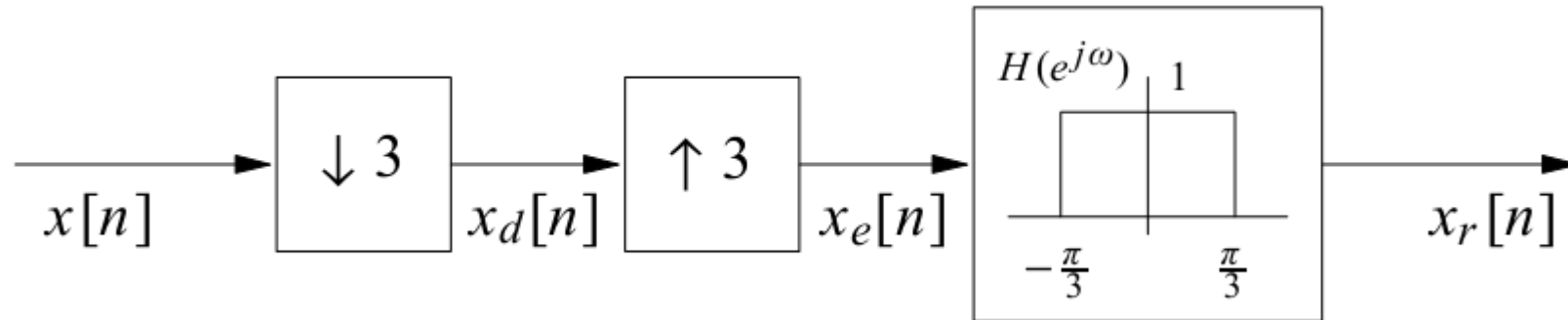


Signals & Systems

By: M. Shahraki



University of
Sistan and Baluchestan

University of Sistan & Baluchestan
Faculty of Electrical and Computer Engineering
Department of Electrical & Electronics Engineering

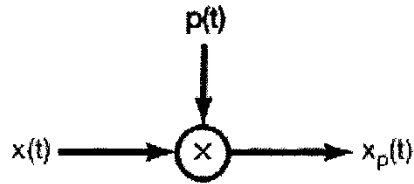
کاربرد:

تبدیل سیگنال پیوسته در زمان به سیگنال گسسته جهت پردازش در سیستم دیجیتال

کاهش حجم اطلاعات سیگنال گسسته در زمان



Sampling



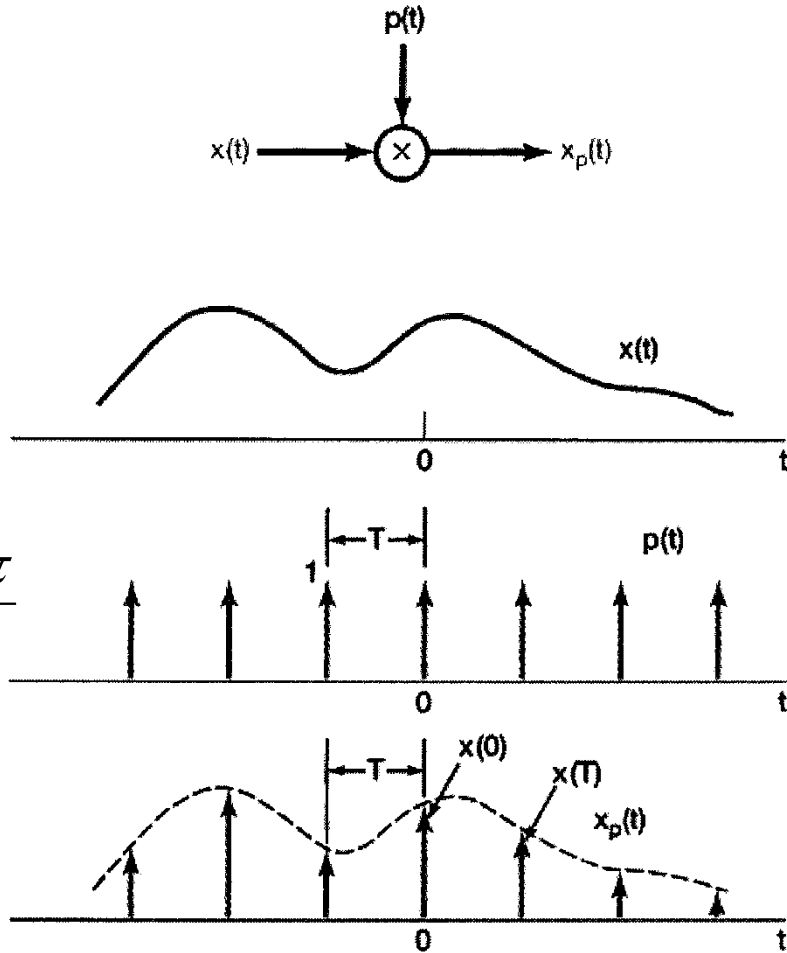
نمونه برداری با قطار ضربه $x_p(t) = x(t)p(t)$

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

$$x(t)\delta(t - nT) = x(nT)\delta(t - nT)$$

$$x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)\delta(t - nT)$$

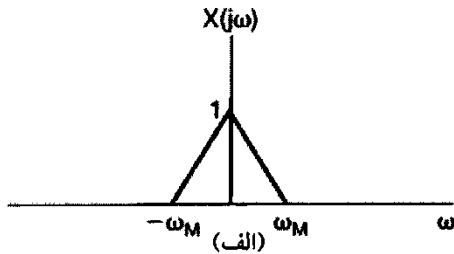
$$X_p(j\omega) = \frac{1}{2\pi} [X(j\omega) * P(j\omega)]$$



$$P(j\omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - k\omega_s)$$

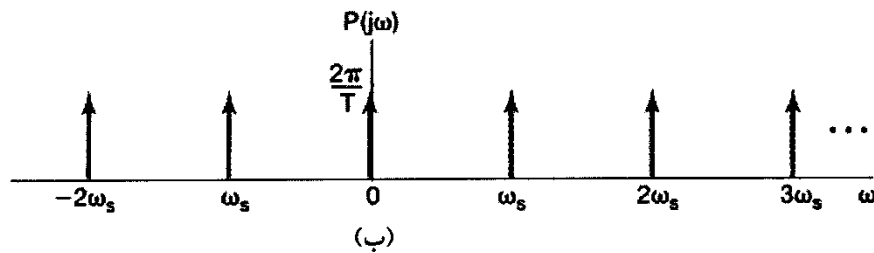


Sampling

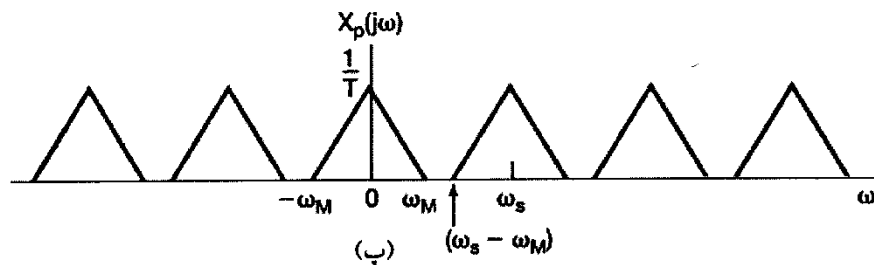


نمونه برداری با قطار ضربه

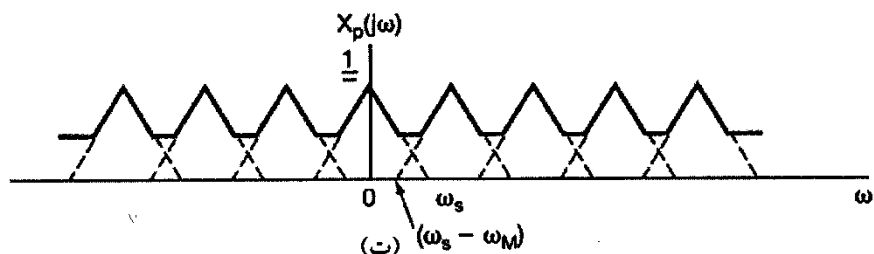
$$P(j\omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - k\omega_s)$$



$$X_p(j\omega) = \frac{1}{2\pi} [X(j\omega) * P(j\omega)]$$



$$X(j\omega) * \delta(\omega - k\omega_s) = X(j(\omega - k\omega_s))$$

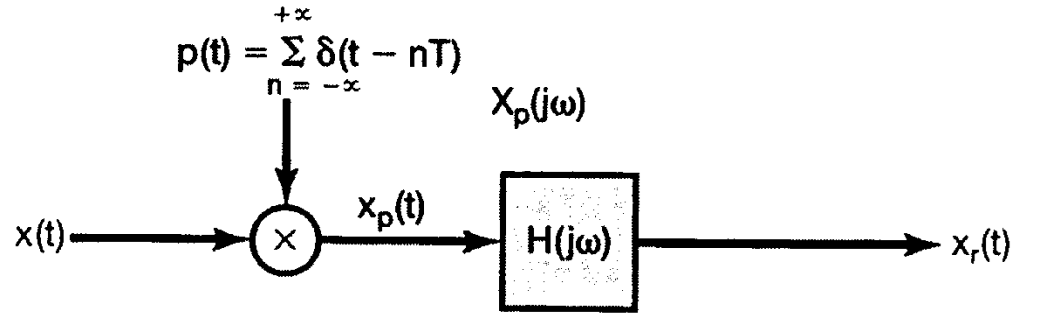


$$X_p(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(j(\omega - k\omega_s))$$

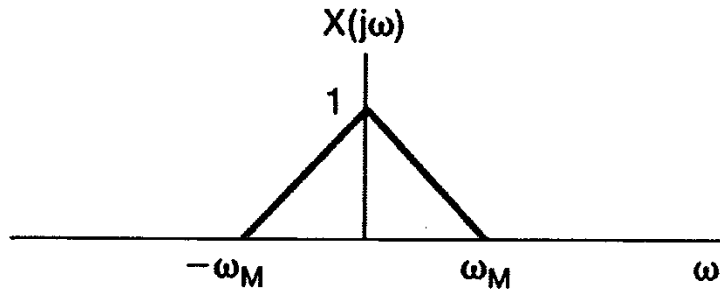


Sampling

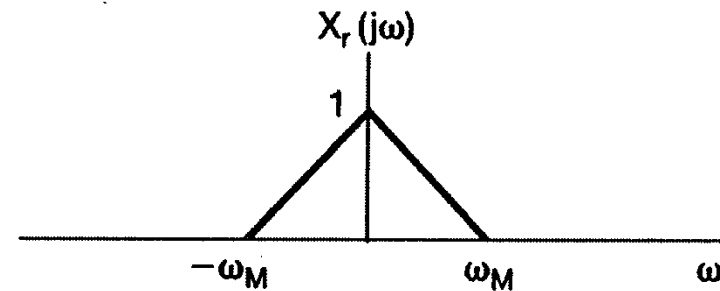
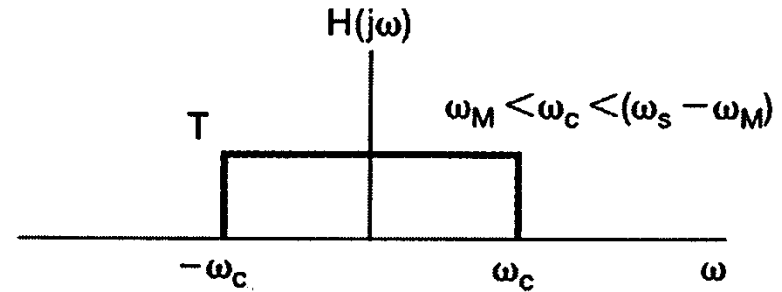
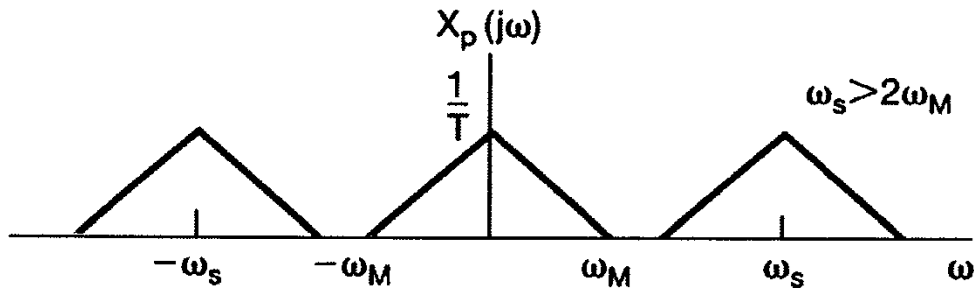
بازیابی یک سیگنال توسط نمونه هایش



(الف)



(ب)



قضیه نمونه برداری

فرض کنید $x(t)$ سیگنال با باند محدود $|\omega| < \omega_M$ است.

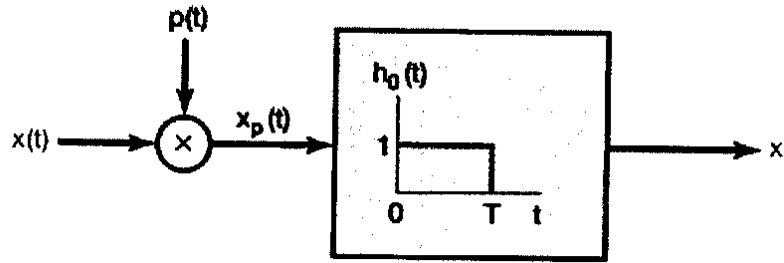
۱- در اینصورت $x(t)$ به وسیله نمونه هایی با دوره تناوب T و فرکانس زاویه ای $\omega_s = 2\pi/T$ به صورت یکتا تعیین می شود

۲- با داشتن این نمونه ها و عبور آنها از یک فیلتر پایین گذر با فرکانس قطع $\omega_M < \omega_c < \omega_s - \omega_M$ می توان سیگنال $x(t)$ را به طور کامل باز سازی کرد.

۳- شرط انجام این کار این است که فرکانس نمونه برداری بزرگتر از آهنگ نایکویست $(2\omega_M)$ باشد.
 $\omega_s > 2\omega_M$

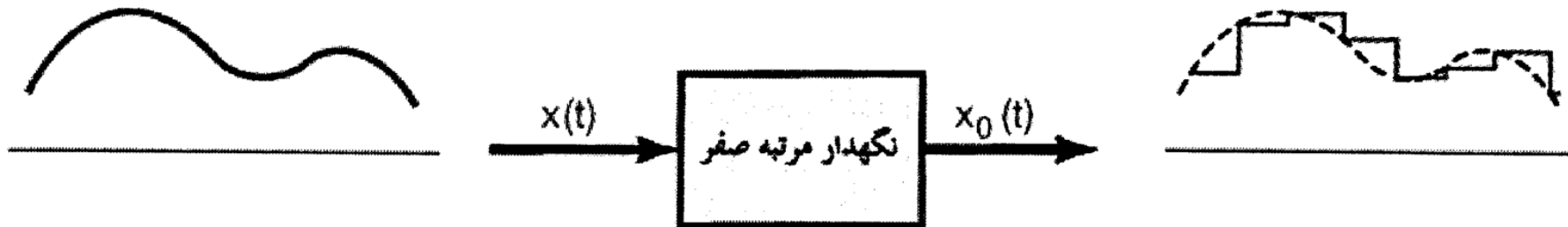


Sampling

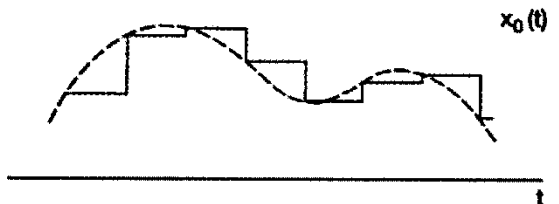
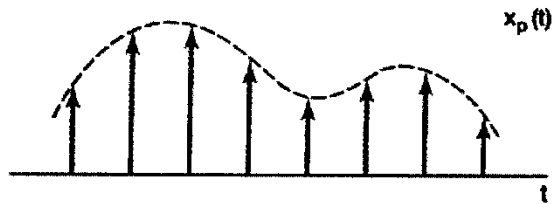
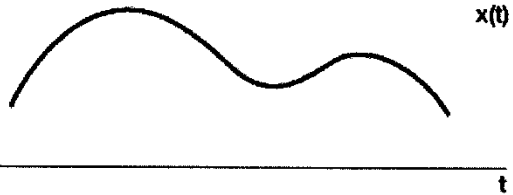
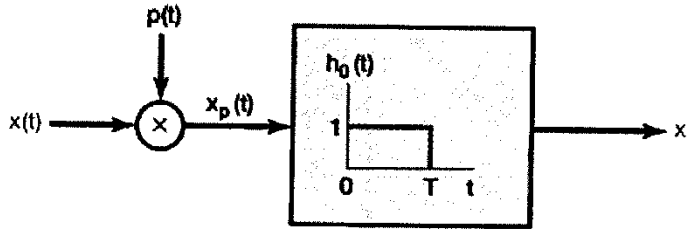


نمونه برداری با نگهدار مرتبه صفر
انتقال پالسهای باریک دشوار است.
راه جایگزین: نگهدار مرتبه صفر

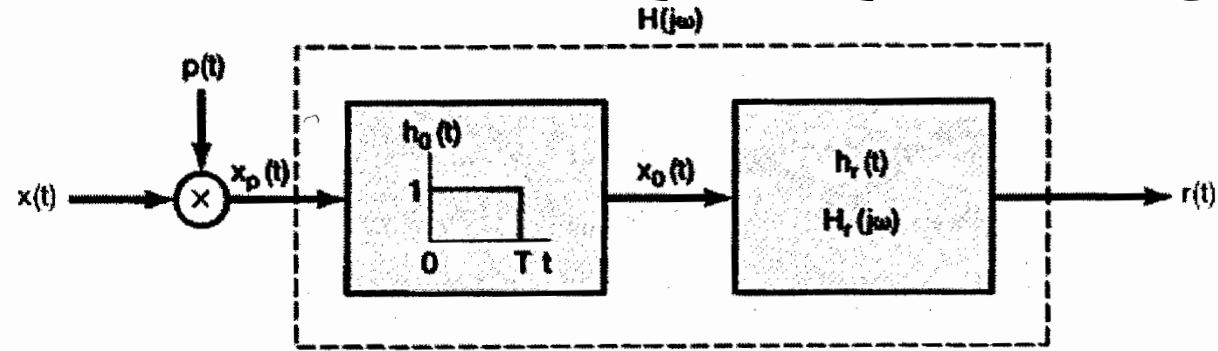
$$H_0(j\omega) = e^{-j\omega\frac{T}{2}} \frac{2 \sin(\frac{\omega T}{2})}{\omega}$$



Sampling



نمونه برداری با نگهدار مرتبه صفر



$$H_0(j\omega)H_r(j\omega) = H(j\omega)$$

$$H_0(j\omega) = e^{-j\omega \frac{T}{2}} \frac{2 \sin(\frac{\omega T}{2})}{\omega}$$

$$H_r(j\omega) = \frac{\omega e^{j\omega \frac{T}{2}} H(j\omega)}{2 \sin(\frac{\omega T}{2})}$$



Sampling

بازسازی سیگنال از نمونه ها با درونیابی (درونیابی محدود-باند)
 بازسازی با عبور از یک فیلتر پایین گذر با فرکانس قطع ω_c انجام می شود.

$$X_r(j\omega) = X_p(j\omega)H(j\omega)$$

$$H(j\omega) = \begin{cases} T & |\omega| < \omega_c \\ 0 & |\omega| > \omega_c \end{cases} \quad \text{فیلتر پایین گذر ایده آل}$$

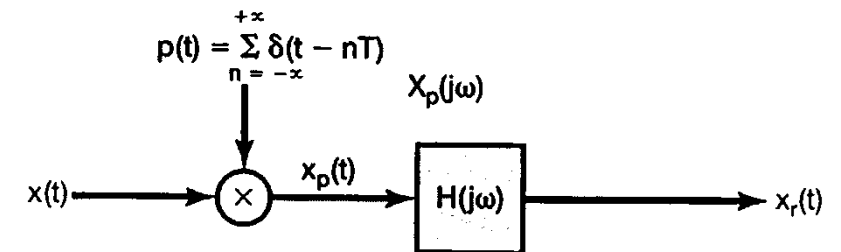
$$x_r(t) = x_p(t) * h(t)$$

$$x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)\delta(t - nT)$$

$$x_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)h(t - nT)$$

$$h(t) = \frac{T \sin(\omega_c t)}{\pi t}$$

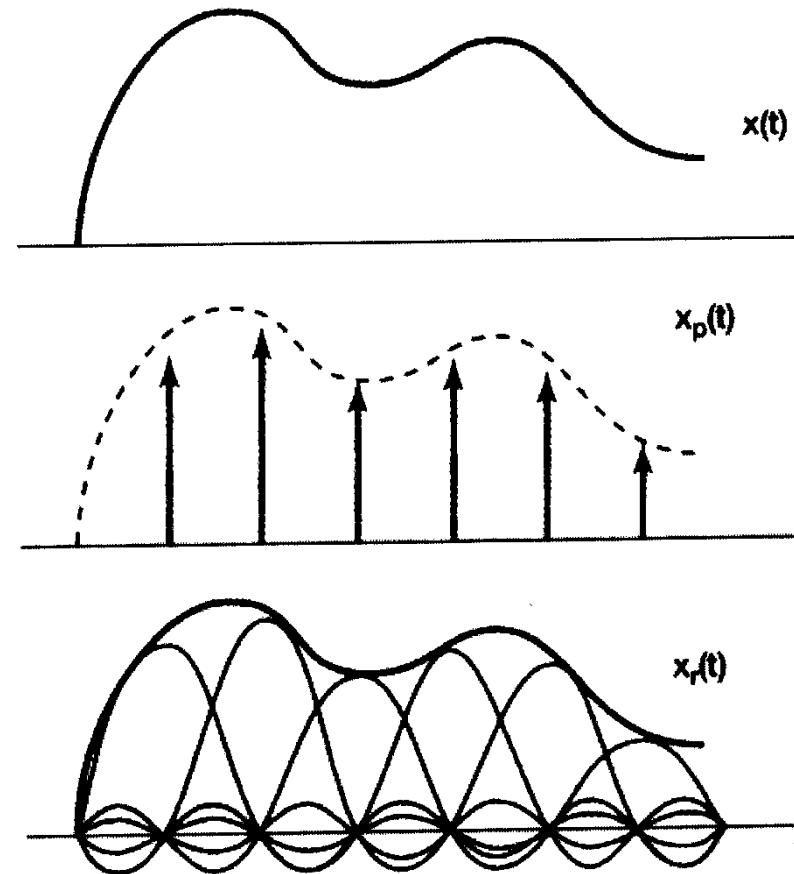
$$x_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \frac{T\omega_c}{\pi} \frac{\sin(\omega_c(t - nT))}{\omega_c(t - nT)}$$



Sampling

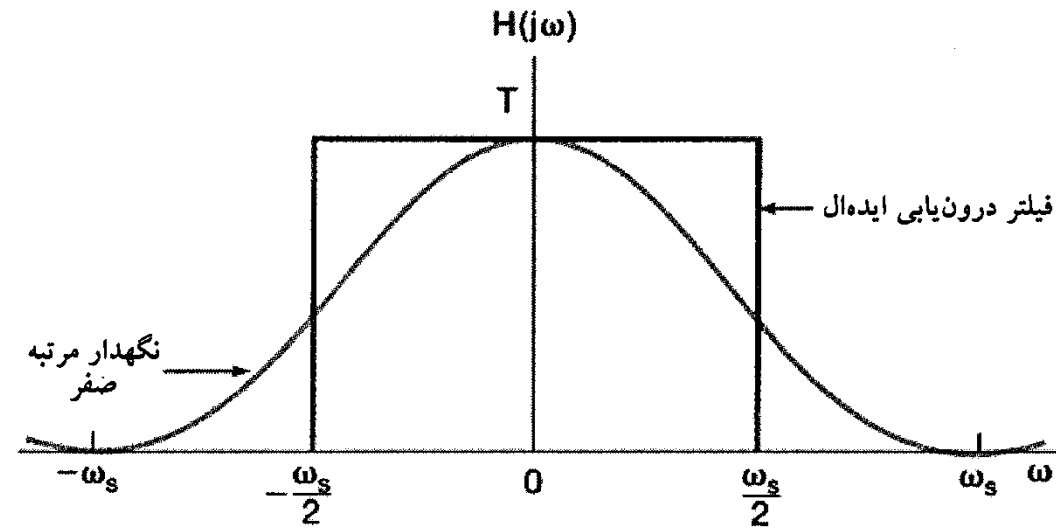
بازسازی سیگنال از نمونه ها با درونیابی (درونیابی محدود-باند)

$$x_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \frac{T\omega_c \sin(\omega_c(t-nT))}{\pi \omega_c(t-nT)}$$

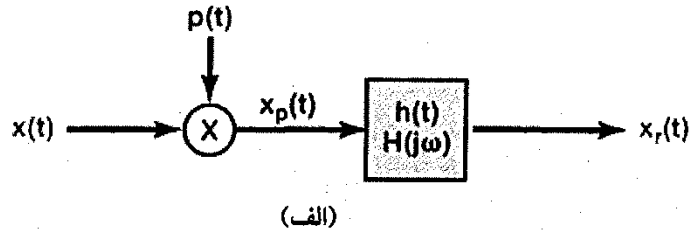


Sampling

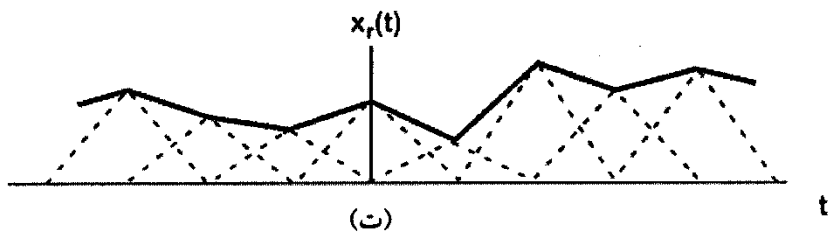
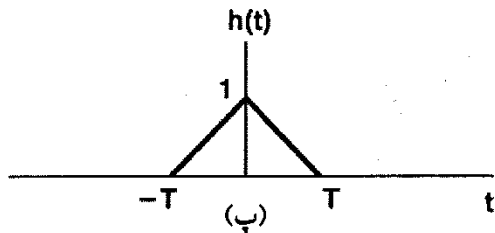
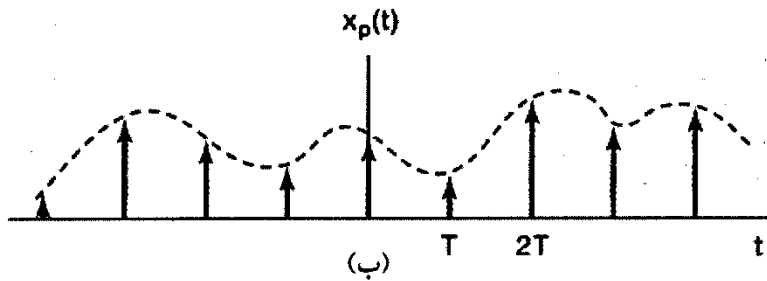
بازسازی سیگنال از نمونه ها با درونیابی (نگهدار رتبه صفر)



Sampling



بازسازی سیگنال از نمونه ها با درونیابی (نگهدار رتبه بالا)

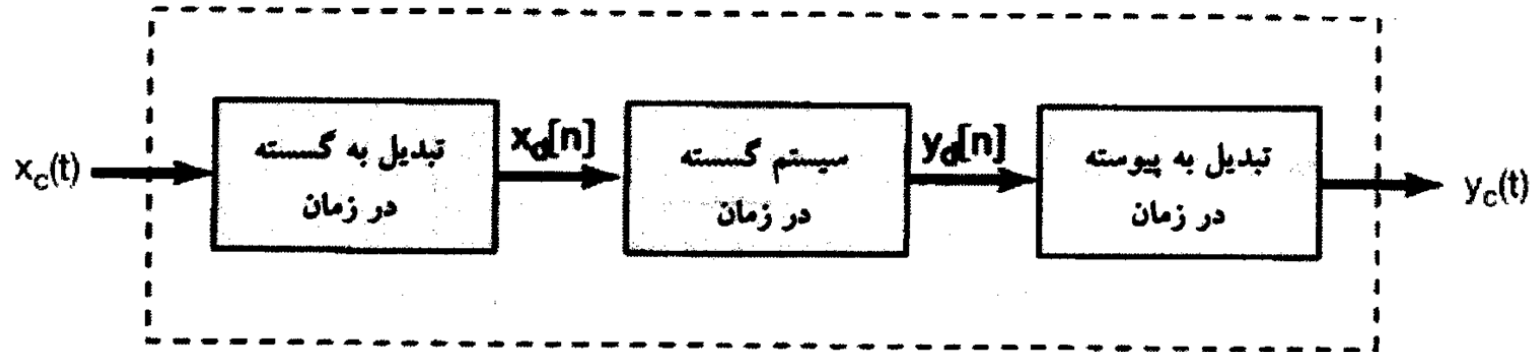


$$H(j\omega) = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin(\omega T / 2)}{\omega / 2} \right)^2$$



Sampling

پردازش سیگنالهای نمونه برداری شده



$$x_d[n] = x_c(nT)$$

تبدیل پیوسته به گسسته C/D

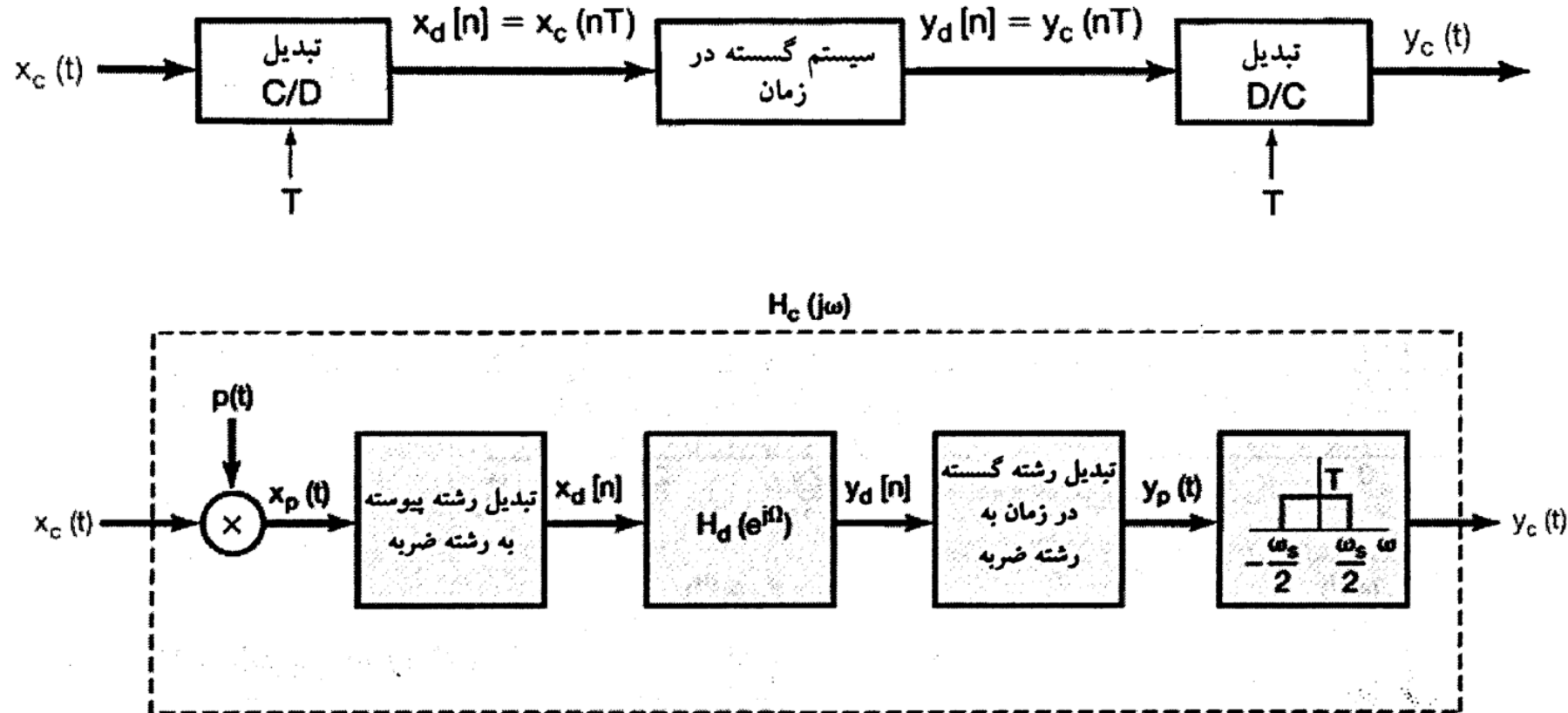
$$y_c(nT) = y_d[n]$$

تبدیل گسسته به پیوسته D/C



Sampling

پردازش سیگنالهای نمونه برداری شده



Sampling

$$x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT)\delta(t-nT)$$

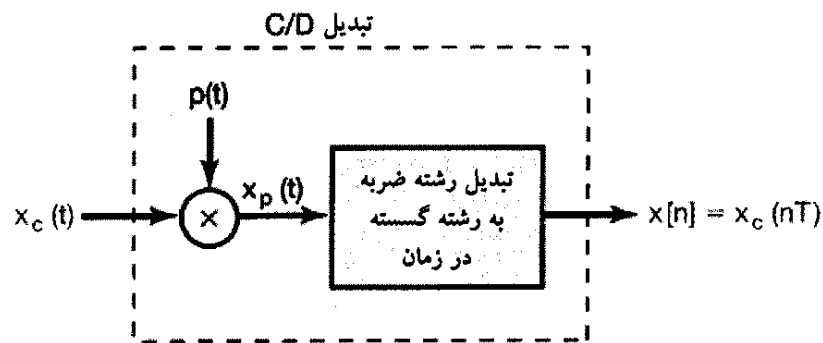
$$X_p(j\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT)e^{-j\omega nT}$$

$$X_d(e^{j\Omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT)e^{-j\Omega n}$$

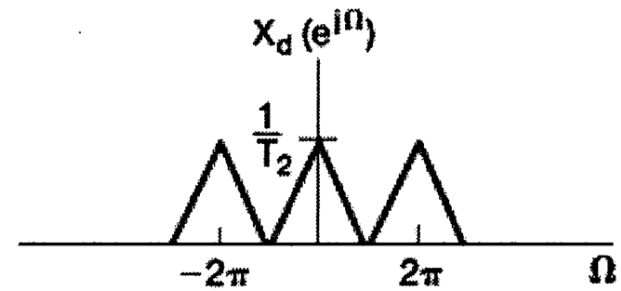
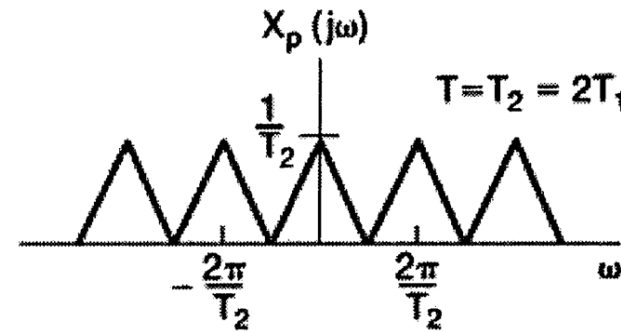
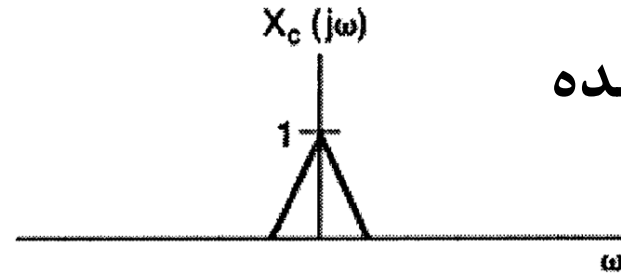
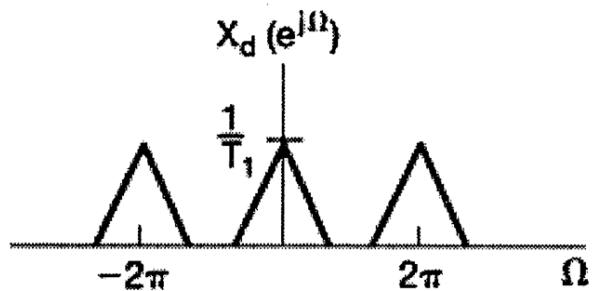
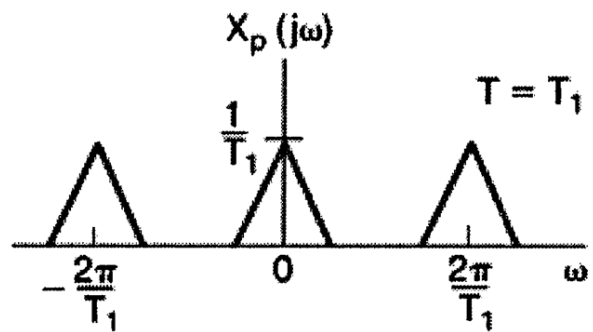
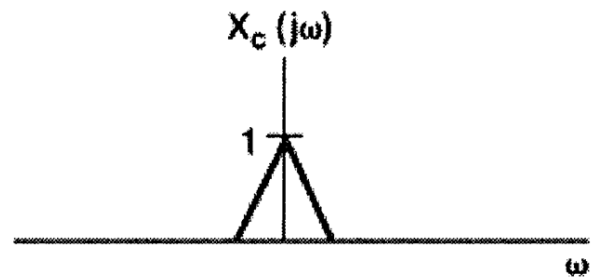
پردازش سیگنالهای نمونه برداری شده

$$X_d(e^{j\Omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_d[n]e^{-j\Omega n} \quad x_d[n] = x_c(nT)$$

$$X_d(e^{j\Omega}) = X_p\left(j\frac{\Omega}{T}\right) \quad \Omega = \omega T$$



Sampling



پردازش سیگنالهای نمونه برداری شده

$$X_p(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j(\omega - k\omega_c))$$

$$X_d(e^{j\Omega}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(e^{j(\frac{\Omega}{T} - k\omega_c)})$$

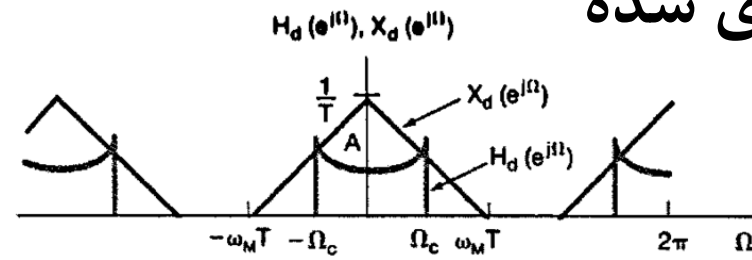
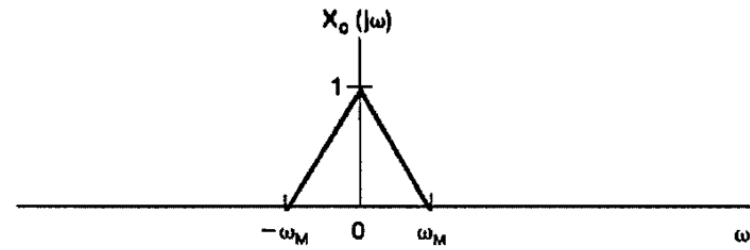
$$X_d(e^{j\Omega}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(e^{j(\frac{\Omega - 2\pi k}{T})})$$

$$\Omega = \omega T$$

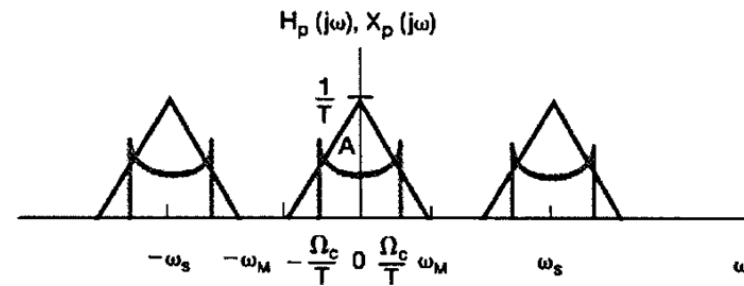
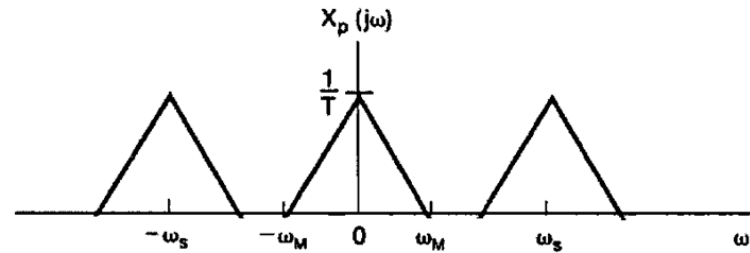


Sampling

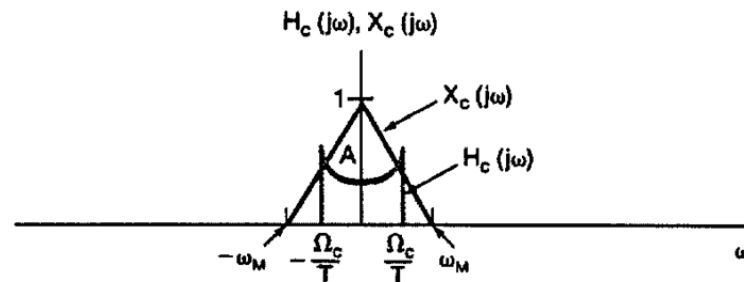
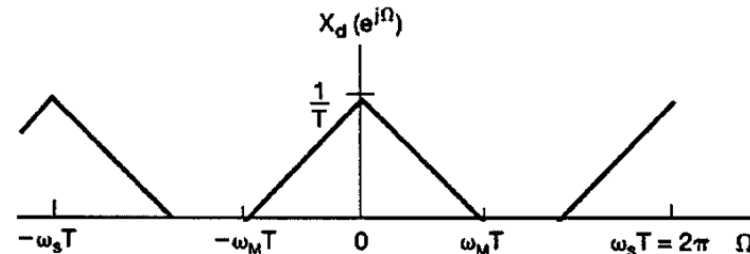
پردازش سیگنالهای نمونه برداری شده



$$X_p(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j(\omega - k\omega_c))$$



$$X_d(e^{j\Omega}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(e^{j(\frac{\Omega}{T} - k\omega_c)})$$



$$X_d(e^{j\Omega}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(e^{j(\Omega - 2\pi k)/T})$$

$$\Omega = \omega T$$

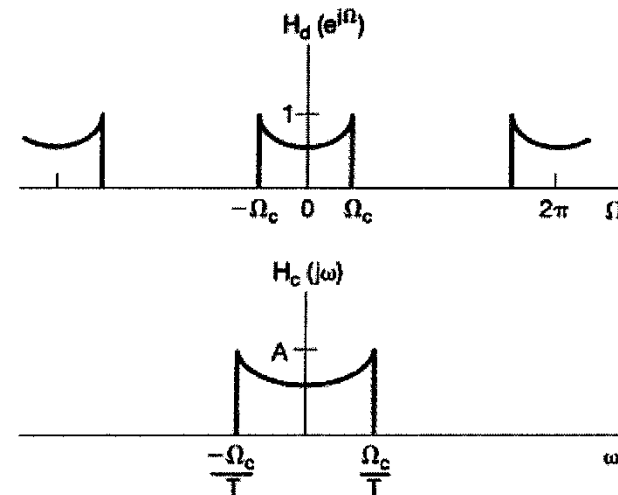
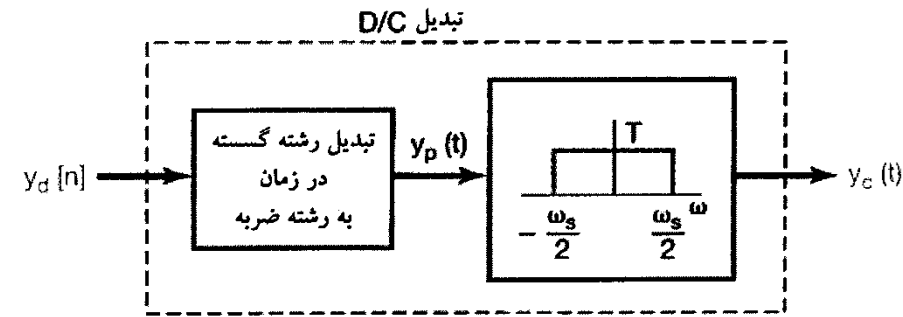


Sampling

بازیابی سیگنالهای نمونه برداری شده

$$Y_c(j\omega) = X_c(j\omega)H_d(e^{j\omega T})$$

$$H_c(j\omega) = \begin{cases} H_d(e^{j\omega T}) & |\omega| < \frac{\omega_s}{2} \\ 0 & |\omega| > \frac{\omega_s}{2} \end{cases}$$



Sampling

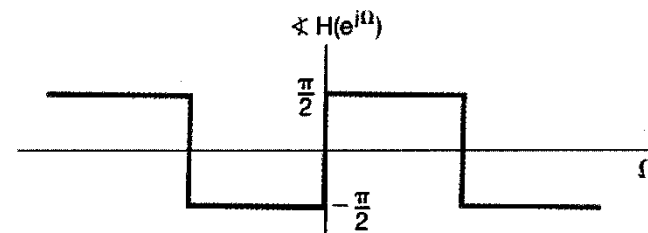
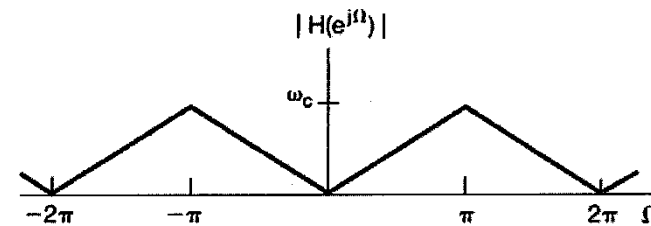
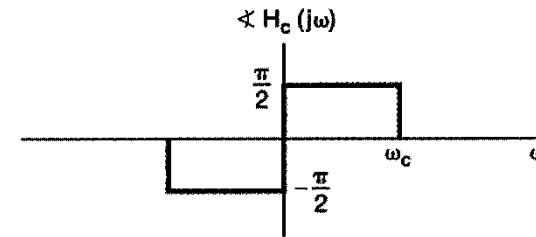
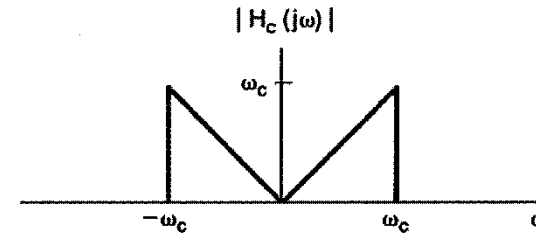
$$H_c(j\omega) = \begin{cases} j\omega & |\omega| < \omega_c \\ 0 & |\omega| > \omega_c \end{cases}$$

$$H_c(j\omega) = \begin{cases} H_d(e^{j\omega T}) & |\omega| < \omega_s/2 \\ 0 & |\omega| > \omega_s/2 \end{cases}$$

$$\omega_s = 2\omega_c$$

$$H_d(e^{j\Omega}) = j\frac{\Omega}{T} \quad |\Omega| < \frac{T\omega_s}{2}$$

$$H_d(e^{j\Omega}) = j\frac{\Omega}{T} \quad |\Omega| < \pi$$



مشتگیر دیجیتال



Sampling

$$x_c(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t}$$

$$X_c(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| < \pi/T \\ 0 & |\omega| > \pi/T \end{cases}$$

مشتق‌گیر دیجیتال

$$x_d[n] = x_c(nT) = \begin{cases} \frac{1}{T} & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

$$x_d[n] = \frac{1}{T} \delta[n]$$

$$y_c(t) = \frac{d}{dt} x_c(t) = \frac{\cos(\pi t/T)}{Tt} - \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t^2}$$

$$y_d[n] = y_c(nT) = \begin{cases} \frac{(-1)^n}{nT^2} & n \neq 0 \\ 0 & n = 0 \end{cases}$$

$$h_d[n] = T y_d[n] = \begin{cases} \frac{(-1)^n}{nT} & n \neq 0 \\ 0 & n = 0 \end{cases}$$



Sampling

$$H_c(j\omega) = \begin{cases} e^{-j\omega\Delta} & |\omega| < \omega_c \\ 0 & |\omega| > \omega_c \end{cases}$$

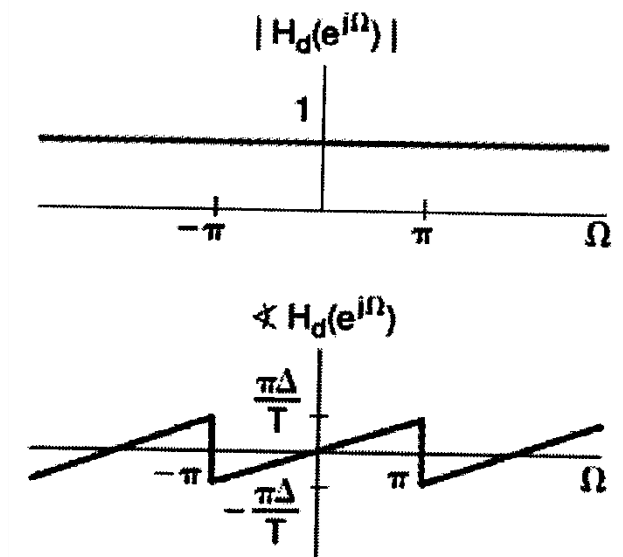
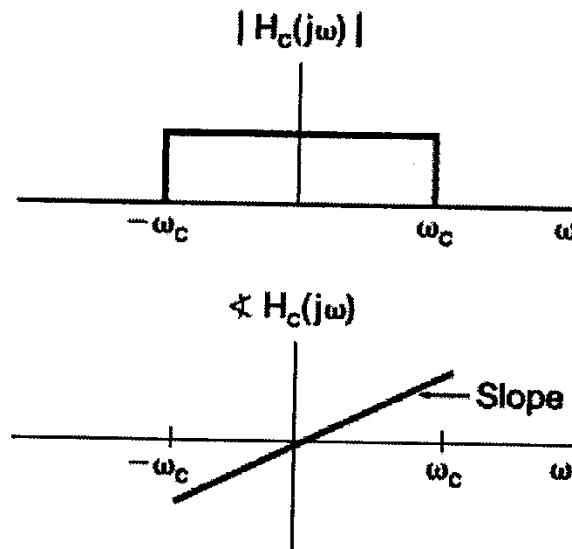
$$H_c(j\omega) = \begin{cases} H_d(e^{j\omega T}) & |\omega| < \omega_s/2 \\ 0 & |\omega| > \omega_s/2 \end{cases}$$

$$\omega_s = 2\omega_c$$

$$H_d(e^{j\Omega}) = e^{-j\frac{\Omega}{T}\Delta} \quad |\Omega| < \frac{T\omega_s}{2}$$

$$H_d(e^{j\Omega}) = e^{-j\frac{\Omega}{T}\Delta} \quad |\Omega| < \pi$$

تاخیر دهنده



Sampling

$$x_c(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t}$$

$$X_c(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| < \pi/T \\ 0 & |\omega| > \pi/T \end{cases}$$

تاخیر دهنده

$$x_d[n] = x_c(nT) = \begin{cases} \frac{1}{T} & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

$$x_d[n] = \frac{1}{T} \delta[n]$$

$$y_c(t) = x_c(t - \Delta) = \frac{\sin(\pi(t - \Delta)/T)}{\pi(t - \Delta)}$$

$$y_d[n] = y_c(nT) = \frac{\sin(\pi(n - \Delta/T))}{T\pi(n - \Delta/T)}$$

$$h_d[n] = Ty_d[n] = \frac{\sin(\pi(n - \Delta/T))}{\pi(n - \Delta/T)}$$

