داده و بدون وزنه های قلابدار طول دهانه را در کوتاهترین حالت ممکن انتخـاب نمائید . کشش دو انتهای کابل و خیز اولیه را یادداشت کنید .

۲- وزنه های قلابدار را به طور یکنواخت روی کابل آویزان کرده و به کمک پیچ انتهای نیروسـنجهای فنـری نیـز کابل را بحالت اولیه برگردانید و سپس کشش دو انتهای آنرا یادداشت کنید .

۳- با تغییر طول دهانه ، آزمایش را تکرار نمائید . دقت کنید در هر حالت خیز کابل به اندازه ی همان مقدار اولیه باشد . مقادیر حاصله را در جدول شماره (۲) ثبت کنید .

آزمایش سوم :

۱- تکیه گاهها را در یک تراز قرار داده و بدون وزنه های قلابدار طول دهانه ، کشش دو انتهای کابل و خیز اولیه را یادداشت نمائید .

۲- وزنه های قلابدار را به طور یکنواخت روی کابل آویزان کرده و به کمک پیچ انتهای نیروسنجهای فنری خیز کابل را بحالت اولیه برگردانید و سپس کشش دو انتهای آنرا یادداشت کنید .

۳- با تغییر ارتفاع بین دو تکیه گاه آزمایش را تکرار نمائید . دقت کنید که در هر حالت خیز ماکزیمم کابل به اندازه همان مقدار اولیه باشد . توجه داشته باشید که در این آزمایش خیز ماکزیمم در وسط دهانه واقع نخواهد شد . مقادیر حاصله را در جدول (۳) ثبت کنید .

نتایج آزمایش :

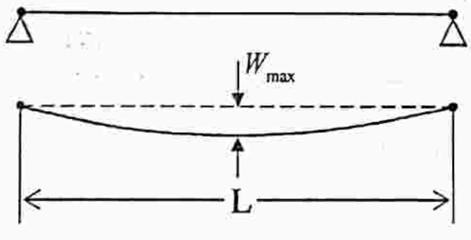
۱- منحنی تغییرات T – W را برای آزمایش اول رسم کنید .

۲- منحنی تغییرات T – L را برای آزمایش دوم با دو رنگ مختلف به ازای شدت بارهای متفاوت رسم کنید .

۳- منحنی تغییرات $(T_1, T_2)-h$ را برای آزمایش سوم با دو رنگ مختلف به ازای شدت بارهای متفاوت رسم کنید .

سئوالات :

- کابل قابل انعطافی بطول L را روی پایه ی صافی قرار داده و با نیروی اولیه T_0 بین دو تکیه گاه ثابت محکم می کنیم (شکل a) پس از برداشتن پایه زیر آن انحنایی در زیر کابل پیدا می شود . خیز ماکزیمم W_{max} چه رابطه ای با کشش اولیه T_0 دارد ؟



شکل (a)

L =　　S =

جدول (۱)

W	T

S =

جدول (۲)

h	T		
	W_1	W_2	W_3

L =　　S =

جدول (۳)

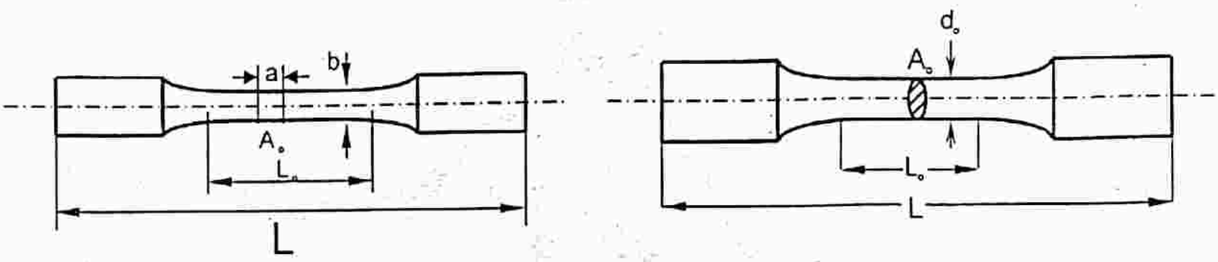
h	T_1		T_2	
	W_1	W_2	W_1	W_2

آزمایش شماره ۲

آزمایش کشش

مقدمه :

آزمایش کشش فلزات یکی از آزمایشات مهم روی مصالح و از جمله ی آزمایشات استاتیکی است . بوسیله ی این آزمایش پدیده های فیزیکی مهمی نظیر تغییر فرم در اثر بار وارده ، خاصیت الاستیکی ، خاصیت پلاستیکی ، گسیختگی و غیره مورد تحقیق قرار می گیرد و ضرایبی نظیر مدول یانگ ، ضریب پواسون و غیره تعیین می شود . در آزمایش کشش ، نمونه های آزمایشی استانداردی مطابق شکل به کار می رود .



شکل (۱) - نمونه ی آزمایش کشش

طول نمونه L_0 ، برای نمونه های بلند $L_0 = 11.3\sqrt{A_0}$ ، برای نمونه های کوتاه $L_0 = 5.65\sqrt{A_0}$ انتخاب می شود . که در آن A_0 سطح مقطع به mm^2 است . ابعاد استاندارد نمونه های بلند عبارت است از :

$$L_0 = 200\,mm \quad , \quad d_0 = 20\,mm \quad , \quad A_0 = 3mm^2$$

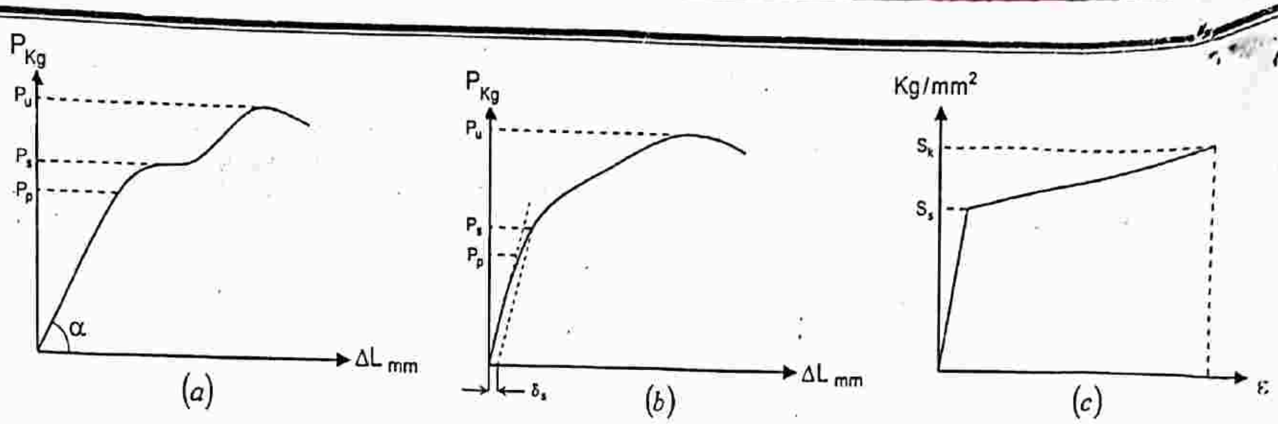
دیاگرام کشش :

روی منحنی نمایش بار – تغییر طول یا « تنش – کرنش » نواحی و نقاط مشخصه ی زیر را می توان مشاهده کرد :

ناحیه تناسبی (خطی) :

ناحیه تناسبی یا خطی به بار حد تناسب P_p محدود می گردد . تنش در این نقطه تنش حد تناسب نامیده می شود :

$$\sigma_p = \frac{P_p}{A_0} \qquad \left(\frac{Kg}{mm^2}\right)$$



شکل (۲) – منحنی نمایش های آزمایش کشش

در این ناحیه اگر بار حذف شود تغییر شکل نیز محو می شود . به این دلیل به آن ناحیه ی الاستیک نیز می گویند . در ناحیه ی تناسبی فلزات از قانون هوک تبعیت می نمایند :

$$\sigma = E.\varepsilon \qquad \Rightarrow \qquad E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

معمولا حد تناسبی را مقدار تنشی می شناسند که به ازای آن تغییر طول دائمی به میزان ۰،۰۰۵ درصد طول اولیه در نمونه پدید آید .

نقطه تسلیم :

اگر مقدار بار از P_p بیشتر شود ، خط مستقیم به منحنی تبدیل می شود و در نقطه ی بنام P_S « نقطه تسلیم » فلز بدون افزایش بار افزایش طول پیدا کرده و به ناحیه پلاستیک وارد می شود . تنش در این نقطه تنش تسلیم نام دارد .

$$\sigma_s = \frac{P_s}{A_0}$$

اغلب فلزات دارای نقطه تسلیم مشخصی نیستند و منحنی نمایش با شیب ملایمی از ناحیه ی الاستیکی به ناحیه پلاستیکی عبور می کند . (شکل (۲b))
در اینگونه موترد نقطه ی تسلیم قرار دادی تعریف می شود . نقطه ی تسلیم قراردادی عبارت است از تنشی که به ازای آن نمونه تغییر طول دائمی ۰/۲ پیدا نماید که به $\sigma_{0.2}$ نمایش داده می شود .

مقاومت حد :

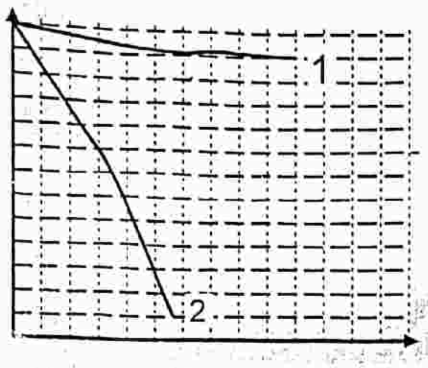
افزایش بیشتر بار در ناحیه پلاستیکی باعث تغییر شکل بیشتری در فلز می گردد و در نقطه P_u بزرگترین تنش را تحمل می نماید . این نقطه را « بار مقاومت حد » و تنش مربوطه را تنش حد می نامند :

$$\sigma_u = \frac{P_u}{A_0}$$

در فلزات چکش خوار تغییر طول بعد از تنش σ_u در یک مقطع متمرکز شده و در آن مقطع نمونه شروع به باریک شدن می کند و بار خود به خود افت می یابد و لحظه ای بعد فلز پاره می شود . تنش مربوط به این نقطه را تنش گسیختگی می نامند .

در منحنی نمایش های شکل b و 2a کاهش قابل ملاحظه سطح مقطع نمونه در تنش های بالای نقطه تسلیم مخصوصا در مراحل پارگی وارد محاسبه نمی گردد . رابطه ی دقیق تر بین تغییر شکل نمونه و تنش را می توان با در نظر گرفتن کرنش و تنش واقعی در هر لحظه بدست آورد . (شکل (2c))

در مورد چدن و سایر فلزات شکننده ، تنش حد ، بستگی زیادی به ابعاد نمونه دارد . (شکل (۳)) منحنی تغییرات σ_u را بر حسب قطر نمونه برای فولاد پرکربن و چدن خاکستری نشان می دهد .



شکل (۳)

خاصیت چکش خواری :

چکش خواری فلز توانایی تغییر شکل آنرا در کشش استاتیکی قبل از پاره شدن نشان می دهد . معیار های چکش خواری عبارتند از :

کرنش نهایی δ : عبارت است ازنسبت افزایش طول نمونه پس از پارگی به طول اولیه نمونه که به درصد بیان می شود :

$$\delta = \frac{L_1 - L_0}{L_0} \times 100$$

که در آن L_1 طول نمونه پس از پارگی است .

کاهش نسبی سطح مقطع Φ : عبارت است از نسبت کاهش سطح مقطع نمونه بعد از پارگی به سطح مقطع اولیه ی آن که به درصد بیان می شود :

$$\Phi = \frac{A_0 - A_1}{A_0} \times 100$$

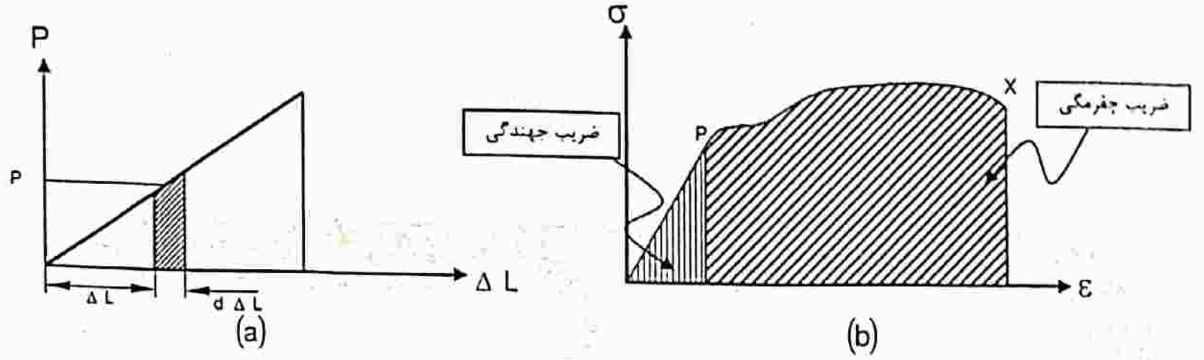
انرژی کرنشی :

انرژی کرنشی میله تحت کشش ازرابطه زیربدست می آیدکه مقدارآن معادل است بامساحت زیرمنحنی ΔL و P .

$$U = \frac{1}{2}\int_0^L \frac{P^2 dx}{EA}$$

انرژی کرنشی مربوط به بار اعمال شده در هر نقطه ای از دیاگرام تنش و کرنش معادل مساحت زیر منحنی است . انرژی مربوط به حد ارتجاعی را ضریب جهندگی (Resilience) و انرژی مربوط به حد کسیختگی را ضریب چقرمگی

(Toughness) می نامند . بدیهی است که ضـریب چقرمگـی برابر مجموع انرژی های الاستیکی و پلاستیکی اسـت .
(شکل (۴b))



شکل (۴b) – انرژی کرنشی و ضریب جهندگی و ضریب چقرمگی

روش آزمایش :

۱- قطر نمونه را چند بار اندازه گرفته و سپس معدل بگیری . طول مربوط به این قطر را تعیین کرده روی نمونه این طول را با سمبه مشخص نمائید .

۲- نقاط مهم دیاگرام کشش را حدس بزنید .

۳- عقربه آزاد صفحه ی اندازه گیری را به کمک پیچ وسط صفحه روی عقربه ی اصلی قرار داده و مقیاس صفحه را بـه کمک اهرم زیر و سمت چپ صفحه برابر مقیاس مورد نظر انتخاب نمائید .

۴- با زدن کلید I روی دستگاه اصلی ، ماشین را به کار انداخته و نمونه را به کمـک اهرمهـای طـرف راسـت و چـپ و کلیدهای سریع بالا و پایین در فکین مربوطه قرار دهید . نمونه بایستی بطور قائم قرار گرفته و گیره های فکـین بطـور کامل روی علامتهای مشخص شده قرار بگیرند .

۵- کلید « Tension » روی دستگاه اصلی و کلید « روشن » روی دستگاه اندازه گیری را بزنید .

۶- شیر « خالص » واقع در سمت جلو و سمت چپ دستگاه اندازه گیری را کاملا بسته و شیر بارگذاری واقع در قـسمت جلو و سمت راست را تدریجا باز کنید . عقربه ها تدریجا شروع به حرکت می نمایند . پس از آنکه عقربه ها ۱۰۰۰ Kg را نشان دادن شیر بارگذاری را بسته و شیر خالص را باز کنید تا عقربه اصلی تقریبا عدد صفر را نشان دهـد . ایـن عمـل برای اطمینان از درگیری کامل فکین نمونه می باشد .

۷- به کمک شیر بارگذاری سرعت بارگذاری را تنظیم نمائید . سعی کنید سرعت بارگذاری به حداقل ممکن تقلیل یابد . با همین سرعت بارگذاری را تا هنگام گسیختگی فلزادامه دهید . ضمن بارگذاری بطور همزمـان قطـر و تغییـر طـول نمونه را چند بار اندازه گیری نمائید و نیز مشخصات نقاط مهم دیاگرام کششی را یادداشت نمائید .

۸- نمونه گسیخته شده را از ماشین بردارید . اگر نمونه به گیره های فکین چسبیده باشد با ضربه های کوچک چکـش آنرا جدا نمائید . (به گیره ها ضربه وارد نکنید)

۹- شیر بارگذاری را بسته و شیر خالص را باز نمائید .

۱۰- با زدن کلید « قطع » دستگاه را خاموش کنید .

نتایج و چگونگی گزارش آنها :

۱- محل و چگونگی گسیختگی را روی نمونه بررسی نمائید و ابعاد کوچکتری سطح مقطع را اندازه بگیرید . دو قـسمت شکسته را روی هم منطبق کرده و افزایش طول فاصله ی دو نقطه ی علامت خورده را اندازه بگیرید .

۲- کاغذ میلیمتری را از روی استوانه ثبات باز کرده و محورهای آنرا رسم نمائید . نسبت تبدیل ازدیاد طول بسته به وضعیت انتهایی نخ $\frac{4}{1}$ و $\frac{8}{1}$ می باشد .

۳- با استفاده از منحنی رسم شده دیاگرام تنش – کرنش را رسم نمائید . روی دیاگرام تنش و کرنش مشخصات زیر را تعیین نمائید :

a) ناحیه الاستیک b) ناحیه پلاستیک c) حد تناسب d) حد تسلیم (حد تسلیم قراردادی $\sigma_{0.2}$)
e) تنش گسیختگی اسمی و واقعی

۴- طرحی از مقطع گسیخته شده را رسم نمائید .

۵- مدول یانگ را بدست آورید .

۶- ضریب چکش خواری نمونه را بر اساس معیارهای « کرنش نهایی » و « کاهش نسبی سطح مقطع » بدست آورید .

۷- ضریب پواسون $\nu = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y}$ نمونه را تعیین کنید .

۸- مدول جهندگی و ضریب چقرمگی را در نمونه بدست آورید .

سئوالات :

۱- چگونه می توان دیاگرام تنش و کرنش واقعی را رسم نمود ؟ شرح دهید .

۲- اختلاف بین دیاگرام تنش و کرنش اسمی و دیاگرام تنش – کرنش واقعی را شرح دهید ؟

۳- کدامیک از دیاگرام های « تنش – کرنش » اسمی و « تنش – کرنش » واقعی اهمیت عملی بیشتری دارند . موارد کاربرد آنها را توضیح دهید ؟

٤- « حد تسلیم بالا » و « حد تسلیم پایین » یعنی چه ؟

۵- چگونه می توان تنش کششی مجاز را از دیاگرام تنش – کرنش بدست آورد ؟

٦- در آزمایش کشش مقاومت یک پیچ بیشتر است یا مقاومت میله ای به قطر استوانه ی پای پیچ ؟ توضیح دهید .

۷- علت فنجانی شدن مقطع گسیخته شده در فولاد نرم چیست ؟ توضیح دهید .

۸- چگونه می توان از آزمایش کشش « مدول برشی » را تعیین نمود ؟

منابع :

1- Engineering physical Metallurgy V. Lakhtm Mirpublishers Moscow 1971
2- Strength of materials P. stepin peace publishers Moscow
3- Strength of materials V. Feodo Syev Mirpublishers Moscow 1973
4- Material Testing GURBKSH SINGH khanna publishers 1978

۵- مقاومت مصالح دکتر علی اصغر حائری پلی تلنیک ۱۳۵۶
۶- مقاومت مصالح مهندس اسماعیل ناصح زاده دانشگاه تبریز ۱۳۵۱

آزمایش شماره ۳

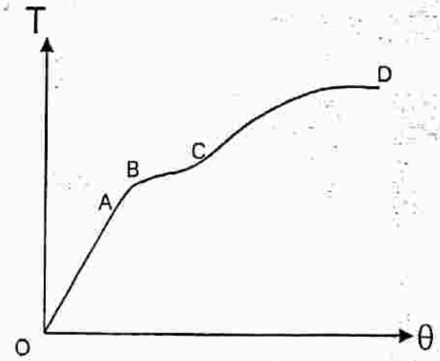
آزمایش پیچش

مقدمه :

برای تحلیل مقاومت شافتهائیکه تحت شرایط پیچش الاستوپلاستیکی قرار می گیرند دیاگرام پیچش فلزات یعنی رابطه ی بین زاویه پیچش کوبل وارده لازم می آید . اطلاعات دقیق در مورد توانایی یک جسم به مقاومت در برابر تنش برشی از آزمون روی لوله های جدار نازک بدست می آید (چرا ؟) ولی آزمایش روی نمونه های لوله ای در عمل با مشکلاتی مواجه است . بدین منظور در آزمونهای روزمره از میله های توپر استفاده می شود .

دیاگرام پیچش :

برای یک فلز بخصوص بین دیاگرام کشش و پیچش تشابه کاملی وجود دارد . دیاگرام پیچش نیز دارای ناحیه الاستیک ، حد تناسب ، ناحیه تسلیم و حد گسیختگی و غیره می باشد . امروزه ثابت شده است که از مطالعات تئوری پلاستیسیته می توان دیاگرام پیچش را از روی دیاگرام کشش و یا بالعکس رسم نمود .



شکل (۱)

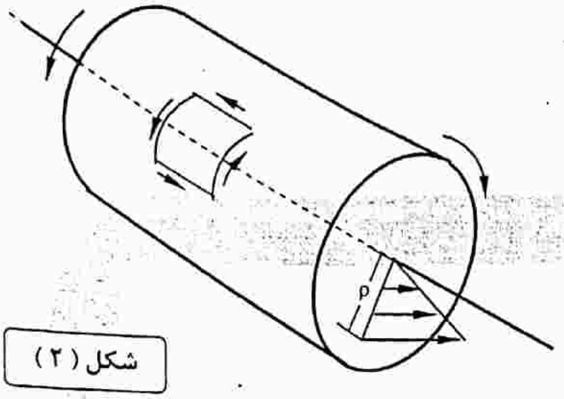
در قسمت OA (شکل ۱) قانون هوک صادق بوده و θ متناسب با T تغییر می کند . ضریب تناسب برابر است با :

$$G=\frac{TL}{I_p\theta}=\frac{\tau}{\gamma}$$

G را مدول الاستیسیته برشی می نامند . در این قسمت اگر کوبل T حذف شود ، فلز روی خط راست OA به حالت اولیه بر می گردد . در فاصله AB کوبل T و تغییرات θ متناسب نیست ولی با حذف کوبل باز هم با اندکی تغییر زاویه دائمی به حالت اول خواهیم رسید . در نقطه B تنش وارده را حد تسلیم می نامند . در صورتیکه نقطه تسلیم روی دیاگرام پیچش نقطه ی مشخصی نباشد ، حد تسلیم قراردادی تعیین می گردد . حد تسلیم قراردادی در پیچش روی دیاگرام تنش و کرنش به ازای ۰/۰۰۱ رادین در اینچ طول تغییر دائمی انتخاب گردیده است .

تنش پیچشی :

در اثر وارد شدن کوبل T به نمونه درهرنقطه ای بفاصله ρ ازمرکز مقطع آن تنش برشی τ وارد می گردد . (شکل ۲)
این تنش برابر است با :



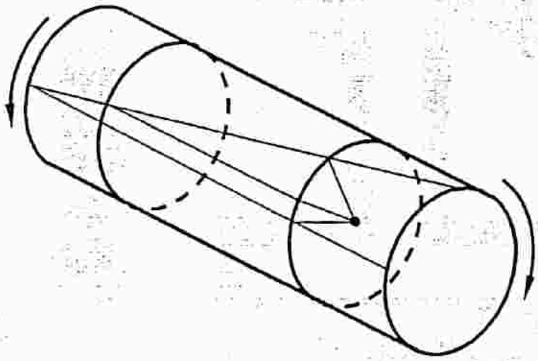
شکل (۲)

$$\tau = \frac{T.\rho}{I_p}$$

تنش برشی τ با شعاع نقطه مورد نظر متناسب است .
پس این تنش در مرکز مقطع مساوی صفر و در پوسته ی خارجی میله حداکثر خواهد بود .

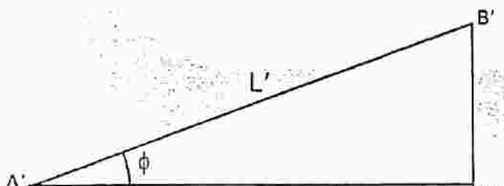
زاویه پیچش :

در اثر کوبل وارده T به میله مدور دو نقطه A و B روی یک مولد میله به فاصله L تحت زاویه ϕ نسبت به هم پیچش پیدا می نمایند و نقطه A به نقطه A' و نقطه B به نقطه B' منتقل می شود . تغییر مکان نقطه B نسبت به A کمان $B'B''$ است (شکل ۳) و زاویه θ برابر است با :



$$\theta = \frac{TL}{I.G}$$

خاصیت چکش خواری نمونه مورد آزمایش از مقایسه ی افزایش طول یک مولد روی نمونه حاصل می شود :

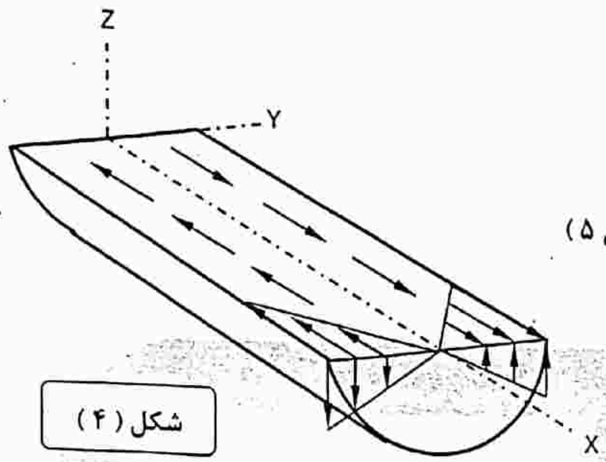


$$\frac{L'-L}{L} \times 100$$

مشاهدات آزمایش :

a) بعلت اینکه تنش های برشی علاوه بر مقطع عرضی در مقطع طولی میله نیز ظاهر می شوند . (چرا ؟)
اگر نمونه همگی نبوده و مقاومت طولی آن کمتر از مقاومت عرضی باشد . ممکن است گسیختگی در جهت طول ظاهر شود . شکل (۴)

b) در مقاطع شیبدار نمونه هم تنش برشی و هم تنش قائم ظاهر می گردد و صفحات اصلی تحت زاویه ی ۴۵ درجه نسبت به محور نمونه واقع می شوند . (چرا ؟) بنابراین موادی که مقاومت کششی و فشاری آنها مساوی نیست گسیختگی در مقاطع شیبدار ۴۵ بوقوع می پیوندد . (شکل ۵)



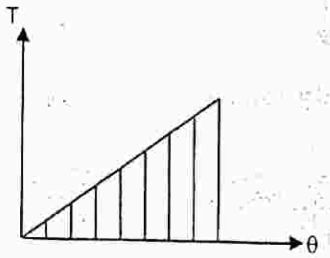
شکل (۴)

شکل (۵)

انرژی کرنشی در پیچش :

کار انجام یافته ضمن پیچش در حد الاستیک برابر است با : (شکل ۶)

$$U=\frac{1}{2}.T\theta$$



شکل (۶)

با توجه به رابطه ۳ انرژی ذخیره شده در هر نقطه روی ناحیه الاستیک برابر است با :

$$U=\frac{1}{2}.T\left(\frac{TL}{I_pG}\right)=\frac{T^2L}{2Gl_p}$$

روش آزمایش :

۱- قطر و طول نمونه را چند بار با کولیس اندازه گرفته و معدل بگیرید .

۲- نقاط مشخصه ی دیاگرام پیچش را حدس بزنید .

۳- دستگاه پیچش را طوری میزان کنید که زاویه سنج و دورسنجها صفر را نشان دهند . با استفاده از تراز لوبیایی سعی کنید بازوی کوبل در حالت افقی بایستد . سپس نمونه را روی ماشین ببندید . دقت کنید که هر دو سر نمونه بین فکها کاملا جا بگیرد . اگر بهنگام سفت کردن فکها اندکی کوبل به نمونه وارد آید ، می توانید دسته را در جهت عکس قدری بچرخانید تا کوبل صفر شود .

۴- با سرعت آهسته دسته ی ماشین را بچرخانید ، بدون توقف ماشین ، به طور همزمان کوبل پیچشی و زاویه چرخش را یادداشت نمائید . هنگام قرائت کوبل پیچشی و زاویه چرخش دقت کنید بازوی کوبل بطور افقی تراز شده باشد . سعی کنید در فاصله OA از دیاگرام پیچش حداقل سه نقطه بدست آورید . پس از آنکه علائم مشخص کننده ی تسلیم در نمونه مشاهده شد سرعت پیچش را زیادتر کنید تا نمونه گسیخته شود . مشخصات گسیختگی را یادداشت کرده و چگونگی گسیختگی و شکل مقطع شکسته شده را مطالعه کنید .

نتایج گزارش و نحوه تهیه آنها :

۱- دیاگرام کوبل پیچشی و زاویه چرخش و تنش وکرنش را رسم نمائید .

۲- در نقاط مشخصه منحنی : a) حد ارتجاعی b) حد تسلیم c) نقطه ی سختی کرنش d) نقطه ی انقطاع را روی منحنی مشخص نمائید و مقادیر کوبل مربوطه را بدست آورید .

۳- مدول الاستیسیته برشی نمونه را تعیین کرده و از روابط تئوری پلاستیسیته مدول الاستیسیته ی تقریبی آنرا محاسبه کنید .

۴- انرژی پتانسیل واحد حجم نمونه را در حد الاستیک محاسبه نمائید .

۵- ضریب چکش خواری فلز را بدست آورید .

$$* \quad \gamma = \theta \frac{C}{L}$$

درصد تغییرات خطی ارتجاعی

$$** \quad \tau_{\max} = \frac{TC}{J}$$

$C =$ شعاع خارجی نمونه

$L =$ طول موثر نمونه

ماکزیمم تنش برشی ** τ N/cm^2	ماکزیمم کرنش برشی * γ	زاویه چرخش θ	لنگر پیچشی $N.m$

جـــــدول

سئوالات :

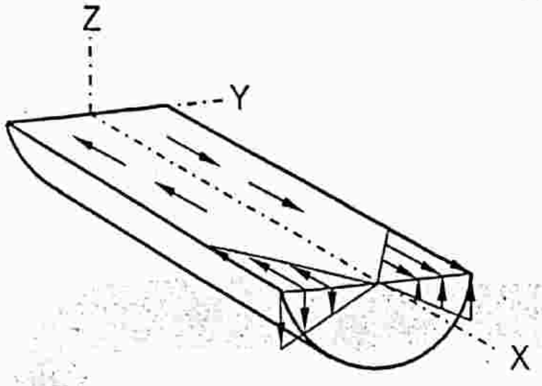
۱- مزیتهای نسبی نمونه های پیچشی از استوانه های توخالی و توپر را در تعیین مقاومت برشی با هم مقایسه نمائید .

۲- چه فرقی بین شکل مقطع گسیخته شده ی مواد شکننده مانند چدن و مواد چکش خوار مانند فولاد وجود دارد ؟ با دلیل توضیح دهید .

۳- چرا فرمول پیچش برای مقاطع منشوری غیر مدور قابل اجرا نیست ؟

٤- چرا اگر شاخه ی درختی را بپیچانید در جهت الیاف طولی شکاف برمی دارد ؟

۵- چه طرقی برای ایجاد تنش برشی خالص می شناسید ؟



٦- در پیچش یک میله ی مستقیم مدور ، بنا به خاصیت تنش های برشی مزدوج در یک مقطع طولی نیز تنشی برابر تنش مقطع عرضی ظاهر می شود . (شکل ۷) . تنش برشی در مقطع طولی xy مماس حول محور قائم بر آن z ایجاد می نماید . با توجه به اینکه پیکره ی آزاد این جسم باید در تعادل استاتیکی باشد ، چه عاملی ممان مذکور را خنثی می کند ؟

آزمایش شماره ۴

آزمایش کمانش

تعریف :

یک قطعه تحت فشار محوری معمولا موقعی ستون خوانده می شود که طول آن بیش از ۱۰ برابر ضعیفترین بعد مقطع عرضیش باشد .

تئوری :

معمولا یک میله کوتاه تحت تاثیر فشار محوری به ازای نیروی $P_{yp} = A\sigma_{yp}$ به حد تسلیم می رسد . A سطح مقطع میله و σ_{yp} تنش حد تسلیم است . در این صورت P_{yp} ماکزیمم نیرویی است که میله می تواند در حد الاستیک تحمل کند .

این موضوع در مورد ستونها صادق نیست و تجربه نشان می دهد که تحت نیروی فشاری P_{cr} که به مراتب کوچکتر از P_{yp} است ستون خمش جانبی پیدا کرده و به اصطلاح کمانه می کند . نیروی P_{cr} را بار بحرانی می نامند .

پس بار بحرانی حد اکثر نیروی فشاری است که ستون قبل از کمانش می تواند تحمل کند . بار بحرانی بستگی به دو عامل زیر دارد :

۱- شرایط تکیه گاه در انتهای ستون　　　　۲- خواص هندسی مقطع ستون

لئونارد اولر دانشمند سوییسی مقدار بار بحرانی را از روابط تحلیلی بصورت زیر بدست آورده است :

$$P_{cr}=\frac{\pi^2 EI}{L_e^2}$$

که در آن E مدول الاستیسیته جنس ستون ، I کوچکترین ممان اینرسی مقطع ستون نسبت به محور خنثی L_{ey} طول موثر ستون (که بستگی به شرایط انتهایی آن دارد) می باشند .

این رابطه فقط تا تنش حد تناسب قابل قبول است ، در آستانه بار بحرانی تعادل ستون ناپایدار می باشد . بدین معنی که افزایش تنش از حد تناسب ممکن است آنرا از حالت مستقیم خارج کرده و خمش خطرناکی در آن بوجود آورد . در طراحی ستون ها باید تنش حاصله از بار بحرانی یا تنش مجاز ستون (تنش حد تناسب) مقایسه شود . بدین منظور می توان نوشت :

$$P_{cr}=\frac{EI\pi^2}{L_e^2}=\frac{E(h^2A)\pi^2}{L_e^2}$$

$$\frac{P_{cr}}{A}=\frac{E\pi^2}{\left(L_e/h\right)^2}=\sigma_{cr}\le[\sigma]$$

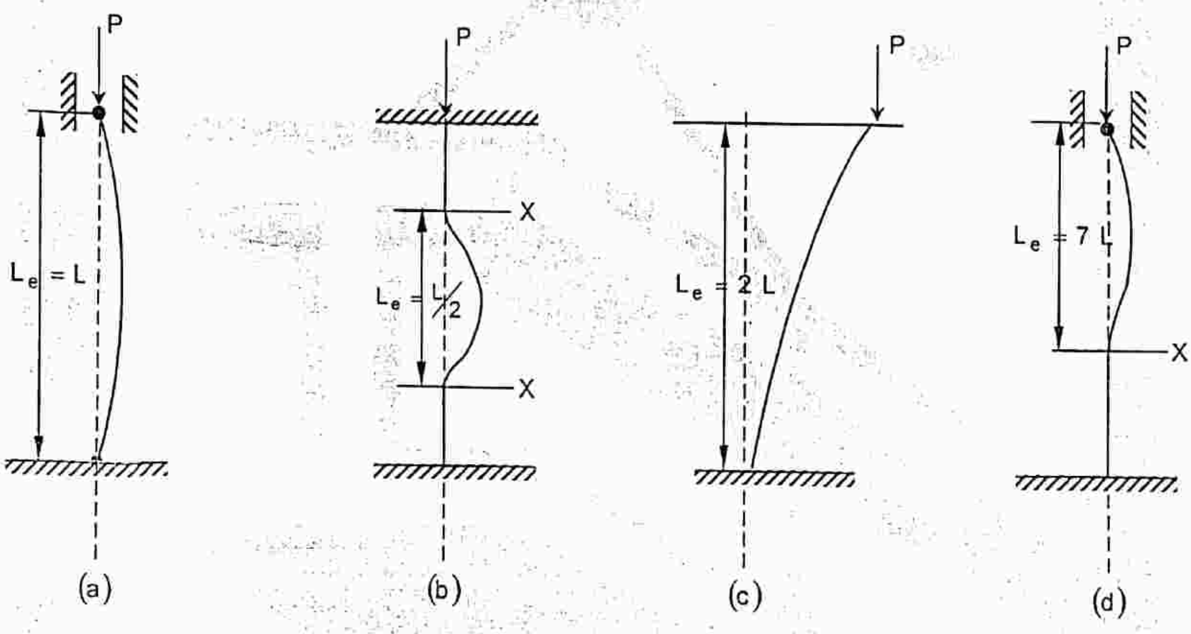
Audo

که در آن $k=\sqrt{\frac{I}{A}}=$ شعاع ژیراسیون مقطع و I مساوی کوچکترین ممان اینرسی مقطع نسبت به محور خنثی می باشند . A سطح مقطع ستون است .

نسبت L_e/h ضریب لاغری ستون (Slenderness Ratio) نامیده می شود . در مسایل طراحی ضریب لاغری را حتی الامکان باید کوچک در نظر گرفت .

شرایط تکیه گاهی دو انتهای ستون :

در شکل (۱) چهار حالت مختلف تکیه گاه انتهایی ستونها نشان داده شده است . طول موثر OA عبارت است از فاصله بین دو نقطه ای که ممان خمشی در آن نقاط صفر است . در شکل (۱) ، x نمایانگر مقاطعی که ممان خمشی در آنها صفر می باشد . حالتهای مختلف دیگری برای تکیه گاه دو انتهای ستون می توان تصور نمود ، بدیهی است که طول موثر حالتهای جدید بستگی به شرایط تکیه گاهی آنها خواهد داشت .

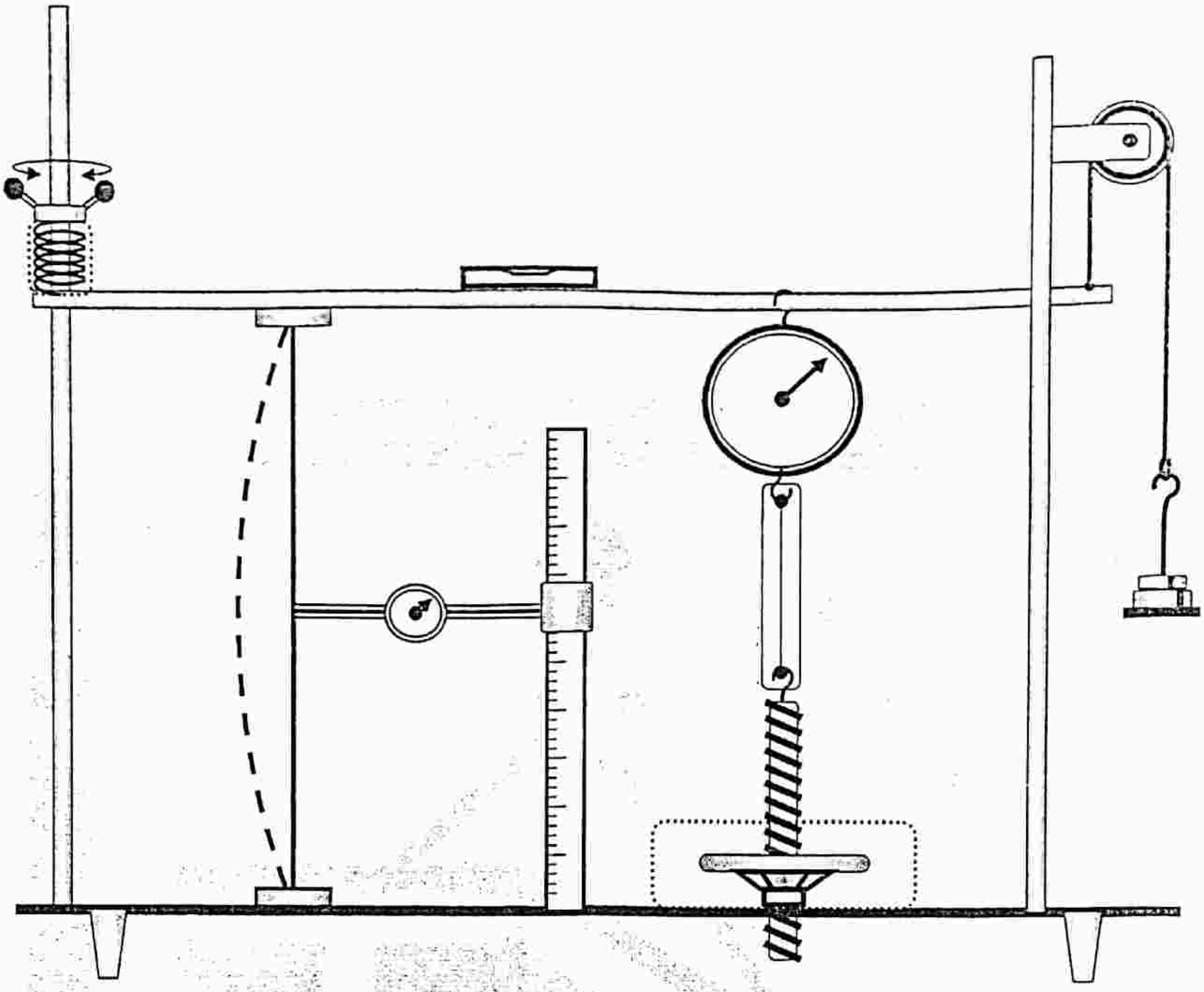


روش آزمایش :

۱- ابتدا نوع و تعداد ستونهای مورد آزمایش و نیز شرایط مختلف دو انتهای آنها را مطالعه نمائید . ابعاد تیر ها را اندازه گیری کرده و یادداشت کنید .

۲- بار بحرانی تیری را که برای آزمایش انتخاب کرده اید ، حدس بزنید .

۳- محل و وضعیت فنر را طوری تنظیم نمائید که هم ستون مورد آزمایش بطور کاملا قائم بین دو تکیه گاه انتهایی مستقر شود و هم تیر افقی انتقال نیرو تراز گردد . (این تیر کار انتقال نیرو را از نیروسنج به ستون انجام می دهد .)



۴- رابط حلقوی مربوط به طول ستون انتخابی را بین نیروسنج و پیچ بارگذاری ببندید.

۵- وزنه ی موازنه ی تیر انتقال نیرو را طوری انتخاب نمائید که رابط حلقوی در حین تماس جزئی با پیچ بارگذاری تقریبا در حالت قائم ایستاده باشد .

۶- قرقره را در محل مناسب نصب نمائید که زه عبوری از آن به حالت کاملا افقی به وسط دهانه ی ستون متصل گردد . حال وزنه ای برابر ۱۵۰ gr برای ستونهای ۵۰ cm ، ۶۰ cm ، ۷۰ cm ، ۳۵۰ gr برای ستونهای ۴۵ cm به زه مربوطه آویزان نمائید .

۷- اندازه گیر ساعتی را در محل مناسبی طوری نصب کنید که با وسط دهانه ستون مورد آزمایش در تماس بوده و در امتداد زه افقی قرار گیرد .

۸- حال بوسیله ی چرخ دستی مذکور ، بارگذاری کنید . به ازای بارهای مناسبی تیر افقی را به کمک تراز لوبیایی ، تراز نموده و سپس مقدار بار و خیز تیر را یادداشت کنید .

۹- پس از هر بار قرائت بار و خیز تیر وزنه ی کوچک را آهسته بلند کنید و دقت نمائید که آیا خیز نیز کاهش می یابد یا نه ؟ وقتی که علیرغم بلند کردن وزنه ، خیز تیر ثابت ماند ستون مورد آزمایش کمانه نموده و به واقع مقدار بار بحرانی رسیده است .

نتایج آزمایش و چگونگی گزارش آنها :

۱- برای هر یک از ستونهای مورد آزمایش دیاگرام بار – خیز وسط دهانه را رسم نموده و مقدار بـار بحرانـی را تعیـین نمائید .

۲- دیاگرام P_{cr} و L را برای هر دسته از ستونهایی که از لحاظ شرایط تکیه گاهی دو انتها یکسان می باشند ، رسـم کنید .

۳- نتایج حاصله از این آزمایش را با نتایج نظیر حاصله از فرمولهای تئوری مقایسه نمائید .

طول ستون cm	
خیز وسط دهانه mm	بار N

سئوالات :

۱- وارد آوردن نیروی کوچک افقی به وسط دهانه ی تیر برای چیست ؟

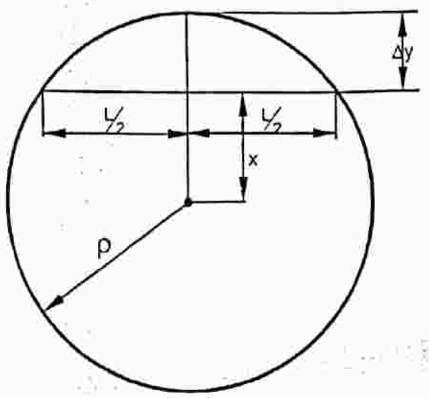
۲- انحناء اولیه ستونها چه تاثیری در مقدار بار بحرانی دارد ؟

آزمایش شماره ۵

تحقیق رابطه ی اولر

مقدمه :

برای صحت رابطه ی $\frac{M}{I}=\frac{E}{\rho}$ معمولا مقادیر M و I و E معلوم است ، اما اندازه گیری مستقیم ρ نسبتا مشکل می باشد . لیکن مقدار ρ را می توان از خیز تیر بدست آورد . (شکل (۱))



$$\frac{L}{2}\cdot\frac{L}{2}=\Delta y(\rho+x) \qquad x=(\rho-\Delta y)$$

$$\frac{L}{2}\cdot\frac{L}{2}=\Delta y(\rho+\rho-\Delta y)=\Delta y(2\rho-\Delta y)$$

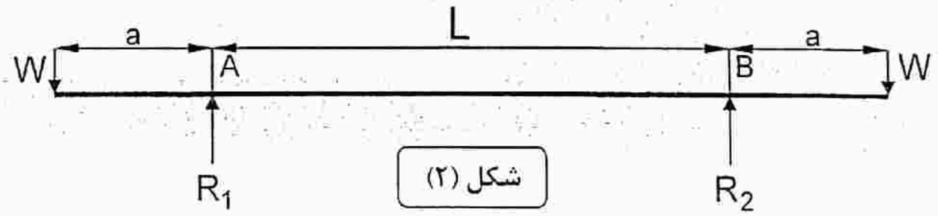
$$\frac{L^2}{4}=2\rho\Delta y-\Delta y^2 \quad\Rightarrow\quad \rho=\frac{\left[\frac{L^2}{4}+\Delta y^2\right]}{2\Delta y}$$

با صرف نظر کردن از بینهایت کوچک های مرتبه ی دوم داریم :

$$\rho=\frac{L^2}{8\Delta y}$$

بنابر این با تعیین خیز تیر Δy مقدار ρ بدست می آید و با معلوم بودن M و I و E می توان مقادیر نظری و تجربی را با هم مقایسه نمود .

تئوری :

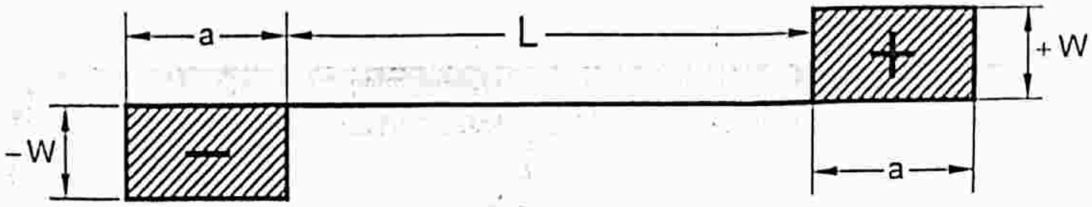


شکل (۲)

$$\sum M_B=0 \quad\Rightarrow\quad -W(a+L)+R_1L+Wa=0 \quad\Rightarrow\quad R_1=W\,,\ R_2=W$$

دیاگرام نیروی برشی :

بطوریکه ملاحظه می شود :



شکل (۳)

در قسمت وسطی نیروی برشی صفر است .

دیاگرام ممان خمشی :

شکل (۴)

ملاحظه می شود که در قسمت وسطی تیر ممان خمشی ثابت است . پس اگر E و I ثابت باشند ، شعاع انحناء قسمت وسطی تیر که نیروی برشی در آن صفر و ممان خمشی ثابت است ، مقدار ثابتی خواهد بود .

روش آزمایش :

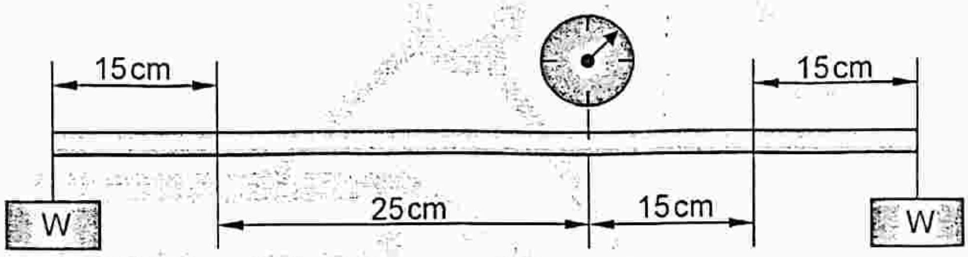
۱- مجموعه ی قاب ، تیر ، قلاب و وزنه ها را با تکیه گاههای ساده مطابق شکل (۵) با استفاده از خط روی پایه میکرومتر ساعتی سوار کنید . میکرومتر ساعتی را باید طوری رو ی پایه آن قرار دهید که محور میکرومتر ساعتی در امتداد خط پایه ی آن واقع گردد . برای این منظور بهتر است یک تکیه گاه ساده روی قاب گذاشته و پایه میکرومتر ساعتی را طوری قرار دهید که لبه چاقویی تکیه گاه در امتداد خط پایه واقع گردد ، آنگاه میکرومتر ساعتی را طوری بر روی پایه آن سوار کنید که محور میکرومتر ساعتی بر روی لبه ی چاقویی تکیه گاه قرار گیرد .

۲- میکرومتر ساعتی را درست بالای تکیه گاهها روی صفر میزان کنید و آنگاه به وسط دهانه تیر بیاورید . مقداری را که میکرومترها ساعتی نشان می دهد . قرائت نمائید .

۳- بارهای مساوی را به ترتیب و به آهستگی روی قلابها قرار داده خیز تیر را یادداشت نمائید .

۴- خیز خالص ناشی از بارگذاری در هر مرتبه اختلاف بین قرائت اولیه (وقتی که تیر بار گذاری نشده) و قرائت ثانوی (وقتی که تیر بارگذاری می شود) خواهد بود .

بار Kg	خیز رفت	خیز برگشت	خیز معدل	ρ عملی	ρ نظری	درصد خطا



شکل (۴)

آزمایش شماره ۶

تحقیق اینکه منحنی الاستیک تیر در قسمت ممان خمشی ثابت قوسی از دایره است

تئوری :

شرط اینکه یک منحنی قوسی از یک دایره باشد ، باید عمود منصف هر وتر دلخواهی روی ان از یک نقطه ثابت (مرکز . دایره) بگذرد . بعبارت دیگر شعاع انحناء در هر نقطه ای باید مقدار ثابتی (برابر شعاع دایره) باشد . در رابطه ی $\rho=\frac{EI}{M}$ با ثابت بودن I و E اگر در فاصله ای M نیز ثابت باشد ρ شعاعی از دایره خواهد بود که به R نمایش می دهیم . مقدار R را با توجه به شکل (۱) در هر نقطه ای مانند A روی منحنی الاستیک تیرمی توان بدست آورد :

$$R^2=x^2+(y+b)^2$$

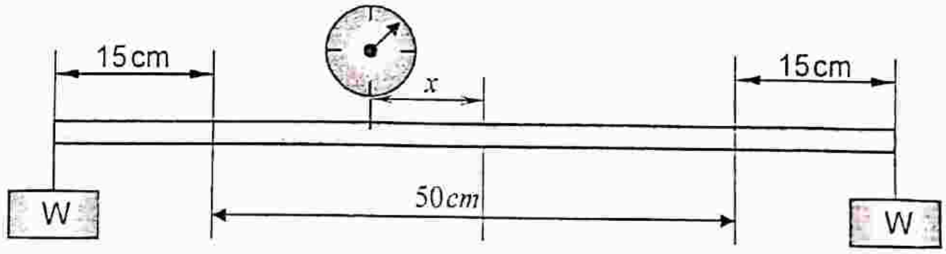
به ازای $x=L/2$ داریم $y=0$ و لذا :

$$R^2=\rho^2=\left(\frac{L}{2}\right)^2+b^2 \quad\Rightarrow\quad b=\left[\rho^2-\left(\frac{L}{2}\right)^2\right]^{1/2}$$

$$R=\left\{x^2+\left[y+\left(\rho^2-\frac{L^2}{4}\right)^{1/2}\right]^2\right\}^{1/2}$$

با اندازه گیری x و y در هر نقطه ای مقدار R بدست می آید . مقدار ρ را با اندازه گیری خیز وسط تیر مطابق آزمایش ۵ می توان بدست آورد . باید متذکر شد که معادله ی (۲) نسبت به خط $x=0$ متقارن است .

روش آزمایش :



۱- مجموعه ی قاب ، تیر ، قلاب وزنه را با تکیه گاههای ساده مطابق شکل سوار کنید .

۲- میکرومتر ساعتی را درست در بالای تکیه گاهها روی صفر میزان کنید . آنگاه با در نظر گـرفتن اینکـه مبـداء مختصات روی خط قائم وسط دو تکیه گاه است ، میکرومتر ساعتی را به ترتیب در فاصـله هـای معینـی از دو طرف مبداء روی تیر قرار داده و مقدار خیز اولیه این نقاط را یادداشت نمائید .

۳- بارهای مساوی را به ترتیب و به آهستگی روی قلابها قرار داده و خیز نقاط فوق الذکر را قرائـت کنیـد . خیـز ناشی از بارگذاری در هر مرتبه اختلاف بین قرائت اولیه (وقتی که تیر بارگذاری نشده) و قرائت ثانویه (وقتـی که تیر بارگذاری می شود) خواهد بود .

۴- آزمایش را برای بارهای مختلف تکرار کنید .

بـــار	W (Kg)										
X	-۲۵	-۲۰	-۱۵	-۱۰	-۵	۰	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵
خیز اولیه											
خیز ثانویه											
y خیز خالص											
R شعاع انحنا											
R تئوری											
درصد خطا											

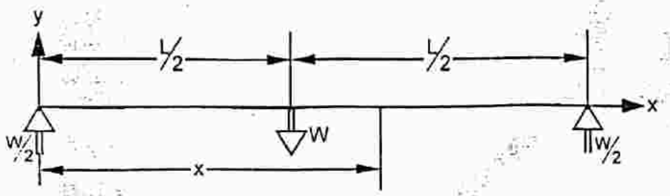
آزمایش شماره ۷

تعیین مدول یانگ

به طرق متعددی می توان مدول یانگ را تعیین نمود . به عنوان مثال یکی از روشهایی که معمولا متداول است در زیر تشریح می گردد .

روش ماکولی :

برای تیری مطابق شکل (۱) مبداء مختصات را در یک تکیه گاه و محور xها را در امتداد محور تیر فرض می کنیم . با صرف نظر کردن از وزن تیر خواهیم داشت :



$$EI\frac{d^2y}{dx^2}=M=\frac{W}{2}x-W(x-\frac{L}{2})$$

$$EI\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{W}{4}x^2-\frac{W}{2}(x-\frac{L}{2})^2+A$$

درنقطه ی $x=\frac{L}{2}$ داریم :

$$\frac{dy}{dx}=0$$

$$A=-\frac{WL^2}{16}$$

$$EIy=\frac{W}{12}x^3-\frac{W}{6}(x-\frac{L}{2})^3-\frac{WL^2}{16}x+B$$

در نقطه ی $x=0$ داریم ، $y=0$ در نتیجه :

$$B=0$$

پس :

$$y=\frac{1}{EI}\left\{\frac{Wx^3}{12}-\frac{W}{6}\left(x-\frac{L}{2}\right)^3-\frac{WL^2x}{16}\right\}$$

خیز ماکزیمم در وسط به ازای $x=\frac{L}{2}$

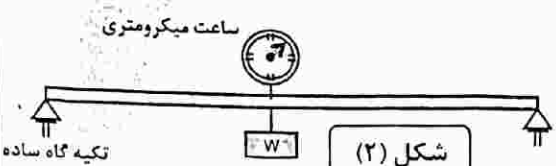
$$y=\frac{1}{EI}\left(\frac{WL^3}{48}\right)=\Delta$$

با معلوم بودن Δ، W، L ، I می توان E را بدست آورد .

$$E = \frac{WL^3}{48\Delta I}$$

روش آزمایش :

۱- با استفاده از خط پایه میکرومتر ساعتی یک تیر ساده را روی دو تکیه گاه ساده سوار کرده و یک قلاب وزنه در وسط آن بیاویزید . شکل (۲) دقت کنید که تیر موازی قلاب دستگاه و عمود به لبه ی چاقویی تکیه گاهها باشد .



شکل (۲)

۲- میکرو متر ساعتی را درست وسط تکیه گاهها قرار داده و روی صفر میزان کنید .

۳- به ترتیب بارهای مختلف W را به قلاب آویزان کرده و خیز نظیر آن را قرائت نمائید .

۴- آزمایش را برای تیر های مختلف تکرار نمائید .

نتایج آزمایش و چگونگی گزارش :

۱- برای هر تیر جدول را پر کنید و از مقادیر مختلف E معدل بگیرید .

۲- منحنی خیز وسط تیر را در ازای بارهای وارده رسم کرده و روی آن بحث کنید .

۳- مقادیر E بدست آمده را با توجه به جنس تیر با مقادیر داده شده در کتابها مقایسه نموده و دلایل اختلاف آنـرا در صورت وجود ذکر کنید .

E	خیز وسط تیر			بار Kg
	معدل	برگشت	رفت	

آزمایش شماره ۸

تعیین خیز در اثر بارهای متمرکز

تئوری :

تیر ساده ای را که روی دو تکیه گاه قرار گرفته است ، در نظر می گیریم . شکل (۱) اگر دو بار متمرکـز W_1 و W_2 را در نقاط C و D قرار دهیم ، داریم :

$$M_B = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A = \frac{W_1(L-a)+W_2(L-b)}{L}$$

با استفاده از روش ماکولی ممان خمشی وارده به مقطعی بفاصله ی x از انتهای چپ برابر است با :

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = M = R_A.x - W_1(x-a) - W_2(x-b)$$

$$EI\frac{dy}{dx} = \frac{R_A}{2}x^2 - \frac{W_1}{2}(x-a)^2 - \frac{W_2}{2}(x-b)^2 + C_1$$

$$EIy = \frac{R_A}{6}x^3 - \frac{W_1}{6}(x-a)^3 - \frac{W_2}{6}(x-b)^3 + C_1x + C_2$$

در $x=0$, $x=L$ داریم $y=0$ ، پس

$$C_1 = -\frac{R_A}{6}L^2 + \frac{W_1}{6}.\frac{(L-a)^3}{L} + \frac{W_2}{6}.\frac{(L-b)^3}{L}$$

بنابراین خیز تیر در هر نقطه برابر است با :

$$y = \frac{1}{EI}\left[\frac{R_A}{6}x^3 - \frac{W_1}{6}(x-a)^3 - \frac{W_2}{6}\frac{(x-b)^3}{1} + C_1x\right]$$

ماکزیمم خیز تیر در نقطه ای بین W_1 و W_2 و بفاصله ی

$$x = \frac{-W_1a + \sqrt{W_1^2a^2 - 2(R_A - W_1)\left(C_1 - \frac{W_1}{2}a^2\right)}}{R_A - W_1}$$

از نقطه ی A بوده و مقدار آن برابر است با :

$$\delta = \frac{1}{EI}\left[\frac{R_A}{6}\bar{x}^3 - \frac{W_1}{6}(\bar{x}-a)^3 - \frac{W_2}{6}(\bar{x}-b)^3 + C_1\bar{x}\right]$$

روش آزمایش :

۱- با استفاده از خط پایه میکرومتر ساعتی تیر ساده را روی دو تکیه گاه ساده سوار کرده و دو قلاب وزنـه را در نقـاط دلخواه C و D به آن بیاویزید .

دقت نمائید که تیر موازی قاب دستگاه و عمود بر لبه ی چاقویی تکیه گاهها باشد .

۲-میکرومتر ساعتی را روی یکی از تکیه گاهها صفر کرده و سپس خیز اولیـه ی چنـد نقطـه ی مختلـف روی تیـر را یادداشت نمائید . (سعی کنید بین دو نقطه C و D دقت بیشتری بعمل آید .)

۳- بارهای W_1 و W_2 را به قلابها آویزان کنید و خیز نقاط فوق الذکر را یادداشت نمائید . خیز خـالص هـر نقطـه برابـر اختلاف خیز با بار و خیز اولیه ی آن خواهد بود . خیز ماکزیمم و محل آنرا تشخیص دهید .

۴- بارهای W_1 و W_2 را همزمان دو ، سه ، چهار و ... برابر کرده آزمایش را تکرار نمائید .

نتایج آزمایش و نحوه گزارش آنها :

۱- جدول (۱) را برای بارهای مختلف W_1 و W_2 پر کنید .

۲- برای یک مورد از بارهای W_1 و W_2 منحنی خیز را در مقابل xهای مختلف رسم کنید و خیز مـاکزیمم و محـل آنرا تعیین کرده با مقادیر تئوری مقایسه کنید .

۳- روی یک محور مختصات خیز مربوط به نقاط a و $\bar{x}$ و b را در مقابل بارهای W_1 و W_2 با رنگهای مختلف رسم نموده روی منحنی های حاصله بحث کنید .

سئوالات :

۱- چگونه می توانید بطور ترسیمی محل خیز ماکزیمم را تعیین کنید ؟

۲- برای تیری با تکیه گاههای ساده آیا می توان بار $q(x)$ را طوری انتخاب کرد ؛ که تیر مستقیم باقی بماند ؟

x	O .... a .... $\bar{x}$ .... b L
خیز اولیه	
خیز با بار	
خیز خالص	

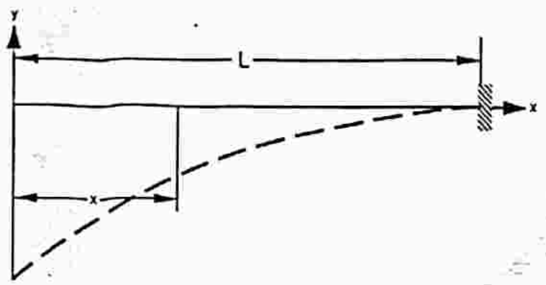
خیز ماکزیمم	W_1+W_2

آزمایش شماره ۹

بررسی تیر طره ای تحت اثر وزن خودش

تئوری :

یک تیر طره ای که وزن آن در واحد طول S است در نظر می گیریم . ممان خمشی در مقطعی به فاصله ی x از انتهای آزاد a برابر است با :



$$M=-\frac{Sx^2}{2}=EI\frac{d^2y}{dx^2}$$

$$EI\frac{dy}{dx}=-\frac{Sx^3}{6}+A$$

$$EIy=\frac{Sx^4}{24}+Ax+B$$

خیز تیر و شیب منحنی الاستیک در طول $x=L$ صفر است و از آنجا :

$$A=\frac{SL^3}{6} \quad , \quad B=-\frac{SL^4}{8}$$

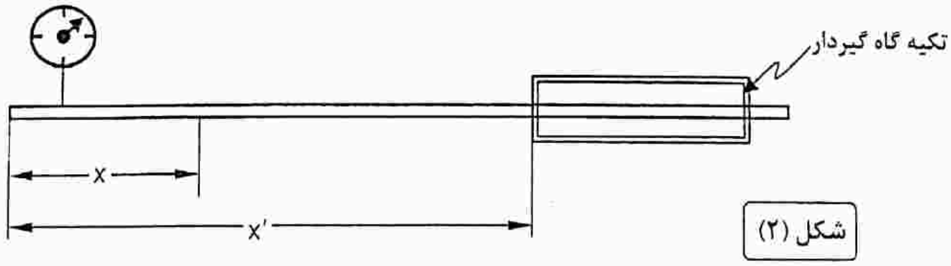
$$EIy=-\frac{Sx^4}{24}+\frac{SL^3}{6}x-\frac{SL^4}{8}$$

شیب منحنی الاستیک و خیز در طول $x=0$ ماکزیمم است .

$$\frac{dy}{dx}=\frac{SL^3}{6EI} \quad , \quad y_{\max}=-\frac{SL^4}{8}$$

روش آزمایش :

تیر طره ای را با استفاده از یک تکیه گاه گیردار مطابق شکل (۲) سوار کنید .



شکل (۲)

میکرومتر ساعتی را در نزدیکترین فاصله ی ممکن از تکیه گاه روی صفر میزان نمائید . ضمن اندازه گیری خیز تیر در نقاط مختلف وزن میله ی میکرومتر ساعتی باعث ایجاد اندکی خطا خواهد گردید . بدین منظور مخصوصا در مورد نمونه های نازک بهتر است میله ی میکرومتر ساعتی را آنقدر پایین آورید تا به سطح تیر مماس شود و با نگه داشتن میله ی میکرومتر ساعتی خیز نقطه مورد نظر را قرائت نمائید . در مورد خیزهای زیاد (بزرگ) مماس نگه داشتن میله میکرومتر ساعتی غیر ممکن است برای رفع این اشکال دو طریقه معمول است .

a) میکرومتر ساعتی را در فاصله معینی از انتهای آزاد تیر قرار داده و مقدار خیز را قرائت کنید ، با این عمل می توان خیز قرائت شده را با مقدار محاسبه شده ی تئوری این نقطه مقایسه کرد . با رسم منحنی الاستیک تیر و روش استقرار می توان خیز ماکزیمم انتهای آزاد تیر را بدست آورد و با مقدار تئوری آن مقایسه نمود .

b) میکرومتر ساعتی را در نزدیکترین فاصله ی ممکن نسبت به انتهای آزاد تیر قرار دهید . در صورتی که فاصله خیلی کم باشد . مقدار خطا بسیار کم خواهد بود .

نتایج آزمایش و چگونگی گزارش آنها :

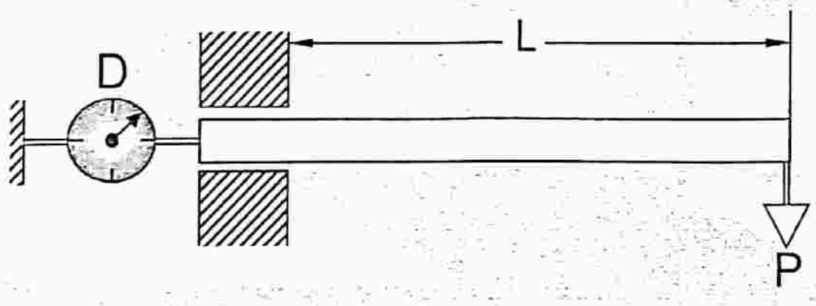
۱- جدول (۱) را پر کنید .

۲- روی یک محور مختصات مقادیر خیز را به ازای xهای مختلف رسم نموده با مقادیر تئوری آن بوسیله ی منحنی رسم شده مقایسه کنید .

سئوالات :

۱- تیری را مطابق شکل (۳) در سوراخ دیواری قرار داده و به انتهای آزاد آن بار P را وارد می کنیم ، اگر از اصطکاک بین تیر با دیوار صرف نظر کنیم ، آزمایش نشان می دهد که تیر به طرف راست می لغزد ، چه نیرویی باعث لغزش آن می شود ؟

۲- برای نگه داشتن آن ، نیروسنج D چه نیرویی نشان خواهد داد ؟



x		
خیز نظری		
خیز تجربی		
درصد خطا		

جدول (۱)

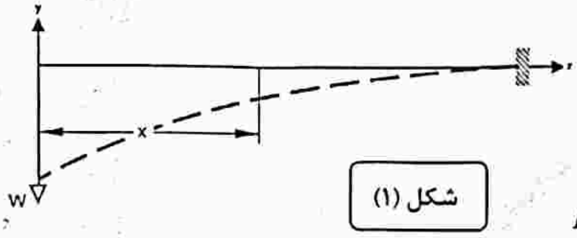
آزمایش شماره ۱۰

بررسی تیر طره ای تحت اثر وزن خودش و بار متمرکز وارد بر انتهای آزاد آن

تئوری :

تیر گیرداری که وزن واحد آن S است درنظر می گیریم .شکل (۱) ممان خمشی در نقطه ای بفاصله ی x از انتهـای آزاد آن برابر است با :

$$EI\frac{d^2y}{dx^2}=M=-Wx-\frac{Sx^2}{2}$$



شکل (۱)

پس از انتگرال گیری خواهیم داشت : $EI\frac{dy}{dx}=-\frac{Wx^2}{2}-\frac{Sx^3}{6}+C_1$

به ازای $x=L$ شیب منحنی الاستیک صفر است ، پس

$$\frac{dy}{dx}=0 \quad , \quad C_1=\frac{WL^2}{2}+\frac{SL^3}{6}$$

پس از انتگرال گیری مجدد داریم :

$$EIy=-\frac{Wx^3}{6}-\frac{Sx^4}{24}+C_1x+C_2$$

$$EIy=-\frac{Wx^3}{6}-\frac{Sx^4}{24}+\left(\frac{WL^2}{2}+\frac{SL^3}{6}\right)x+C_2$$

به ازای $x=L$ خیز تیر صفر است ، پس :

$$C_2=\frac{WL^3}{3}-\frac{SL^4}{8}$$

$$y=\frac{1}{EI}\left\{\frac{-Wx^3}{6}-\frac{Sx^4}{24}+\left(\frac{WL^2}{2}+\frac{SL^3}{6}\right)x-\frac{WL^3}{3}-\frac{SL^4}{8}\right\}$$

ماکزیمم خیز در فاصله ی $x=0$ بوده و مقدار آن برابر است با :

$$\delta=\left(\frac{-WL^3}{3}-\frac{SL^4}{8}\right)\frac{1}{EI}$$

اگراز وزن تیر صرف نظر شود ، مطابق شکل (۱) خواهیم داشت :

$$EI\frac{d^2y}{dx^2}=M=-Wx$$

$$EI\frac{dy}{dx}=\frac{-Wx^2}{2}+C_1$$

$$EIy=-\frac{Wx^3}{6}+C_1x+C_2$$

به ازای $x=L$ شیب منحنی الاستیک و خیز تیر صفر است ، پس :

$$C_1 = \frac{WL^2}{2} \quad , \quad C_2 = -\frac{WL^3}{3}$$

بنابراین :

$$y = \frac{1}{EI}\left(\frac{Wx^3}{6} + \frac{WL^2 x}{2} - \frac{WL^3}{3}\right)$$

نتیجه می شود که خیز تیر تحت اثر وزن خودش برابر است با :

$$y_1 = \left(\frac{-Sx^4}{24} + \frac{SL^3 x}{6} - \frac{SL^4}{8}\right)\frac{1}{EI}$$

و خیز آن در اثر وزن خودش و بار متمرکز وارده به انتهای آزاد آن :

$$y_3 = \frac{1}{EI}\left(-\frac{Wx^3}{6} - \frac{Sx^4}{24} + \left(\frac{WL^2}{2} + \frac{SL^3}{6}\right)x - \frac{WL^3}{3} - \frac{SL^4}{8}\right)$$

یعنی $y_1 + y_2 = y_3$ و یک قضیه بسیار مهم تلفیق ثابت می شود .

روش آزمایش :

۱- تیر مورد آزمایش را روی قاب دستگاه با استفاده از تکیه گاه گیردار سوار کنید .

۲- میکرومتر ساعتی را در نزدیکترین فاصله ی ممکن از تکیه گاه گیردار روی صفر میزان کنید و خیز اولیه نقاط مشخصی از طول تیر را یادداشت نمائید . ضمن اندازه گیری در نقاط مختلف وزن میله میکرومتر ساعتی باعث ایجاد اندکی خطا خواهد گردید . بدین منظور مخصوصا در مورد نمونه های نازک بهتر است میله میکرومتر ساعتی را آنقدر پایین بیاورید که با سطح تیر مماس شود و با تگه داشتن میله میکرومتر ساعتی خیز نقطه ی مورد نظر را قرائت نمائید .

۳- قلاب وزنه را با استفاده از پایه میکرومتر ساعتی بیاویزید . دقت کنید که تیغه قلاب وزنه به لبه ی تیر عمود باشد . قلاب را می توان در نزدیکترین نقطه ی ممکن از انتهای آزاد تیر با فاصلهی معینی از آن آویزان کرد . در صورتیکه قلاب از انتهای آزاد فاصله داشته باشد ، معادلات فوق را نمی توان بکار بست ، زیرا در اینصورت ممان خمشی پیوسته نخواهد بود .

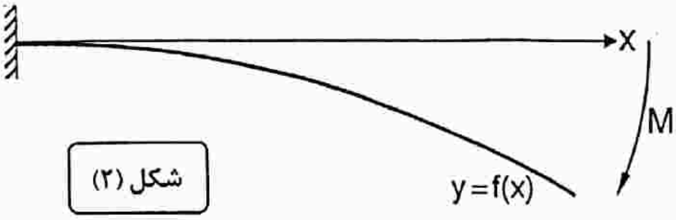
نتایج آزمایش و چگونگی گزارش آنها :

۱- منحنی نمایش خیز تیر را در ازای طول در بارهای مختلف روی یک محور مختصات با رنگهای مختلف رسم نمائید .

۲- اعداد بدست آمده ی تجربی و تئوری را با هم مقایسه کنید .

سئوالات :

می دانیم اگر یک ممان خالص به انتهای آزاد یک تیر طره ای اثر کند .شکل (۲) منحنی الاستیک آن یک سهمی به معادله ی زیر خواهد بود :



شکل (۲)

$$y = \frac{M}{EI}\frac{x^2}{2}$$

از طرف دیگر داریم :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

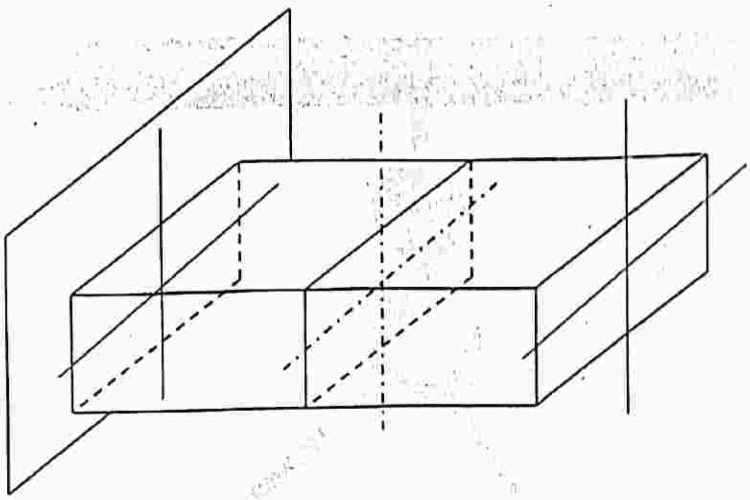
اگر M و I و E ثابت باشند ρ ثابت بوده و منحنی قوسی از دایره است ، کدام عبارت درست است ؟

2L	بار W_0	W_1				W_2				W_3				W_4			
	خیز اولیه	رفت	برگشت	خیزخالص	تئوری	رفت	برگشت	خیزخالص	تئوری	رفت	برگشت	خیزخالص	تئوری	رفت	برگشت	خیزخالص	تئوری
0																	
5																	
10																	

آزمایش شماره ۱۱

آزمایش خمش نامتقارن تیر

هدف : مطالعه رفتار تیرها در مقابل بارهای نامتقارن



تئوری :

تیر بی وزنی به مقطع مستطیلی را که از یک طرف به دیواری محکم شده است در نظر می گیریم . اگر بـه انتهـای آزاد تیر نیروی قائم P_1 به تنهایی اثر کند در مقطعی به فاصله x از دیوار ممان خمشی برابر است با :

$$M_1 = P_1 (L - x)$$

تنش قائم در هر نقطه از این مقطع و خیز قائم تیر در این فاصله به ترتیب عبارتند از :

$$\sigma_1 = \frac{M_1 Z}{Iy}$$

$$V_Z = \frac{P_1 x^2}{\sigma E I y}(3L - x)$$

بدیهی است ماکزیمم تنش قائم در مقطع بلافاصله ی دیوار در کرانه ی بالایی و پایینی تیر و ماکزیمم خیـز در انتهـای آزاد آن خواهد بود :

$$\sigma_{1\max} = \frac{M_{\max} Z_{\max}}{Iy} = \pm \frac{P_1 L C_1}{Iy}$$

$$V_{Z\max} = \frac{P_1 L^3}{3EIy}$$

اگر به انتهای آزاد تیر نیروی P_2 به تنهایی اثر کند ممان خمشی در مقطع فوق الذکر برابر است با :

$$M_2 = P_2 (L - x)$$

تنش قائم در هر نقطه مقطع و خیز افقی تیر به ترتیب عبارتند از :

$$\sigma_z=\frac{My}{I_z}$$

$$V_y=\frac{P_z x^2}{\sigma EI_z}(3L-x)$$

ماکزیمم تنش قائم در این حالت نیز در مقطع بلافاصله دیوار و در کرانه راست و یا چپ مقطع و ماکزیمم خیز افقی در انتهای آزاد تیر خواهد بود :

$$\sigma_{2\max}=\frac{M_{2\max}y_{\max}}{I_z}=\pm\frac{P_2LC_2}{I_z}$$

$$V_{y\max}=\frac{P_2L^3}{3EI_z}$$

حال اگر نیروی P در جهت زاویه α نسبت به محور x در انتهای آزاد تیر اثر کند مولفه های آن در امتداد محور z برابر $P_z=P\cos\alpha$ و در امتداد محور y برابر با $P_y=P\cos\alpha$ خواهد بود . مولفه های ممان این نیروها برابر است با :

$$M_z=P_y(L-x)$$

$$M_y=P_z(L-x)$$

تنش قائم در هر نقطه ای مانند A از مقطع مذکور به مختصات y و z برابر جمع جبری تنش های حاصله از مولفه های P_z, P_y باشد .

$$\sigma=\sigma_z+\sigma_y=\frac{M_y z}{I_y}-\frac{M_z y}{I_z}$$

باید توجه داشت که تار خنثی در این حالت بر هیچیک از محورهای تقارن سطح مقطع منطبق نیست ماکزیمم تنش قائم در مقطع بلافاصله دیوار و نقاطی بوقوع می پیوندد که دورترین فاصله را از تار خنثی داشته باشند . معادلهٔ ی تار خنثی را با مساوی صفر قرار دادن σ می توان تعیین نمود :

$$\sigma=\frac{P\cos\alpha\, L_z}{I_y}-\frac{P\sin\alpha\, L_y}{I_z}=0$$

$$\frac{\cos\alpha}{I_y}Z-\frac{\sin\alpha}{I_z}y=0$$

زاویه بین محور z و تار خنثی را از رابطه زیر می توان بدست آورد :

$$tg\,\beta=\frac{y}{z}=\frac{I_z}{I_y}\cot g\,\alpha$$

بطور کلی زاویه β متفاوت از زاویه ی α است . بنابراین تار خنثی به صفحه ی نیروهای وارده عمود نخواهد بود . تنها موارد استثنا در صورتی خواهد بود که $\alpha=0^\circ$ و $\alpha=90^\circ$ یا $I_z=I_y$ باشد . در حالت $\alpha=0^\circ$ نیروهای وارده روی صفحه اصلی $x-y$ واقه بوده و تار خنثی منطبق بر محور است . در حالت $\alpha=90^\circ$ نیروهای وارده روی صفحه اصلی $x-y$ واقع بوده و تار خنثی منطبق بر محور z است . در حالت $I_z=I_y$ ممانهای اینرسی مساوی هستند . در این حالت تمام محورهای مار بر مرکز ثقل مقطع دارای ممان اینرسی های یکسان بوده و محور اصلی می باشند . بنابراین صفحه ی نیروهای وارده صرف نظر از جهت آن صفحه اصلی بوده و تار خنثی همیشه بر آن عمود خواهد بود .

خیزتیر را در هر فاصله x از دیوار می توان مولفه های خیز دانست که در اثر مولفه های افقی و قائم نیروی وارده حاصل می شود :

$$V_y = \frac{P_y x^2}{\sigma E I_2}(3L - x)$$

$$V_z = \frac{P_z x^2}{\sigma E I_2}(3L - x)$$

$$V = \sqrt{V_y^2 + V_2^2}$$

ماکزیمم خیز تیر در انتهای آزاد آن حاصل می گردد :

$$V_{y\max} = \frac{P_y L^3}{3EI_z}$$

$$V_{z\max} = \frac{P_2 L^3}{3EI_y}$$

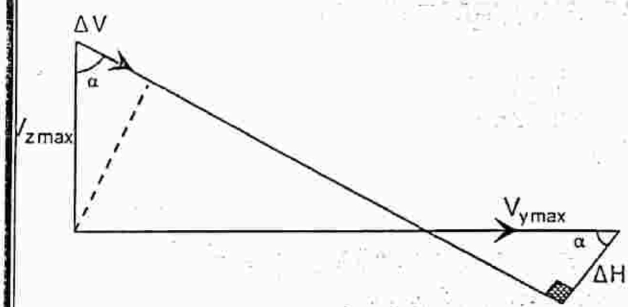
$$V_{\max} = \sqrt{V_{y\max}^2 + V_{2\max}^2}$$

زاویه β بین منتجه بردار خیز V و محور z را از رابطه زیر می توان بدست آورد :

$$\cot g\,\beta = \frac{V_y}{V_z} = \frac{I_y}{I_Z} tg\alpha$$

این رابطه معادل رابطه (۷) است ، بنابراین نتیجه می شود که منتجه خیز تیر در صفحه عمود بر تار خنثی واقع می باشد .

حال خیز تیر را در امتداد های بار وارده و عمود بر آن در نظر می گیریم . با توجه به شکل (۲) خیز تیر در امتداد بار وارده برابر :



$$\Delta V = V_{Z\max} Cos\alpha - V_{Y\max} Sin\alpha$$

و در امتداد عمود بر آن برابر :

$$\Delta H = V_{Y\max} Cos\alpha - V_{Z\max} Sin\alpha$$

اگر به جای V_Y و V_Z مقادیر آنرا قرار دهیم ، خواهیم داشت :

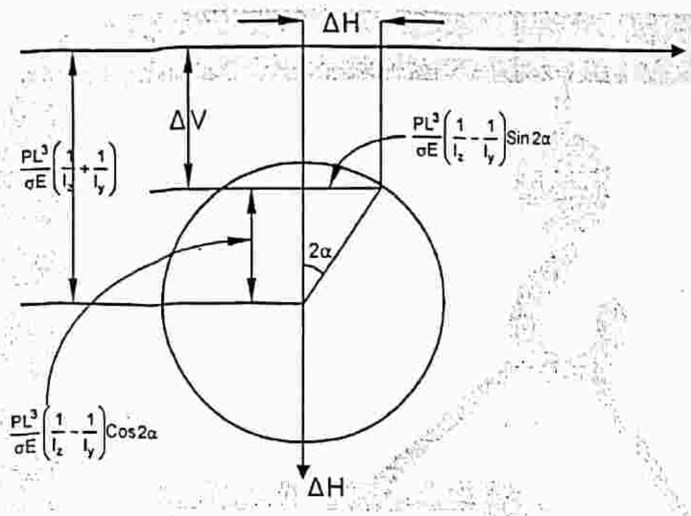
$$\Delta V = \frac{PL^3}{35}\left(\frac{Cos2\alpha}{I_y} + \frac{Sin2\alpha}{I_z}\right)$$

$$\Delta H = \frac{PL^3}{3E}\left(\frac{Sin\alpha.Cos\alpha}{I} - \frac{Sin\alpha.Cos\alpha}{I_1}\right)$$

$$\Delta V = \frac{PL^3}{6E}\left[\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_z}\right) - \left(\frac{1}{I_z} - \frac{1}{I_y}\right) Cos2\alpha\right]$$

$$\Delta H = \frac{PL^3}{6E}\left(\frac{1}{I_z} - \frac{1}{I_y}\right)Sin2\alpha$$

با توجه به معادلات بالا مـی تـوان دریافـت کـه منحنـی $\Delta H - \Delta V$ دایـره ای بـه مرکـز $\frac{PL^3}{6E}\left(\frac{1}{I_y} + \frac{1}{I_z}\right)$ و شـعاع $\frac{PL^3}{6E}\left(\frac{1}{I_z} - \frac{1}{I_y}\right)$ است .



روش آزمایش :

α را به فاصله ی 22.5° از صفر تا 157.5° تغییر داده و در هر وضعیتی حداقل برای پنج بار مختلف خیـز خـالص را در جهت بار وارده و عمود بر آن یادداشت نمائید . هنگام قرائت خیزها دقت کنید که طناب در راستای یکی از خطوط روی صفحه ی دستگاه قرار گیرد .

نتایج آزمایش و چگونگی گزارش آنها :

۱- با استفاده از خیز انتهای تیر در زاویه ی صفر درجه مدول الاستیسیته تیر را تعیین کنید .

۲- منحنی نمایش بار – تغییر مکان $(\Delta H , \Delta V)$ را در زوایای مختلف روی یک محور مختصات با دو رنگ رسم نمائید .

۳- مقادیر متوسط $\frac{\Delta V}{P}$ و $\frac{\Delta H}{P}$ را به ازای هر مقدار α تعیین کنید .

٤- منحنی نمایش تغییرات $\frac{\Delta V}{P}$ و $\frac{\Delta H}{P}$ به ازای مقادیر نظیر α را روی یک محور مختصات با رنگهای مختلـف رسم نموده و نشان دهید که مقادیر ماکزیمم و مینیمم $\frac{\Delta V}{P}$ وقتی است که $\frac{\Delta H}{P}$ صفر باشد .

٥- دیاگرام تغییرات $\frac{\Delta V}{P}$ را به ازای مقادیر نظیر $\frac{\Delta H}{P}$ رسم نموده و نشان دهید که منحنی حاصله یک دایـره است .

سئوالات :

۱- چگونه می توان مقادیر I_z و I_y را با استفاده از نتایج حاصله بدست آورد ؟ (مقادیر عددی آنرا بدست آورید .)

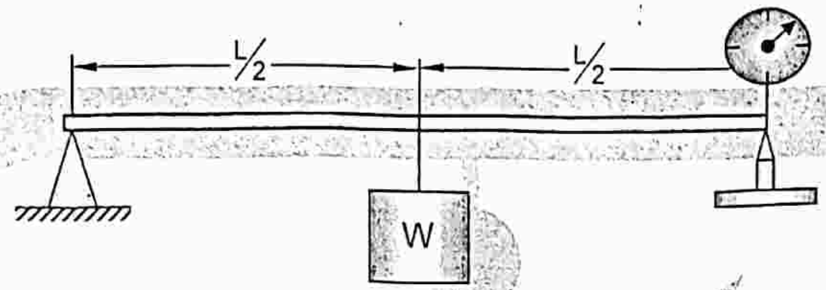
۲- به ازای چه مقادیری از α تنش ها ماکزیمم خواهد بود ؟

۳- معادله ی تار خنثی را به ازای هر مقدار زاویه ی α بدست آورید ؟

کالیبره کردن نیروسنج ها :

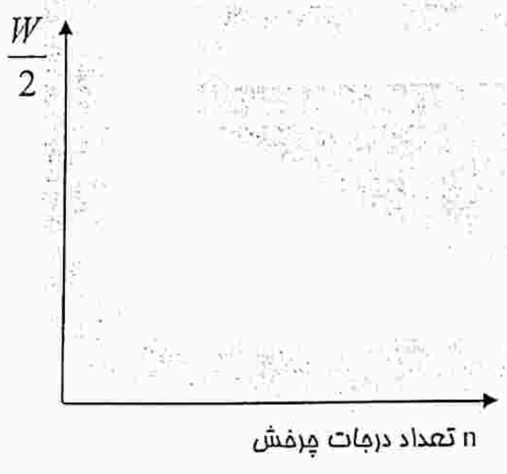
یک تیر ساده انتخاب کنید و یک انتهای آنرا روی تکیه گاه ساده صلب و انتهای دیگرش را روی نیروسنجی که منظور ، کالیبره کردن آن است قرار دهید . (شکل (۱))

یک میکرو مترساعتی رادر انتهایی که نیروسنج واقع شده روی تیر قرار دهید ، سپس بار معلوم W را به وسط دهانه ی تیر وارد آورید . بدیهی است که نیروی وارده به نیروسنج برابر $\frac{W}{2}$ خواهد بود .



شکل (۱)

در اثر نیروی $\frac{W}{2}$ انگشتی تیغه ای روی نیروسنج تغییر مکانی بطرف پایین خواهد داشت ، که مقدار آن توسط میکرومتر ساعتی اندازه گرفته می شود . حال پیچ میکرومتر ساعتی روی نیروسنج را به آهستگی آنقدر بچرخانید تا عقربه ی میکرومتر ساعتی مجددا به محل اولیه برگردد . بهتر است ضمن چرخاندن پیچ میکرومتر ضربه های کوچکی به بدنه ی دستگاه وارد آورید تا اصطکاک جزئی موجود از بین برود . تعداد درجات چرخش میکرومتر نیروسنج متناسب با مقدار $\frac{W}{2}$ است . این عمل را برای مقادیر متفاوتی از بار W تکرار کنید . منحنی تغییرات $\frac{W}{2}$ را در مقابل درجات چرخش میکرومتر نیروسنج رسم نمائید . (شکل (۲))



$\frac{W}{2}$	تعداد درجات چرخش		
	رفت	برگشت	معدل

شکل (۲)

حال از روی این منحنی بار مجهول P_{cr} را نیز می توان به سهولت تعیین کرد . تمام نیروسنج های مورد لزوم را می توان بدین ترتیب جداگانه کالیبره نمود .

تیر سرتاسری با تکیه گاههای صلب

تئوری :

برای تیر سرتاسری با بارگذاری مفروض (شکل (۱)) می توان نشان داد که :

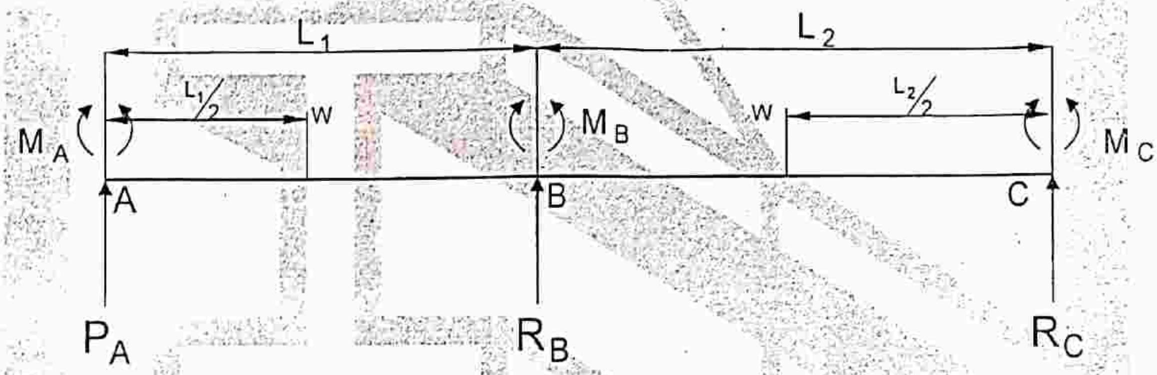
$$M_B=\frac{3}{2(L_1+L_2)}\times\frac{\left(L_1^2+L_2^2\right)}{8}=\frac{3}{16}\frac{\left(L_1^2+L_2^2\right)W}{\left(L_1+L_2\right)}$$

$$R_A=\frac{1}{L_1}\left(\frac{W_0L_1}{2}-\frac{M_B}{1}\right)$$

$$R_C=\frac{1}{L_2}\left(\frac{W_0L_2}{2}-\frac{M_B}{1}\right)$$

$$R_B=2W-\left(R_A+R_C\right)$$

شکل (۱)



روش آزمایش :

۱- سه نیروسنج انتخاب کرده و هر یک را جداگانه کالیبره نمائید .

۲- قلابها و نیروسنج ها را مطابق شکل (۲) سوار کنید . به قلابها وزنه ای آویزان نکنید .

شکل (۲)