Subject
Date

مساله ۱ فصل ۲

در شکل بردارهای یک شبکه بلوری رسم شده‌اند ($\vec{a}_1$، $\vec{a}_2$ و $\vec{a}_3$)

بر اساس تعریف شاخص‌های میلر، صفحه بلوری hkl،

صفحه‌ای است که محورها را در نقطه‌های $\frac{\vec{a}_1}{h}$، $\frac{\vec{a}_2}{k}$ و $\frac{\vec{a}_3}{l}$

قطع می‌کند.

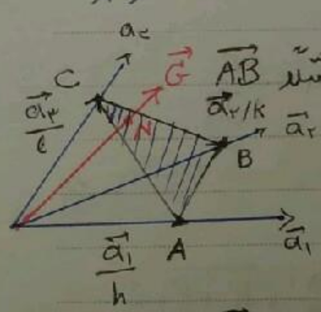
(مثال اگر صفحه با مختصات ($\vec{a}_1$، $2\vec{a}_2$، $3\vec{a}_3$) محورها را قطع کند
اندیس‌های میلر عبارت خواهند بود از: $(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}) \to (6, 3, 2)$
بنابراین این صفحه باید محورها را در $\frac{\vec{a}_1}{6}$، $\frac{\vec{a}_2}{3}$، $\frac{\vec{a}_3}{2}$ یا با ضرب مضرب مشترک
خواهیم داشت $\vec{a}_1$، $2\vec{a}_2$، $3\vec{a}_3$. پس فرض بالایی درست است.
چون می‌دانیم که hkl اندیس مجموعه‌ای از صفحات است یعنی هم صفحاتی
که محورها را از ($\vec{a}_1$، $2\vec{a}_2$، $3\vec{a}_3$) قطع می‌کنند و هم ($\frac{\vec{a}_1}{6}$، $\frac{\vec{a}_2}{3}$، $\frac{\vec{a}_3}{2}$))

(به عبارتی صفحاتی که از ($a_1, 2a_2, 3a_3$) و ($\frac{a_1}{6}, \frac{a_2}{3}, \frac{a_3}{2}$) می‌گذرند موازی‌اند)

الف) به منظور ثابت کردن عمود بودن $\vec{G}$ بر صفحه hkl

کافی است ثابت کنیم $\vec{G}$ بر دو بردار از صفحه hkl مثلاً $\vec{AB}$

و $\vec{CB}$ عمودند.



با توجه به شکل:

$$\frac{\vec{a}_1}{h} + \vec{AB} = \frac{\vec{a}_2}{k} \Rightarrow \vec{AB} = \frac{\vec{a}_2}{k} - \frac{\vec{a}_1}{h}$$

و

$$\vec{G} \cdot \vec{AB} = (h\vec{b}_1 + k\vec{b}_2 + l\vec{b}_3) \cdot \left(\frac{\vec{a}_2}{k} - \frac{\vec{a}_1}{h}\right)$$

با توجه به $\vec{a}_i \cdot \vec{b}_j = 2\pi\delta_{ij}$ خواهیم داشت:

$$\vec{G} \cdot \vec{AB} = 0$$

همچنین می‌توان نشان داد:

$$\vec{G} \cdot \vec{CB} = 0$$

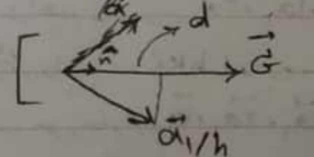
Subject

Date

ABC پایه‌ها

ب - مطابق شکل صفحات موازی دیگری که می‌توانند با صفحه hkl موازی باشند را می‌توان یکی را از مبدأ رسم کرد و دیگری را از انتهای $\vec{a}_1$ ، $\vec{a}_2$ و $\vec{a}_3$
هدف ما این است که فاصله مثلاً صفحه‌ای که از مبدأ می‌گذرد را از صفحه ABC حساب کنیم.

چون ثابت شد $\vec{G}$ عمود بر صفحه ABC است اگر $\hat{n}$ بردار یکه عمود بر صفحه ABC باشد می‌توانیم بنویسیم $\vec{G} = |\vec{G}|\hat{n}$ * حال اگر تصویر بردار $\frac{\vec{a}_1}{h}$ را در راستای $\vec{G}$ حساب کنیم فاصله این دو صفحه بدست می‌آید (خطی که از انتهای $\frac{\vec{a}_1}{h}$) بر $\vec{G}$ عمود رسم می‌شود در صفحه ABC قرار دارد چون $\vec{G}$ بر تمام خطوط واقع در صفحه ABC عمود است) لذا مهم خواهد بود تصویر $\frac{\vec{a}_1}{h}$ را در راستای $\hat{n}$ که همان راستای $\vec{G}$ است بیابیم. این تصویر از ضرب داخلی حاصل می‌شود.

[

$d = \frac{\vec{a}_1}{h} \cdot \hat{n}$ * $n = \frac{\vec{G}}{|\vec{G}|}$]

$$d = \frac{\vec{a}_1}{h} \cdot \hat{n} = \frac{\vec{a}_1}{h} \cdot \frac{\vec{G}}{|\vec{G}|} \qquad \vec{G} = h\vec{b}_1 + k\vec{b}_2 + l\vec{b}_3$$

$$a_i b_j = 2\pi \delta_{ij} \Rightarrow d = \frac{1}{h|\vec{G}|} \times 2\pi h = \frac{2\pi}{|\vec{G}|}$$

ج - $\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{a}\hat{x} \qquad \vec{b}_2 = \frac{2\pi}{a}\hat{y} \qquad \vec{b}_3 = \frac{2\pi}{a}\hat{z}$

$$|\vec{G}| = h\frac{2\pi}{a}\hat{x} + k\frac{2\pi}{a}\hat{y} + l\frac{2\pi}{a}\hat{z} \qquad |\vec{G}| = \frac{2\pi}{a}\sqrt{h^2+k^2+l^2}$$

$$d = \frac{2\pi}{|\vec{G}|} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{a}\sqrt{h^2+k^2+l^2}} = \frac{a}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}} \longrightarrow d^2 = \frac{a^2}{h^2+k^2+l^2}$$