



# Nanophotonics (I)

## Section.2: Metamaterial

### فصل اول: فرامواد و ضریب شکست منفی

Mohammad Ali Mansouri- Birjandi

Faculty of Electrical and Computer Engineering  
University of Sistan and Baluchestan (USB)

[mamansouri@yahoo.com](mailto:mamansouri@yahoo.com)

[mansouri@ece.usb.ac.ir](mailto:mansouri@ece.usb.ac.ir)

# فهرست مطالب: فصل ۱- فرامواد و ضریب شکست منفی

۱-۱- فرامواد

۱-۲- تئوری ضریب شکست منفی

۱-۳- مواد با گذردهی الکتريکی منفی

۱-۴- مواد با گذردهی مغناطیسی منفی

۱-۵- فرامواد و تکنولوژی وابسته

۱-۵-۱- انتقال نوری و کنترل امواج الکترومغناطیسی

۱-۵-۲- ذرات مصنوعی همگن و تئوری محیط موثر

۱-۵-۲-۱- توضیحات کلی

۱-۵-۲-۲- مثالی از فراماده ی TL

۱-۵-۲-۳- طراحی سریع فرامواد

۱-۶- فرامواد تشدید و غیرتشدید

۱-۷- کاربردهای فرامواد

۱-۸- الکترومغناطیس محاسباتی: جنبه های جدید فرامواد

- ❖ در سال های اخیر، پیشرفت تکنولوژی در ساخت **مواد الکترومغناطیسی**، تولید مواد با **ضریب شکست منفی** را در **گستره ای از فرکانس ها** امکان پذیر کرده است.
- ❖ **امواج الکترومغناطیس** در مسیر حرکتشان تحت تأثیر ماده محیط مورد نظر قرار میگیرند.
- ❖ مواد دارای **ضریب شکست منفی** اثری کاملاً **متفاوت** در مقایسه با مواد دارای **ضریب شکست مثبت** از خود نشان می دهند.
- ❖ بعضی از محققان فرامواد را به عنوان **مواد چپگرد** می شناسند.
- ❖ رشد سریع تحقیق در باره **فرامواد**، نشان داده که فرامواد، **فرا تر از مواد چپگرد** هستند.
- ❖ در این فصل، **فرامواد** را تعریف کرده و پیشرفت های اخیر در فرامواد را بیان می کنیم.
- ❖ پیشرفت های نوین در زمینه **ساخت مواد مصنوعی**، منجر به ظهور محیط های مادی با **ضریب شکست منفی** شده است.
- ❖ محیط های مزبور در یک **بازه ی فرکانسی** مشخص، گذردهی الکتریکی ( $\epsilon$ ) و تراوایی مغناطیسی ( $\mu$ ) منفی دارند.

# (۱-۱) فرامواد چیست؟

❖ فرامواد، مواد ترکیبی هستند که به طور مصنوعی برای کاربردهای خاص طراحی می شوند که در طبیعت پاسخ الکترومغناطیسی آن با این خواص یافت نمی شوند .

❖ خواص فرامواد، به ساختارهای آن بستگی دارد و به ترکیب های شیمیایی آن مربوط نمی شود.

❖ فرامواد برای اولین بار به عنوان **مواد چپگرد** یا **موادی با ضریب شکست منفی** شناخته شده بودند.

**LHM: Left-Handed Materials**

**NIM: Negative-refractive Index Materials**

❖ اگرچه **LHM** توسط Veselago در سال ۱۹۶۸ پیشنهاد شد، اما **شکست منفی** و **انتشار وارون موج** خیلی زودتر از این کشف شده بود.

❖ اولین مطالب درباره شکست منفی را پروفیسور Mandelshtam از دانشگاه مسکو بیان نمود.

❖ سپس شرایط تشعشع سامرفیلد در محیط وارون توسط Malyuzhinets در سال ۱۹۵۱ مطالعه شد.

❖ علاوه بر این در سال ۱۹۵۷، Sivukhin مواد با پارامترهای منفی و خواص موج رو به عقب را بررسی کرد.

❖ پیشرفت قابل ملاحظه توسط Veselago در سال ۱۹۶۸ انجام شد که پیشنهاد تجزیه و تحلیل سیستماتیک

رفتارهای الکترومغناطیسی در مواد با گذردهی و نفوذپذیری منفی را داد و نام **LHM** را بر آنها نهاد.

## ۱-۲) تاریخچه فرامواد: (۱)



❖ در سال ۱۹۶۷ ویکتور ویسلایگو (Victor Veselago) فیزیکدان روسی نظریه ای داد و گفت که می توان موادی ساخت که مخالف مواد معمولی عمل کنند. مانند داشتن ضریب شکست منفی.

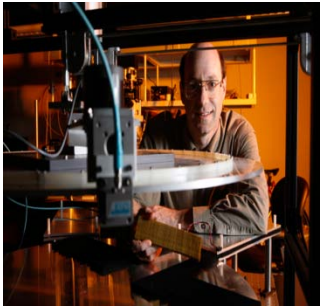


❖ ۳ دهه بعد در سال ۱۹۹۹ آقای پندری (John Pendry) که هنوز از چهره های شناخته شده در زمینه ی فرامواد است، در آزمایشگاه خود در لندن با استفاده از نظریه ویسلگو و مدل سیم نازک مواد با گذردهی منفی ( $\epsilon < 0$ ) ایجاد کرد.

## (۲-۱) تاریخچه فرامواد: (۲)



❖ اولین انقلاب در LHM یا فرامواد، در سال ۱۹۹۶ رخ داد، زمانی که Pendry و همکارانش پلاسمای الکتریکی مصنوعی ایجاد کردند که با استفاده از محیط سیمی بود که **گذردهی الکتریکی منفی** داشت و بیان کردند که اجسام مجزا از هم می توانند هر کدام از خواص را داشته باشند



❖ دیوید اسمیت David R. Smith و همکارانش در سال ۱۹۹۹ ساختارهای شبکه ماندی که دقیقاً به هم جفت شده بودند را پیشنهاد کرد که **پلاسمای مصنوعی مغناطیسی** بودند و **نفوذپذیری منفی** داشتند. در این اثر، کاملاً مشهود بود که حلقه های تشدیدگر (split-ring resonators) یا (SRR) برای به دست آوردن پاسخ های مغناطیسی استفاده میشود.

❖ در مارس ۲۰۰۰ **اسمیت** با استفاده از نظریه پندری اولین **فرامواد دو منفی** (Double Negative) را در محدوده فرکانسی میکرو ساخت.

## ۱-۲) تاریخچه فرامواد: (۳)

❖ نماینده جایگزین LHM توسط سه گروه (Caloz Itoh و Oliner, Eleftheriades)، تقریباً به طور همزمان در ماه ژوئن سال ۲۰۰۲، با استفاده از روش **خط انتقال** (TL:(transmission-line)) ارائه شد. کاملاً مشهود است که TL معمولی متشکل از اندوکتانس سری توزیع شده (L) و خازن (C) شنت است، که می تواند معادل یک RHM یک بعدی (1D(one-dimensional)) باشد.

❖ به عنوان یک مدل دوگانه از TL معمولی، TL جدید متشکل از خازن سری و اندوکتانس شنت، امواج وارون را شامل می شود، از این رو می تواند نماینده LHM باشد. از آنجا که ظرفیت خازنی سری همیشه همراه با یک اندوکتانس و اندوکتانس شنت توسط یک خازن همراه است، ترکیب اصلی راستگرد بودن (CRLH:(composite) right-left-handed) مدل TL برای نشان دادن RHM و LHM پیشنهاد شده است.

## ۱-۲) تاریخچه فرامواد: (۴)

- ❖ اصطلاح metamaterials توسط **رودگر ام والسر** از دانشگاه تگزاس در آستین، در سال ۱۹۹۹، مطرح شد که در اصل به عنوان "ترکیب ماکروسکوپی است که یک آرایش سلولی متناوب مصنوعی سه بعدی دارد که برای ایجاد یک ترکیب بهینه از دو یا چند پاسخ برای انتشار امواج رادیویی خاص طراحی شده است".
- ❖ واژه Meta در زبان یونانی به معنی "فرا" و "ماورا" می باشد. بنابراین metamaterials که در فارسی **فرامواد** نامیده می شود، موادی است که دارای خواص غیرعادی بوده و **به طور ذاتی در طبیعت وجود ندارند**.
- ❖ البته منفی شدن ضریب گذردهی الکتریکی که در فرامواد وجود دارد، به طور طبیعی در لایه ای از جو زمین به نام یونسفر که خاصیت پلاسمایی دارد نیز اتفاق می افتد.
- ❖ در تعریفی دیگر، فرامواد به عنوان "ماده ای است که خواص خود را از ساختارش و به طور غیرمستقیم از **ترکیبش بدست می آورد**" شناخته می شود.



## ۱-۲) تاریخچه فرامواد: (۵)

❖ در واقع، فرامواد ترکیب ماکروسکوپی متشکل از **ساختارهای متناوب یا غیرمتناوب** است، که تابعی از آرایش سلولی و ترکیب شیمیایی هستند. اگر فرامواد به عنوان یک **محیط موثر** در نظر گرفته شود، نیاز است که **اندازه سلول** کوچکتر یا مساوی **زیر طول موج** باشد.

❖ فرامواد نیاز به زیر طول موج با سلول واحد دارند تا بتوان آنها را با استفاده از **تئوری محیط موثر** توصیف کرد. فرامواد در ناحیه مایکروویو با استفاده از برد مدار چاپی (PCB: printed circuit board) با ایجاد ساختارهای فلزی مختلف روی PCB ساخته می شوند. خواص چنین موادی عمدتاً ناشی از آرایش سلولی آنها و نیز وابسته به خواص PCB است.

❖ وابستگی خواص فرامواد به آرایش سلولی، انعطاف پذیری زیادی برای کنترل فرامواد فراهم می کند. در واقع می تواند مواد جدیدی ایجاد کند که در طبیعت غیرقابل دسترس است، اما در عمل می تواند با استفاده از ساختارهای فرامواد تحقق یابد.

Permittivity: ( $\epsilon$ ) گذردهی الکتریکی  
Permeability: ( $\mu$ ) نفوذ پذیری مغناطیسی

- 1- Single-Negative Materials (SNG), i.e. either  $\epsilon < 0$  or  $\mu < 0$ .
- 2- Double Negative (DNG), i.e.  $\epsilon < 0$  and  $\mu < 0$ .
- 3- Negative Refractive Index (NRI), i.e.  $n < 0$ .
- 4- Left-Handed Material (LHM)  
(E-field, H-field, and wave vector don't obey right-hand rule.)
- 5- Back-ward wave (Energy flow and wave vector are anti-parallel.)

## (۲-۱) تئوری ضریب شکست منفی

□ در سال ۲۰۰۰ به صورت آزمایشگاهی نشان داده شد که امکان ساخت مواد دست ساز با خواص الکترو مغناطیسی وجود دارد که این مواد می تواند **ضریب شکست منفی** داشته باشد، به عبارت دیگر امکان ساخت فرامواد به صورت شبیه سازی به وجود آمد.

□ معمولاً، خواص مواد با گذردهی الکتریکی ( $\epsilon$ ) و نفوذپذیری مغناطیسی ( $\mu$ ) مشخص می شود. نازکترین مواد در طبیعت در فضای آزاد یا هوا قرار دارند، که گذردهی  $\epsilon_0$  و نفوذپذیری  $\mu_0$  دارند، که  $\epsilon_0$  گذردهی در فضای آزاد و  $\mu_0$  نفوذپذیری در فضای آزاد است.

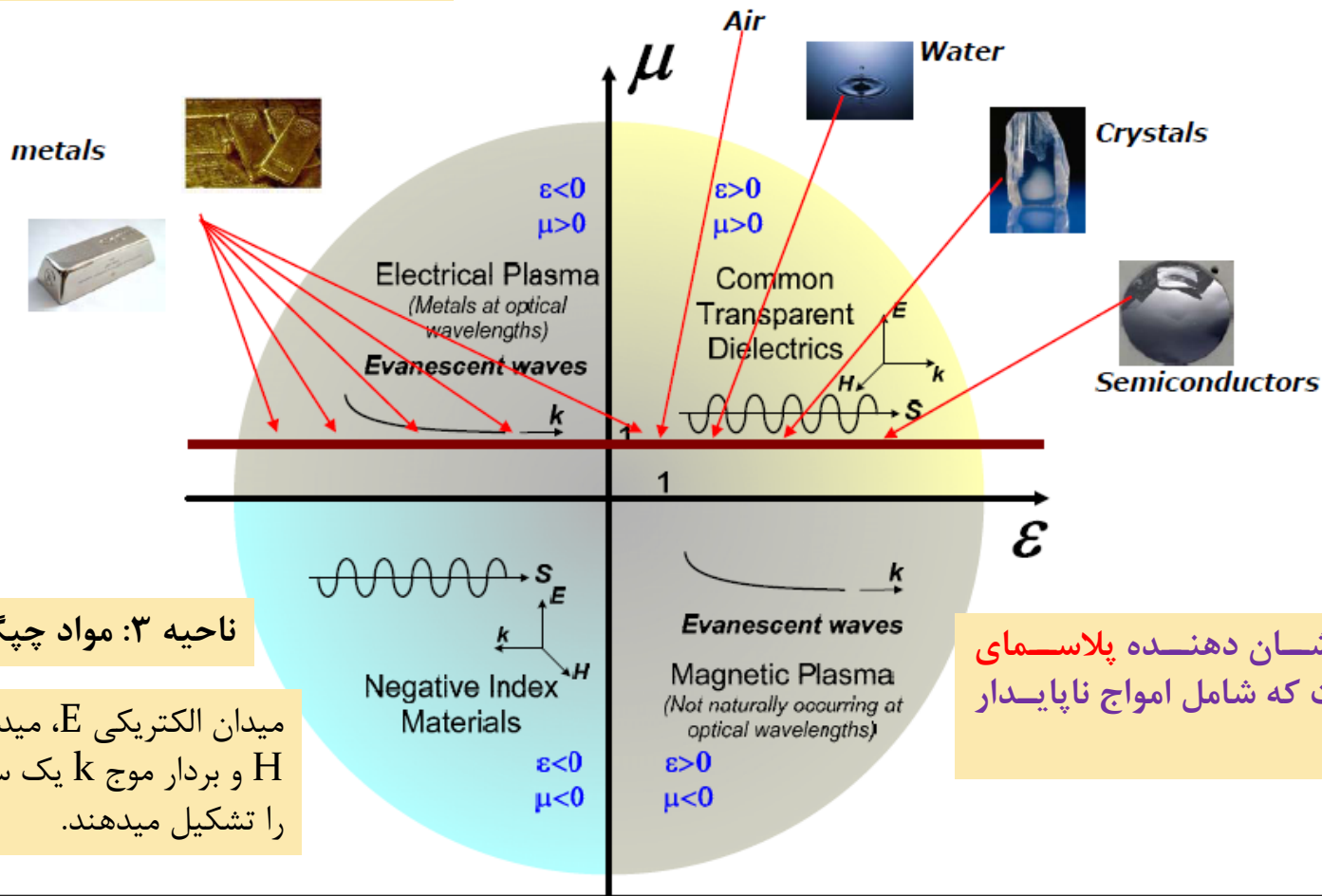
□ گذردهی نسبی و نفوذپذیری نسبی یک ماده به ترتیب با  $\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0$  و  $\mu_r = \mu / \mu_0$  تعریف می شود. در طبیعت، بسیاری از مواد نفوذپذیری  $\mu_0$  و گذردهی بزرگتر از  $\epsilon_0$  دارند.

□ در واقع، فرامواد دری به روی تشخیص همه خواص ممکن مواد با طراحی آرایشهای سلولی مختلف و با استفاده از بستر مواد مختلف باز میکنند.

# Natural Optical Materials

ناحیه ۲: نشان دهنده پلاسمای الکتریکی است که شامل امواج ناپایدار است.

ناحیه ۱: مواد راستگرد (RHM) بردار پوئین تینگ و بردار موج هم جهت هستند

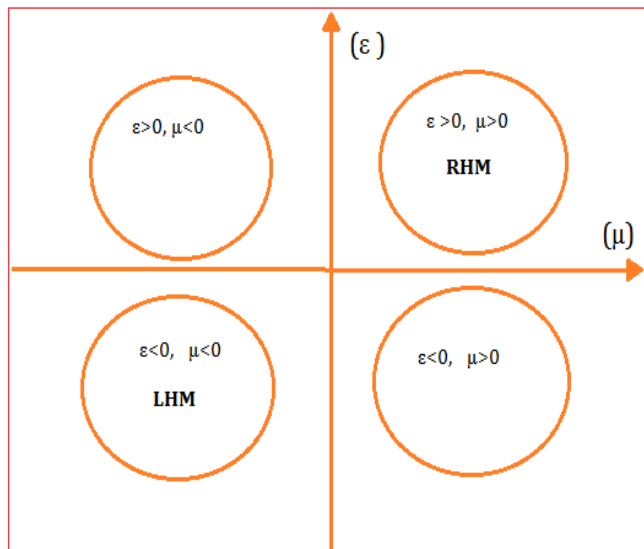


ناحیه ۳: مواد چپگرد (LHM)

میدان الکتریکی  $E$ ، میدان مغناطیسی  $H$  و بردار موج  $k$  یک سیستم چپگرد را تشکیل میدهند.

ناحیه ۴: نشان دهنده پلاسمای مغناطیسی است که شامل امواج ناپایدار است.

# Natural Optical Materials



□ ربع اول که است، نشان دهنده مواد راستگرد (RHM) است که امواج در این مواد در جهت مستقیم انتشار می یابند. طبق معادلات ماکسول، میدان الکتریکی  $E$ ، میدان مغناطیسی  $H$  و بردار موج  $K$  یک سیستم راستگرد را تشکیل می دهند.

بنابراین ضریب شکست این مواد مثبت و بردار پوئین تینگ و بردار موج هم جهت هستند.

□ ربع سوم به مواد چپگرد (LHM) مشهورند، که توسط Veselago در سال ۱۹۶۸ پیشنهاد شد، شامل امواج منتشرشده معکوس هستند.

در LHM، میدان الکتریکی  $E$ ، میدان مغناطیسی  $H$  و بردار موج  $k$  یک سیستم چپگرد را تشکیل میدهند. ضریب شکست این مواد منفی و بردار پوئین تینگ و بردار موج برخلاف مواد راستگرد در جهت عکس یکدیگر هستند.

❖ طبیعی ترین مواد تنها در نقاط خاص روی خط  $\mu_0 = \mu$  و  $\epsilon \geq \epsilon_0$  قرار دارند، و به ندرت پلاسمای الکتریکی و مغناطیسی طبیعی در قسمت های بسیار کوچک در ربع دوم و چهارم رخ می دهد.

❖ بسیاری از خواص مواد با استفاده از فرامواد، حتی برای RHM می تواند تشخیص داده شود.

❖ در یک دوره زمانی طولانی، **فرامواد**، LHM، مواد ضریب شکست منفی (NIM)، مواد دو منفی (DNG)، و **مواد وارون** همگی با شرایط یکسان در نظر گرفته می شدند. هرچند، آنها معانی مختلفی دارند.

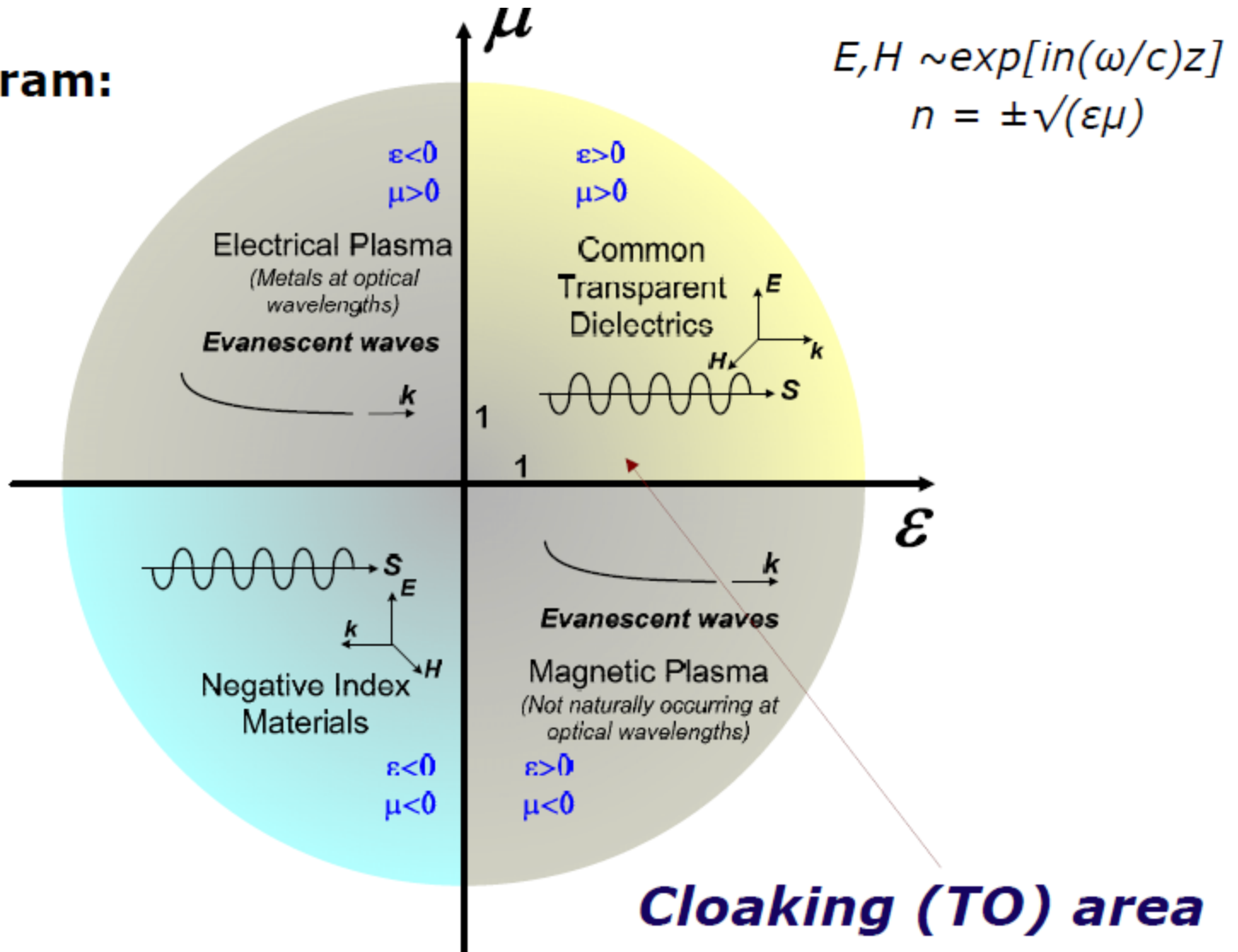
❖ در محدوده  $\epsilon = -\mu$ ، خطوط و نقاطی نشان دهنده خواص مواد ویژه است. به عنوان مثال، نقطه  $\mu = -\mu_0$  و  $\epsilon = -\epsilon_0$  نشان دهنده ناحیه ضد هوایی LHM است، که تولید یک لنز کامل می کند.

❖ نقطه  $\mu = 0$  و  $\epsilon = 0$  نشان دهنده یک **نقطه پوچ** است، که می تواند یک **اثر تونل زنی کامل** ایجاد کند.

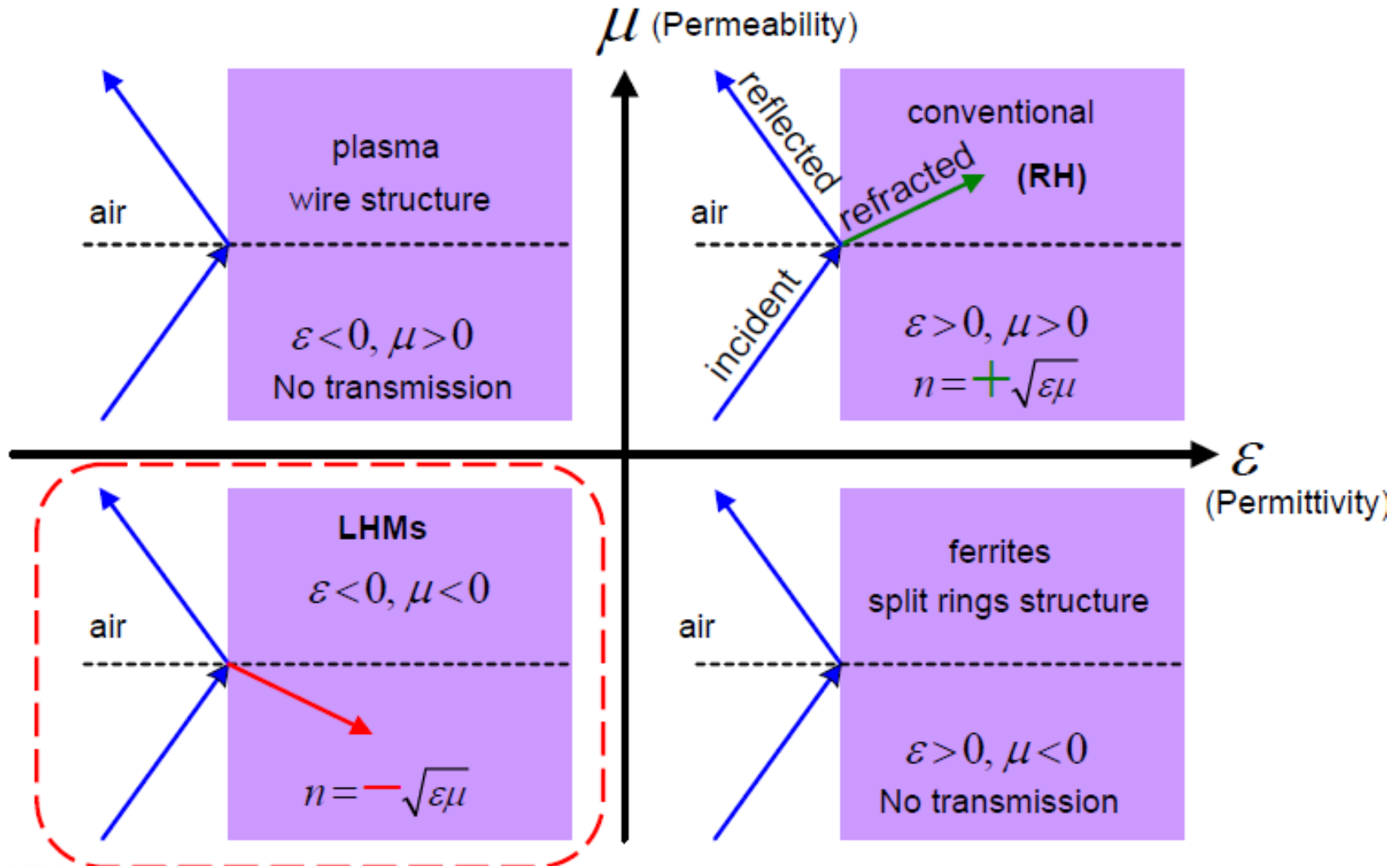
خط  $\epsilon = \mu$  هم در ناحیه RHM و هم در ناحیه LHM نشان دهنده **مواد تطبیق امپدانس** است، که تطبیق کامل امپدانس با هوا دارد، در نتیجه بدون بازتاب است. همچنین، در مجاورت  $\mu = 0$  به عنوان مواد صفر نزدیک به  $\mu$  (MNZ)، و مجاورت  $\epsilon = 0$ ، به عنوان مواد صفر نزدیک به  $\epsilon$  (ENZ)، شناخته می شود که خصوصیات ویژه ای دارد.

# Materials & Metamaterials

$\epsilon, \mu$  diagram:



# What is a Left-Handed Metamaterial?

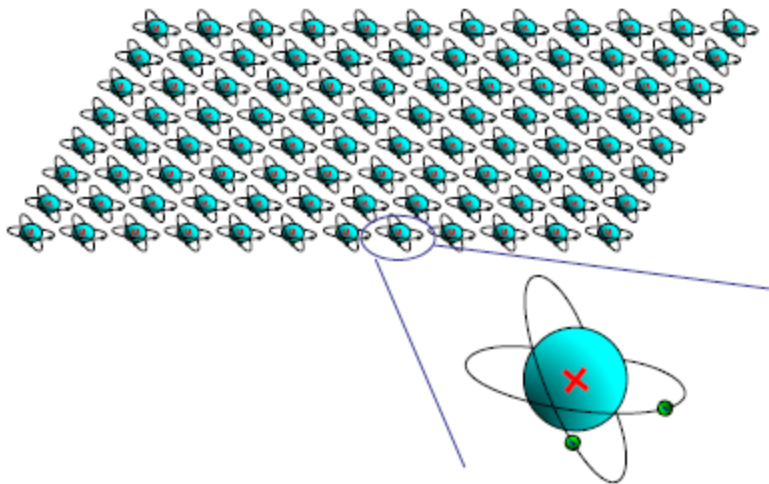




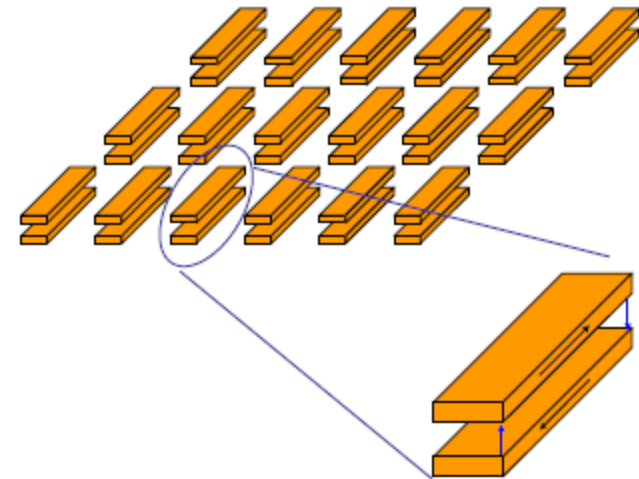
# What is a metamaterial?

**Metamaterial is an arrangement of artificial structural elements, designed to achieve advantageous and unusual electromagnetic properties.**

**μετα = meta = beyond (Greek)**



**A natural material with its atoms**



**A metamaterial with artificially structured "atoms"**

# Photonic crystals vs. *Optical metamaterials*: connections and differences

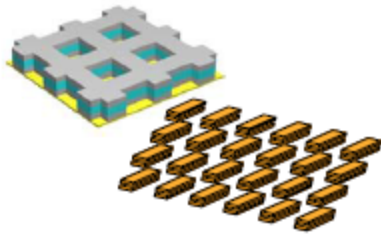


$a \ll \lambda$ .

Effective medium  
description using  
Maxwell equations with  
 $\mu, \epsilon, n, Z$

*Example:*

*Optical crystals*  
*Metamaterials*

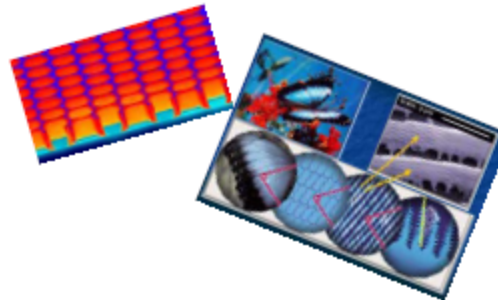


$a \sim \lambda$ .

Structure dominates.  
Properties determined  
by diffraction and  
interference

*Example:*

*Photonics crystals*  
*Phased array radar*  
*X-ray diffraction optics*



$\infty$

$a/\lambda$

$a \gg \lambda$ .

Properties described  
using geometrical optics  
and ray tracing

*Example:*

*Lens system*  
*Shadows*

در واقع، فرامواد ویژگی‌های بیشتری، فراتر از آنچه در شکل ۱-۱ نشان داده شده است، دارد. فرامواد بسته به نیازهای مختلف می‌تواند به عنوان ناهمسانگرد ضعیف و قوی طراحی گردد. همان‌طور که اشاره شد، در فرامواد ضریب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی هر دو منفی است. انتخاب نوع  $\epsilon$  و  $\mu$  تناقضی با نوع فرامواد ندارد و قانون ضریب شکست منفی را تغییر نمی‌دهد. در اپتیک ضریب شکست یک ماده به‌طور معمول با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$n = \frac{c}{v}$$

در رابطه فوق  $c$  سرعت نور در خلا و  $v$  سرعت موج تخت الکترومغناطیسی در محیط است. با استفاده از معادلات ماکسول می‌توان نشان داد که ضریب شکست یک محیط به صورت زیر به گذردهی الکتریکی و مغناطیسی نسبی آن ماده مربوط است و طبق قانون اسنل ضریب شکست مواد از رابطه  $n$  زیر بدست می‌آید:

$$n = \sqrt{\mu\epsilon}$$

اما در این قانون که شامل مواد طبیعی است علامت ضریب شکست مثبت است. ماده معمولی دارای ضریب شکست مثبت است. این نوع مواد (مثل آب، شیشه و...) پرتو را در همان راستای حرکتش جابجا می‌کنند. اما مواد با ضریب شکست منفی پرتو را در خلاف جهت حرکتش جابجا می‌کند.

گذردهی الکتریکی و مغناطیسی نشان دهنده پاسخ میکرواستریپ یک محیط همگن به میدان الکتریکی و مغناطیسی اعمالی است. همه مواد علی پاشنده هستند یعنی گذردهی الکتریکی و مغناطیسی نسبی در آنها تابع مختلطی از فرکانس است.

اکثر مواد پاسخ الکتریکی خوبی در گستره وسیعی از فرکانس-ها (رادیویی تا فرابنفش) دارند ولی پاسخ فرکانسی مواد معمولاً به فرکانس پایین میکرو موج مربوط می-شود. دلیل این امر آن است که مغناطش معمولاً ناشی از جفت-نشدگی اسپین الکترونها و یا جریان مداری الکترون-هاست، که برانگیختگی دسته جمعی اینها معمولاً در فرکانس-های پایین رخ می-دهد.

آیا می-توانیم علامت منفی را همراه با علامت مثبت به رابطه ۱-۲ اضافه کنیم؟ برای پاسخ به این سوال ابتدا باید ببینیم فرامواد مواد چه تفاوتی با مواد طبیعی دارند و چگونه این مواد می-تواند وجود داشته باشد. برای این منظور ابتدا بهتر است قوانین ماکسول را مورد-بررسی قرار دهیم.

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$[k\vec{E}] = \mu \frac{\omega}{c} \vec{H}$$

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$[k\vec{H}] = -\varepsilon \frac{\omega}{c} \vec{E}$$

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

از معادله ۱-۳ می-توان نتیجه گرفت که بردارهای  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{k}$  از یک قانون راست-گرد پیروی می-کنند و این قانون برای مقادیر مثبت  $\mu$  و  $\epsilon$  است. اما یک قانون چپ-گرد برای مقادیر منفی  $\mu$  و  $\epsilon$  وجود دارد، به همین دلیل فرامواد با ضریب منفی بارها به عنوان مواد چپ-گرد شناخته می-شوند.

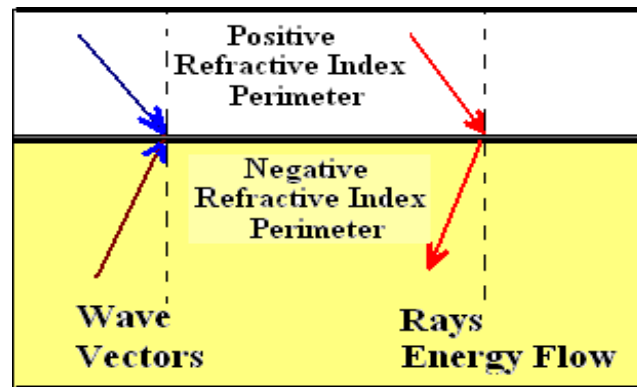
همیشه یک قانون راست-گرد برای بردارهای  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{E}$  شکل داده می-شود. جهت بردار فاز  $V_{ph}$  امواج با جهت بردار فاز  $K$  منطبق است و از طرفی جهت سرعت گروه  $V_{gr}$  با جهت بردار پوئین-ینگ یکسان است.

اما زمانی که  $\mu$  و  $\epsilon$  منفی است، مشاهده می‌شود که سرعت فاز و سرعت گروه موازی نبوده و در جهت عکس یکدیگرند. بنابراین بیان معکوس را پی می‌گیریم: زمانی که سرعت فاز و سرعت گروه یک محیط ایزوتروپیک در جهت خلاف موازات یکدیگرند، محیط با مقادیر منفی  $\mu$  و  $\epsilon$  ایجاد می‌شود. سرعت فاز و سرعت گروه غیر موازی هم مستقیماً از قانون اسنل پیروی می‌کند.

وقتی نور به طور مایل، از محیطی وارد محیط دیگر می‌شود به دلیل تفاوت ضریب شکست، امواج الکترومغناطیسی در فصل مشترک دو محیط با ضرایب شکست  $n_1$  و  $n_2$  تغییر می‌کنند، که از قانون اسنل، پیروی می‌کنند.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

در اینجا  $\theta_1$  و  $\theta_2$  به ترتیب زوایای تابش و منعکس شده هستند. جهت امواج منعکس شده وابسته به علامت  $n_2$  می-باشد. با فرض اینکه  $n_1 > 0$  باشد، آنگاه شکست مثبت فرض می-شود، وقتی  $n_2 > 0$  باشد و شکست منفی است، زمانی که  $n_2 < 0$  باشد. اگر نور از یک محیط با ضریب شکست مثبت وارد یک محیط با ضریب شکست منفی شود، نور در جهت دیگر خط عمود بر مرز دو محیط شکسته می-شود. شکل ۱-۲ این پدیده را نشان می-دهد. همان-طور که مشاهده می-شود بردار موج و انرژی در جهت عکس هم هستند، حال آنکه در مواد طبیعی که ضریب شکست مثبت دارند این دو بردار هم جهت هستند.



شکل ۱-۲: شکست نور در مرز بین دو محیط با ضریب شکست مثبت و منفی

این نوع انتشار نتیجه-ی جهت معکوس بردارهای سرعت گروه و سرعت فاز آن است. از ملاحظات بالا دریافت می-شود که ضریب شکست یک کمیت اسکالر است و تابع مختصات زمان و مکان نیست.

لازم است که توجه داشته باشیم که  $\mu$  وابسته به فرکانس است، اما اگر وابستگی به فرکانس حذف شود انرژی میدان

$$W = \epsilon E^2 + \mu H^2$$

زمانی که  $\mu$  و  $\epsilon$  منفی است، منفی می-شود. زمانی که توزیع فرکانس وجود دارد، انرژی باید متفاوت نوشته شود.

$$W = \frac{\partial(\omega\epsilon)}{\partial\omega} E^2 + \frac{\partial(\omega\mu)}{\partial\omega} H^2$$

این توصیف برای یک گروه خیلی وسیع از معادلات برای  $\epsilon(\omega)$  و  $\mu(\omega)$  مثبت است. به عنوان مثال  $W$  مثبت می-شود زمانی که:



برای نمونه خاص  $A_\varepsilon^2 = A_\mu^2$ ، رابطه جالب زیر به دست می-آید:

$$\frac{c}{v_{gr}} + \frac{c}{v_{ph}} = 2$$

برای امواجی که در محیط - با ضریب شکست منفی قرار دارند، بردار موج علامت منفی دارد، هر چند در محیط-های با تلفات، بردار موج مختلط می-شود. بنابراین در این محیط-ها روابط  $\varepsilon$  و  $\mu$  به صورت زیر خواهند بود:

$$\varepsilon = \varepsilon' + j\varepsilon''$$

$$\mu = \mu' + j\mu''$$

و عدد موج برابر است با:

$$K = K' + jK'' = \frac{\omega}{c} \sqrt{(\varepsilon' + j\varepsilon'')(\mu' + j\mu'')} = \frac{\omega}{c} \sqrt{(\mu'\varepsilon')} \left[ 1 + \frac{j}{2} \left( \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} + \frac{\mu''}{\mu'} \right) \right]$$

برای تغییر علامت در قسمت موهومی بردار موج، لازم است تغییر علامت در قسمت موهومی  $\varepsilon$  و  $\mu$  داده شود و این وابسته به انتقال موج از محیط با ضریب شکست مثبت به یک ماده با ضریب شکست منفی است. اکنون سوال این است که در چه نوع ماده-ای می-توانیم شکست منفی را مشاهده کنیم؟

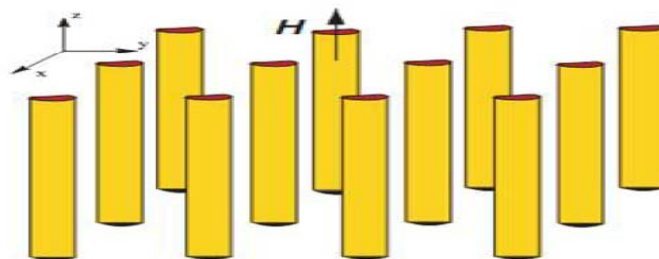
## ۱-۳ مواد با گذردهی الکتريکی منفي

ساخت آزمایشگاهی مواد با ضریب شکست منفي در ناحیه-ی فرکانسی نوری با استفاده از ترکیب دو ساختار متناوب امکان-پذیر است. به تازگی با استفاده از یک محیط گازی و با استفاده از پدیده-ی شفافیت الکترومغناطیس القائیده، تحقق فیزیکی این مواد در ناحیه-ی فرکانس-های اپتیکی امکان-پذیر شده است. مواد با ضریب شکست منفي را می-توان در ساخت سطوح با بازتابندگی بسیار اندک و عدسی های کامل با توان تفکیک در حد زیر طول موج به کار برد .

اکثر فلزات در فرکانس-های نوری گذردهی الکتريکی منفي دارند. آرایه-ای از سیم-های فلز نازک بی-نهایت دراز که در آرایه-ی تناوبی مربعی قرار گرفته-اند، می-تواند در فرکانس-های پایین گذردهی الکتريکی منفي داشته باشند.

## ۱-۴ مواد با گذردهی مغناطیسی منفی

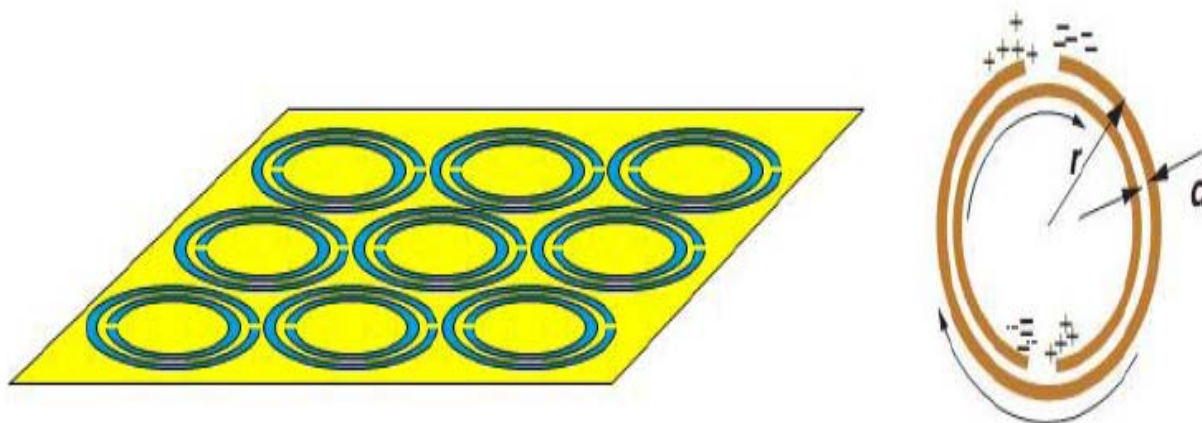
اکثر مواد از خود خاصیت دیامغناطیسی نشان می-دهند. اگر میدان الکترومغناطیسی وارد محیطی شامل آرایه-های مربعی با پریود  $a$  از استوانه-های فلزی با شعاع  $r$  شود، جریان-های سطحی دایره-ای ایجاد شده و در سطوح استوانه باعث کاهش شار مغناطیسی ایجاد شده در داخل استوانه-ها می-شود. بنابراین محیط در مقابل میدان اعمالی رفتار دیامغناطیسی از خود نشان می-دهد. با فرض بزرگ بودن طول موج میدان در برابر ابعاد شبکه می-توان محیط را همگن در نظر گرفت.



شکل ۱-۳ آرایه مربعی مربعی با پریود  $a$  از استوانه-های فلزی با شعاع  $r$  که در صورت تشدید، میدان در خلاف جهت آن ایجاد می-شود.

در این محیط فقط اثر القایی وجود دارد

در این محیط فقط اثر القایی وجود دارد ولی اگر به این محیط عنصر خازنی هم اضافه شود می-توان با تشدید مدار LC ایجاد شده جریان زیادی تولید کرد که نه تنها میدان اعمالی را خنثی نمی-کند بلکه میدان خالصی در خلاف جهت آن ایجاد می-کند. بنابراین گذردهی مغناطیسی موثر آرایه-ای از تشدیدگرهای حلقه-ای مجزا می-تواند منفی باشد.



شکل ۱-۴ آرایه-ای از تشدیدگرهای حلقه-ای مجزا با ضریب گذردهی منفی

Pendry یک ساختار دست-ساز با سیم-های فلزی و حلقه های تشدید هم محور فلزی ایجاد کرد و بنابراین محیطی مرکب از سیم-های فلزی نازک با  $\epsilon < 0$  و SRR با  $\mu < 0$  محیطی با ضریب شکست منفی ایجاد می-کند. این ترکیب در شکل ۱-۵ نمایش داده شده است. محاسبات و آزمایش-های انجام شده نشان داد که بر هم کنش بین دو سیستم به جابجایی فرکانس تشدید و افزایش میرایی محیط منجر می-شود.



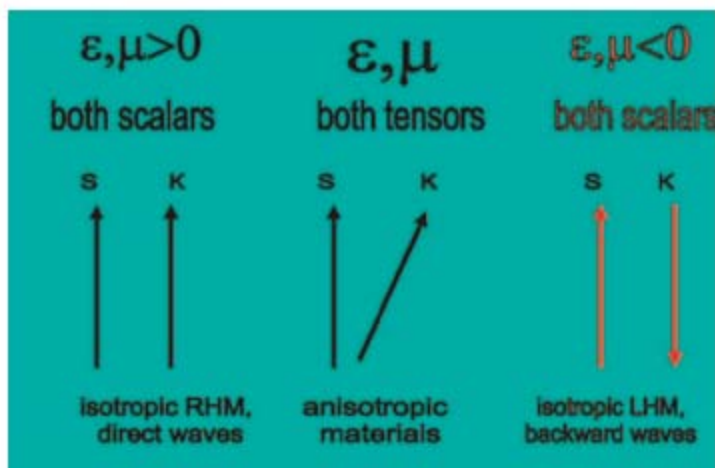
**شکل ۱-۵: آرایه پیشنهادی برای مواد با ضریب شکست منفی.**

در این شکل سیم-های راست آنتن-هایی است که به عنوان یک میدان الکتریکی است و حلقه-ها، آنتن-های است که به عنوان میدان مغناطیسی عمل می-کنند. جهت-های غیرموازی بردارهای سرعت فاز و گروه شرایط حساس برای شکست منفی است، چنان که جهت-های غیرموازی وابسته به امواج وارون و یا سرعت گروه منفی است.

فاکتور منفی در ضریب شکست برای شکست امواج وارون و شکست مثبت برای شکست امواج مستقیم استفاده می-شود. هر چند استفاده از مقادیر منفی  $\mu$  و  $\epsilon$  تنها روشی است که امواج وارون را نتیجه می-دهد و بدین وسیله شکست منفی حاصل می-شود، اما امواج وارون در بسیاری از سیستم-هایی که نمی-توانند با گذردهی و نفوذپذیری منفی و در نتیجه ضریب منفی شکست توصیف شوند، وجود دارد. امواج وارون موجود در وسیله-های الکترونیکی خلا یک مثال نوعی است. همچنین مدتها قبل امواج وارون در خطوط انتقال مشاهده شده است، شکست منفی در این ساختار تک-محوری نمی-تواند بدست آید، اما قضایای منفی که اخیراً " برای LHMها در انتقال دوبعدی و سه بعدی مطرح شده است از مدارات LC می-تواند بدست آید. یکی از تلاشهای قابل توجه برای بدست آوردن مواد با شکست منفی، براساس مغناطیس نیمه-های  $Cr_2Se_4$  انجام شده است.

روابط بین امواج وارون و شکست منفی برای اولین بار توسط SHUTER در سال ۱۹۰۴ و در سال ۱۹۴۴ جزئیات بیشتر آن توسط Mandelstam مطرح شد. هم SHUTER و هم Mandelstam به کار LAMB اشاره کردند. ساختار Mandelstam معادلات فوتونی در محیط دوبعدی و سه-بعدی با  $\mu$  و  $\epsilon$  و در نتیجه  $n$  منفی است. همچنین POKLINGTON یک مدل مکانیکی خطی که می-تواند امواج وارون ایجاد کند، بررسی کرد.

انتشار پرتوهای مشاهده شده در بلور وابسته به انتشار پرتو در شکست منفی است، اما خواص مواد با یک ضریب شکست اسکالر  $n$  نمی-تواند توصیف شود. به این دلیل که ضریب گذردهی الکتریکی  $\epsilon$  یک تانسور است. بنابراین شکست منفی ممکن است بدون ضریب منفی اتفاق بیفتد. این نمونه ضریب شکست منفی گوس نامیده می-شود. در بکار بردن کلمه-ی امواج وارون باید توجه و دقت بیشتری شود و این کلمه را زمانی که  $\epsilon$  و  $\mu$  (و بنابراین سرعت فاز و گروه) در خلاف جهت هم هستند، بکار-بریم. همچنان که در شکل ۱-۶ نشان داده شده است. هر چند تعریف وسیعتری در امواج راست (عمودی) و وارون وجود دارد.



شکل ۱-۶: شمایی از امواج مستقیم و وارون.

زمانی که حاصل ضرب اسکالر سرعت فاز و گروه مثبت است:

$$\vec{v}_{ph} \cdot \vec{v}_{gr} > 0$$

امواج وابسته به عنوان موج مستقیم تعریف می شوند و زمانی که

$$\vec{v}_{ph} \cdot \vec{v}_{gr} < 0$$

آنگاه یک موج معکوس خواهیم داشت.

به دلیل مشکلات تکنولوژی ایجاد NIMها با خواص الکترودینامیکی، ساخت این مواد و کشف کاربردهای آن، علاقه زیادی به خود جذب کرده است. برای مثال VALENJUETAL می-گوید که شکست منفی برای سرعت فاز وجود دارد و قوانین معمولی شکست برای سرعت گروه حفظ می-شود. در آن زمان قابل تشخیص نبود که تفاوت جهت سرعت فاز و گروه برای اپتیک-های محیط ایزوتروپیک است که نمی-تواند با ضریب شکست اسکالر تشخیص داده شود، این اشتباه ناشی از معکوس بودن جهت سرعت گروه و جهت نرمال سطح ثابت امواج مدوله شده بود.



## ۱-۵ فرامواد و تکنولوژی-ای وابسته

فرامواد با توجه به خواص بسیار جالبشان مورد توجه قرار گرفتند و تحقیقات انجام شده در این زمینه نشان می-دهد که این ماده-ی با ارزش کاربردهای گسترده-ای دارد. بنابراین، خلاصه-ای از مهم-ترین مسائل مربوط به توسعه این مواد و آینده-ی فرامواد از جمله انتقال نوری، تئوری محیط موثر برای ساختارهای متناوب، پهنای باند کم، فرامواد کم-تلف، طراحی سریع فرامواد و کاربردهای بالقوه-ی این مواد را ذکر می-کنیم. همچنین تاثیر الکترومغناطیس-های محاسباتی در فرامواد، به طور خلاصه مورد بحث قرار می-گیرد.

### ۱-۵-۱ انتقال نوری و کنترل امواج الکترومغناطیسی

مزیت بزرگ فرامواد، تحقق پارامترهای مواد، شامل پارامترهایی است که در طبیعت در دسترس نیست، که با تنظیم آرایش سلولی و ترکیب شیمیایی آن حاصل می-شود. در این بخش به دو سوال پاسخ می-دهیم: فرامواد به چه پارامترهای نیاز دارند؟ چگونه پارامترهای فرامواد را انتخاب کنیم؟ در برخی موارد، می-توانیم راه-حل را به راحتی با استفاده از تئوری شناخته شده و اپتیک هندسی، مانند لنز کامل و فوق کامل و شیب شاخص شکست لنز به دست آوریم.

انتقال نوری یا اپتیک انتقال، یکی از مهمترین روش‌ها در توسعه فرامواد است. بر اساس اصل تغییرناپذیری معادلات ماکسول، دگرگونی‌های نوری با دقت در اشکال مشابه مشتق می‌شود. انتقال نوری ایجاد یک پل بین عملکرد دستگاه و خواص مواد می‌کند. به عنوان مثال، اگر کسی بخواهد یک نامرئی‌ساز کروی ایجاد کند که بتواند اشیاء را در درون آن پنهان کند، می‌تواند از پارامترهای مواد مورد استفاده در انتقال نوری بهره گیرد همچنان‌که

$$\varepsilon_r = \mu_r = \frac{b}{b-a} \frac{(r-a)^2}{r^2}, \quad \varepsilon_\theta = \mu_\theta = \frac{b}{b-a}, \quad \varepsilon_\phi = \mu_\phi = \frac{b}{b-a},$$

که در آن  $a \leq r \leq b$

، و  $a$  و  $b$  به ترتیب شعاع داخلی و خارجی سطوح کروی نامرئی‌ساز هستند. ظاهراً نامرئی‌ساز کروی نیازمند ناهمسانگرد دو محوری در سیستم مختصات کروی، و سه جزء از گذردهی و نفوذپذیری است که روابط ۱-۱۴ تا ۱-۱۶ را برآورده می‌کند. از این معادلات، همچنین متوجه می‌شویم که نامرئی‌ساز برای حذف هر نوع بازتاب، از مواد با تطبیق امپدانس استفاده می‌کند.

از این رو، انتقال نوری را قادر به تغییرات مستقیم امواج الکترومغناطیسی می-سازد و یک ابزار قدرتمند برای طراحی دستگاه-های جدید و پیچیده ارائه می-دهد. علاوه بر این نامرئی-ساز، انتقال نوری را برای تولید مراکز الکترومغناطیسی نیز استفاده می-کند که می-تواند امواج الکترومغناطیسی را در یک ناحیه-ی کوچک محصور، متمرکز کند، ترانسفورماتور شکل-موج که می-تواند امواج استوانه-ای را به امواج صفحه-ای برای ایجاد آنتن-هایی با گین بالا تبدیل کند؛ ساختار موج خمیده-ی الکترومغناطیس که امواج را در جهت مورد نظر خمیده می-کند.

## ۱-۵-۲ ذرات مصنوعی همگن و تئوری محیط موثر

انتقال نوری پلی بین عملکرد دستگاه و پارامترهای مواد ایجاد می-کند. به منظور تحقق بخشیدن به عملکرد دستگاه، هرچند، یک شکاف دیگر بین پارامترهای مواد و ساختارهای واقعی فرامواد وجود دارد. همانطور که قبلا ذکر شد، فرامواد از ساختارهای تناوبی یا غیرتناوبی با سلول-های واحد زیر طول موج تشکیل شده است. اکنون دو سوال مطرح می-کنیم: آیا ساختار تناوبی با سلول واحد زیر طول موج، معادل محیط همگن موثر است؟ چگونه پارامترهای محیط موثر در ساختار تناوبی موردنظر تعیین می-شود؟ راه-حل چنین پرسش-هایی، نقاط کلیدی برای ذرات همگن مصنوعی و تئوری محیط موثر است.

در ساختار تناوبی فرامواد، اجزاء مصنوعی با اندازه-ی زیر طول موج جایگزین اتم-ها و مولکول-های مواد معمولی می-شود. از آنجا که مقیاس این اجزاء بسیار کوچکتر از طول موج می-باشد، توضیحات در ابعاد ماکروسکوپی معتبر است. در ساختار تناوبی همگن فرامواد، میدان-های الکترومغناطیسی ماکروسکوپی با میانگین میدانهای محلی تعیین می-شود. از میدان-های متوسط، گذردهی و نفوذپذیری میانگین بیشتر تعریف می-شود. روش میدان-های متوسط فوق، می-تواند برای همگن کردن هر ساختار متناوبی با شکل دلخواه واحد سلول-های زیر طول موج بکار برده شود.

با این حال، نفوذپذیری و گذردهی متوسط تنها نشان دهنده-ی پاسخ ذرات، و یا خواص محلی است و از این رو نمی-تواند به عنوان پارامترهای ماده-ی موثر محیط موثر مورد استفاده قرار گیرد. در واقع، گذردهی و نفوذپذیری متوسط مشابه پارامترهای ساختمانی در مدل محیط **Drude-Lorentz** هستند، که در محدوده-های استاتیک و شبه-استاتیک وجود دارند. مدل محیط **Drude-Lorentz** در فرکانس-های مایکروویو و بالاتر صادق نیست. روش بازیابی پارامتر پراکندگی (**S**) یک رویکرد دقیق را برای بدست آوردن عوامل موثر ساختمانی نشان می-دهد. این یک روش مبتنی بر روش عددی یا تجربی است، که در آن پارامترهای **S** (ضرایب انعکاس و انتقال) از ساختار تناوبی برای استخراج گذردهی و نفوذپذیری موثر استفاده می-کند.

اگر چه روش بازیابی پارامتر  $S$  پارامترهای دقیق ماده را تامین می-کند، اما این پارامتر عددی و یا تجربی است و از این رو برای استفاده در طراحی فرامواد دشوار است. مدل محیط **Drude-Lorentz** به شکل ساده-ای بیان می-شود، اما از آنجایی که تنها پاسخ ذرات را شامل می-شود، نادرست است. اتصال متقابل در میان سلول-های واحد مختلف، و یا پراکندگی فضایی، در نظر گرفته نشده است. به منظور ایجاد ارتباط بین پاسخ ذرات و رفتارهای سیستم به صورت ماکروسکوپی برای فرامواد دست-ساز متشکل از ساختارهای تناوبی، نظریه کلی محیط-های موثر مطرح شده است. بر اساس این نظریه کلی، گذردهی و نفوذپذیری موثر با استفاده از معادلات ماکسول گسسته در ابعاد میکرو، استخراج می-شود. توافق بسیار خوبی بین پیش-بینی-های نظری و نتایج بازیابی پارامتر  $S$  دقت و صحت نظریه کلی را نشان می-دهد.

## 1-3) انواع فرامواد:

1) الکترومغناطیسی (امواج عرضی )

3) لرزه ای (امواج طولی و عرضی )

2) صوتی (امواج طولی)

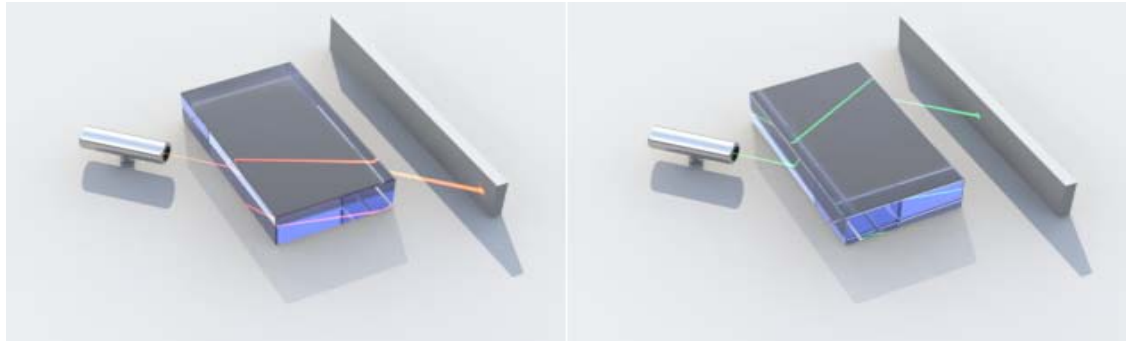
دو زیر شاخه اصلی فرامواد الکترومغناطیسی و صوتی هستند که در هر دوی آنها هدف اصلی ما تغییر و دست کاری مسیر موج است .

در فرامواد الکترومغناطیسی امواج الکترو مغناطیسی مانند نور مرئی و مادون قرمز که این امواج **عرضی** هستند دست کاری می کنیم . در فرامواد الکترو مغناطیسی با کنترل امواج ضریب شکست و نفوذ پذیری منفی ایجاد میکنیم .

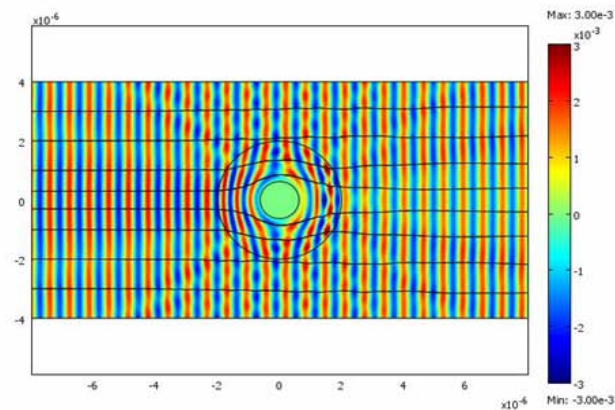
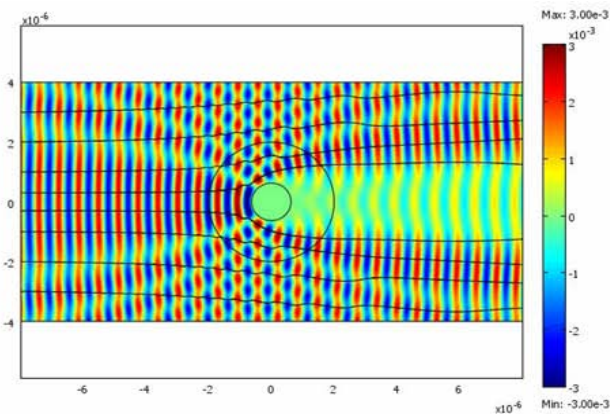
ولی در فرامواد صوتی **امواج طولی** را دست کاری می کنیم .

## 1-3) انواع فرامواد:

فرامواد الکترو مغناطیسی که از آن برای ایجاد ضریب شکست منفی استفاده می شوند .



یکی از کاربردهای اساسی فرامواد الکترو مغناطیسی استفاده کردن در آنتن ها است . که باعث می شود قدرت تابش آنتن افزایش یابد و محدوده فرکانس دو برابر شود .  
و کاربرد دیگر فرامواد الکترو مغناطیسی در نامرئی سازی است .



## 2) تئوری فرامواد

1-2) قانون شکست نور (قانون اسنل) و ضریب شکست:  
از قانون اسنل داریم:

$$N_1 \times \sin(\theta_1) = N_2 \times \sin(\theta_2)$$

$$N = \frac{c}{v_p}$$

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{2\pi/\lambda} = \lambda f$$

$N_x$  = Index of refraction, or refractive index, per subscript material.

$\theta_x$  = Angle of electromagnetic wave incidence, per subscript material.

$c$  = Speed of electromagnetic wave propagation, within a vacuum.

$v_p$  = Speed of electromagnetic wave phase front, within material, not the speed of energy transfer.

$\omega = 2\pi f$  = Radian frequency.     $k$  = Wave number.     $f$  = Frequency.     $\lambda$  = Wavelength.



## 2) تئوری فرامواد

1-2) قانون شکست نور (قانون اسنل) و ضریب شکست:  
ضریب شکست از فرمول زیر محاسبه می شود:

$$N = \pm \sqrt{\epsilon_r \times \mu_r}$$

$N$  = Refractive index <sup>در نهایت:</sup> of material.

$\epsilon_r$  = Relative permittivity of material.

$\mu_r$  = Relative permeability of material.

در نهایت :

$$V_{\text{group}} = \frac{d\omega}{dk}$$

$V_{\text{group}}$  = Group velocity, speed of energy transfer.

## 2) تئوری فرامواد

2-2) تعیین علامت ضریب شکست:

$$N = \pm \sqrt{\epsilon_r \times \mu_r}$$

برای ناحیه 1 (  $\epsilon_r > 0$  and  $\mu_r > 0$  ) داریم:

$$N = + \sqrt{\epsilon_r \times \mu_r}$$

برای ناحیه 2 و 4 (  $\epsilon_r > 0$  and  $\mu_r < 0$  or  $\epsilon_r < 0$  and  $\mu_r > 0$  ) داریم:

$$N = \sqrt{(-1)\epsilon_r \times (+1)\mu_r}$$

$$N = \sqrt{(-1)} \sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}$$

$$N = i \cdot \sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}$$

## 2) تئوری فرامواد

2-2) تعیین علامت ضریب شکست:

$$N = \pm \sqrt{\epsilon_r \times \mu_r}$$

برای ناحیه 3 (  $\epsilon_r < 0$  and  $\mu_r < 0$  ) داریم :

$$N = \sqrt{(-1) \epsilon_r \times (-1) \mu_r}$$

$$N = \sqrt{(-1)} \cdot \sqrt{(-1)} \sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}$$

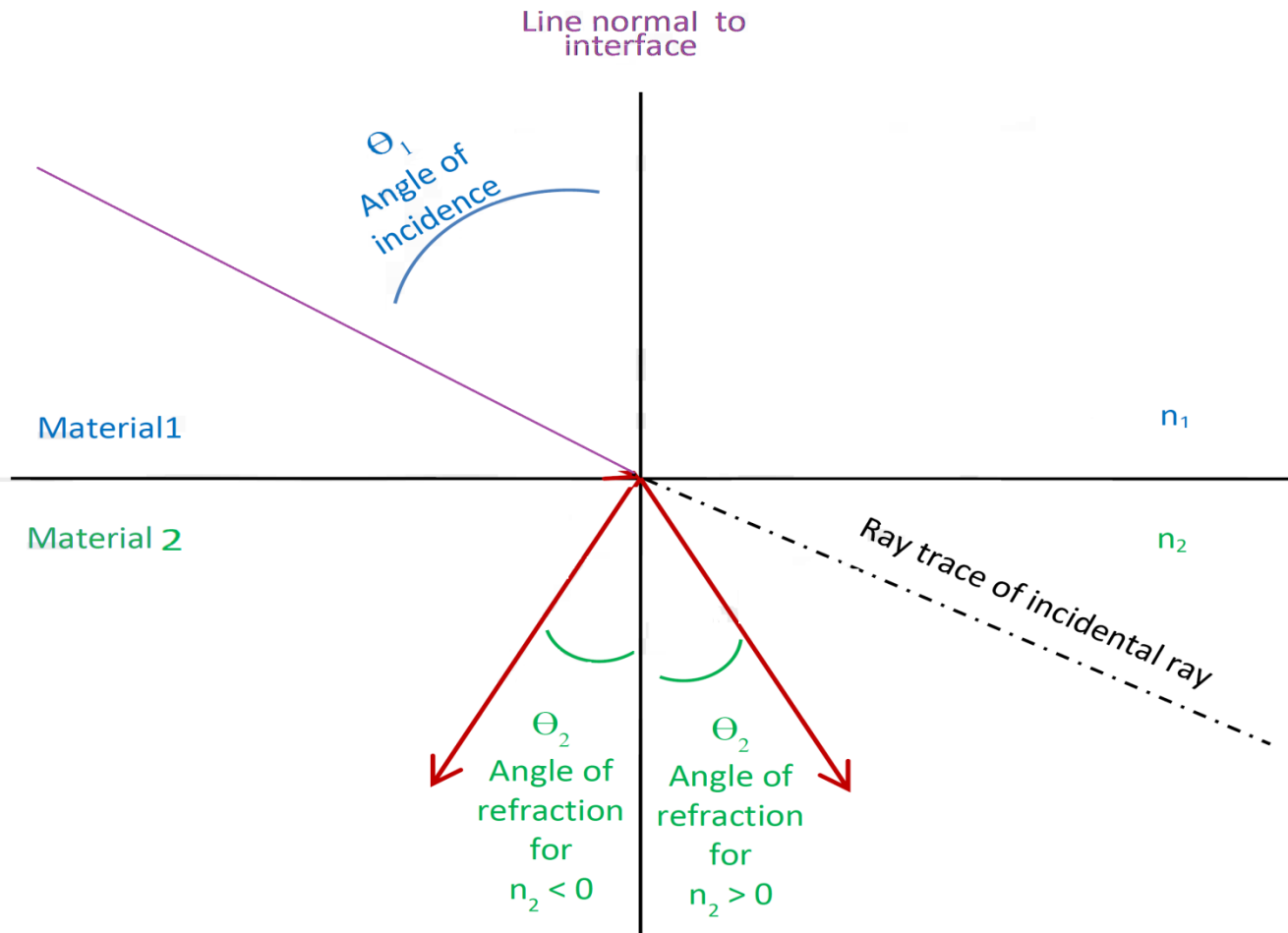
$$N = i \cdot i \cdot \sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}$$

$$N = - \sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}$$

## 2) تئوری فرامواد

3-2) قانون اسنل برای فرامواد:

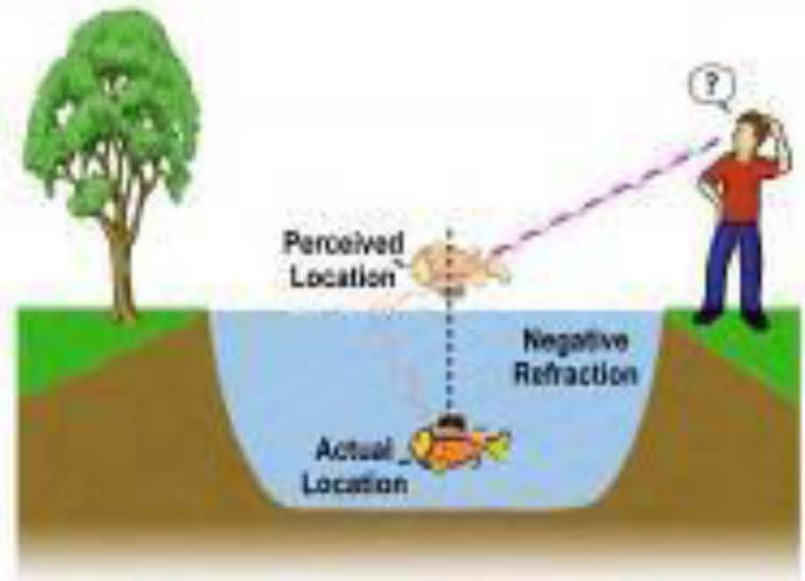
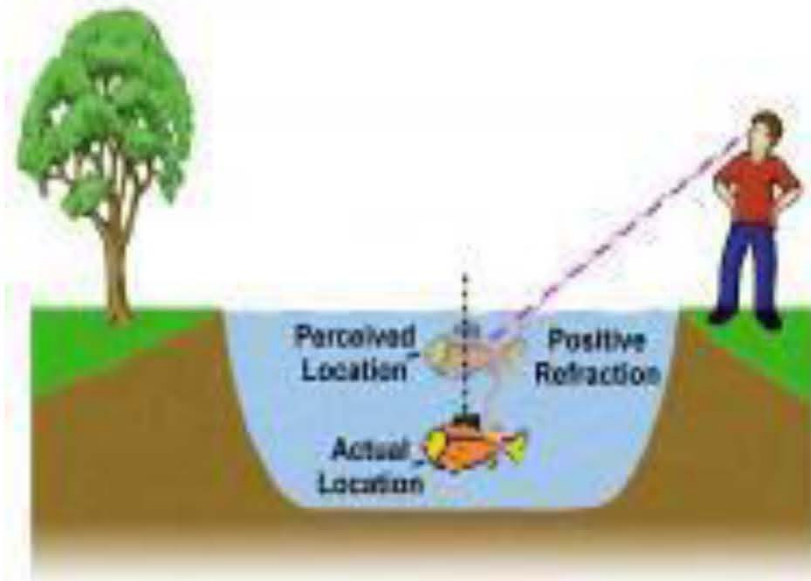
شکست منفی مانند شکل زیر است که به صورت تجربی نیز تایید شده است:



# 2) تئوری فرامواد

## 2-3) قانون اسنل برای فرامواد:

همانطوری که میدانیم وقتی ناظر از بیرون به ماهی در حال شنا نگاه میکنیم به علت پدیده شکست، ماهی بالاتر از مکان حقیقی به نظر میرسد ولی اگر ضریب شکست محیطی که ماهی شنا میکند منفی باشد ماهی خیلی بالاتر از محل واقعی (در محیط ناظر) به نظر می رسد.



## 2) تئوری فرامواد

### 4-2) گذردهی:

استفاده از فرامواد باعث کاهش فرکانس پلاسمون می شود. برای فرامواد در ناحیه 1 و 2 می توان گذردهی موثر را دستکاری کنیم.

$$\epsilon_{\text{eff}}(\omega) = 1 - \left[ \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega} \right]$$

$$\gamma = \frac{1}{\tau}$$

**Drude Formula.**

$\epsilon_{\text{eff}}$  = Effective permittivity

$\omega$  = Radian frequency.

$\gamma$  = Scattering rate.

$\tau$  = Scattering time.

$\omega_p$  = Plasma frequency.

همانطوری که می بینید گذردهی موثر زمانی منفی است که:  $\omega < \omega_p$

## 2) تئوری فرامواد

2-4) گذردهی:

از طرف دیگر فرکانس پلاسما برابر است با:

$$\epsilon_{\text{eff}}(\omega) = 1 - \left[ \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega} \right]$$

**Drude Formula.**

$$\omega_p^2 = \frac{n_{\text{eff}} \cdot e^2}{\epsilon_0 m_{\text{eff}}}$$

$\omega_p$  = Plasma frequency.       $n_{\text{eff}}$  = Effective electron density, of single electron.

$e$  = Electron charge.       $m_{\text{eff}}$  = Effective electron mass, of single electron.

$\epsilon_0$  = Permittivity of free space.

که برای طول موج های بلند ( $\gamma = 0$ ) به طور تقریبی فرمول درود به صورت زیر است:

$$\epsilon_{\text{eff}}(\omega) \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

### 2-5) تشدیدگرهای حلقوی (SRRs):

تشدیدگرهای حلقوی و انواع آن نقش قابل توجهی در تولید مواد دو منفی دارند. پندری اولین کسی بود که پیشنهاد داد از تشدیدگر حلقوی برای به دست آوردن مواد با نفوذ پذیری منفی استفاده کنیم. دوید اسمیت برای اولین بار یک ماده دو منفی با استفاده از SRRs ساخت. اسمیت و همکارانش با مشتق گرفتن از معادله تشدیدگر حلقوی مقدار نفوذ پذیری موثر را به دست آوردن.

$$\mu_{\text{eff}} = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\Gamma}$$

$\Gamma$  = Dissipation factor.

$F$  = Fractional area of unit cell occupied by the interior of the split ring.

$\omega$  = Radian frequency.  $\mu_{\text{eff}}$  = Effective permeability of material.

$\omega_0$  = Technically unanswered, but assumed free space radian frequency.



### 5-2) تشدیدگرهای حلقوی (SRRs):

اسمیت و همکارانش تقریب دیگری از فرکانس پلاسما را به دست آوردند:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{d^2 L \epsilon_0}} \quad (\text{for high conductivity values})$$

$\omega_p$  = Radian frequency.

$d$  = technically unanswered, but may be trace diameter.

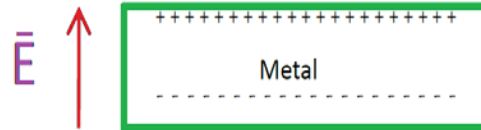
$L$  = Self-inductance per unit length.

$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ Farads/Meter} = \text{Free space permittivity.}$

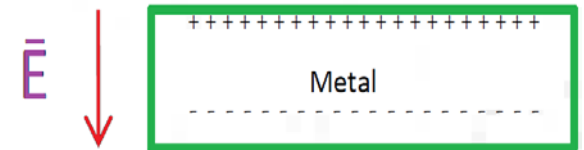
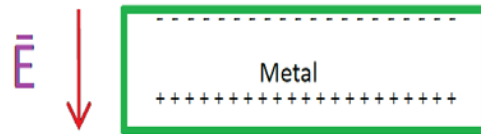
# 2) تئوری فرامواد

## 2-6) فرکانس پلاسما:

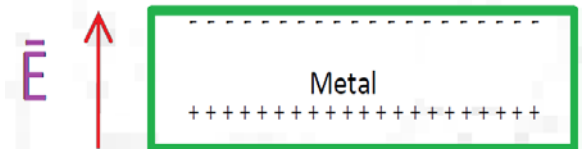
اعمال میدان الکتریکی متناوب در فلزات از طریق نیروی الکترومغناطیسی باعث می شود به طور آنی الکترون از یک سمت به سمت دیگر برود .  
وقتی میدان الکتریکی متناوب به طور سریع شروع به نوسان می کند جرم الکترون تحت تاثیر آن قرار می گیرد .



Low Frequency Effects



Plasma Frequency



فرکانسی که در آن الکترون ها در همان فرکانس نوسان ولی مخالف شارژ دافعه که به طور عادی انتظار می رود باشد فرکانس پلاسما یا فرکانس پلاسما می گویند.  
**این فرکانس معمولا حدود فرکانس فرابنفش رخ می دهد .**

# 2) تئوری فرامواد

## 7-2) مقایسه محیط چپ دست با محیط راست دست :

مواد راست دست به طور طبیعی در طبیعت وجود دارد ولی مواد چپ دست در طبیعت موجود نیست

$$N = \pm \sqrt{\epsilon_r \times \mu_r} \quad (\text{Snell's Law})$$

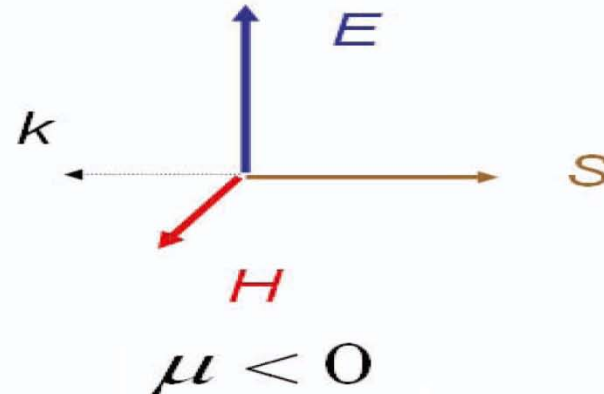
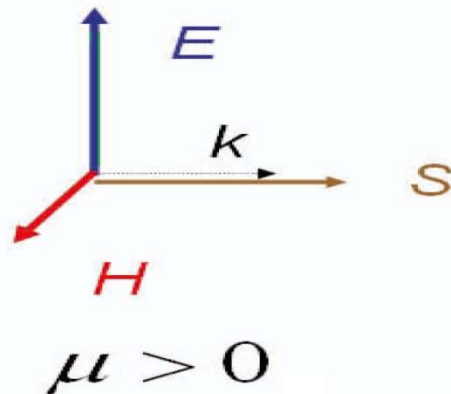
برای مواد  $\epsilon_r > 0$  and  $\mu_r > 0$  بردار پوینتینگ و بردار موج در جهت راست هستند .

$\vec{S}$  = Poynting vector.

$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$   $\Rightarrow$   $\vec{E}$  = Electric field vector

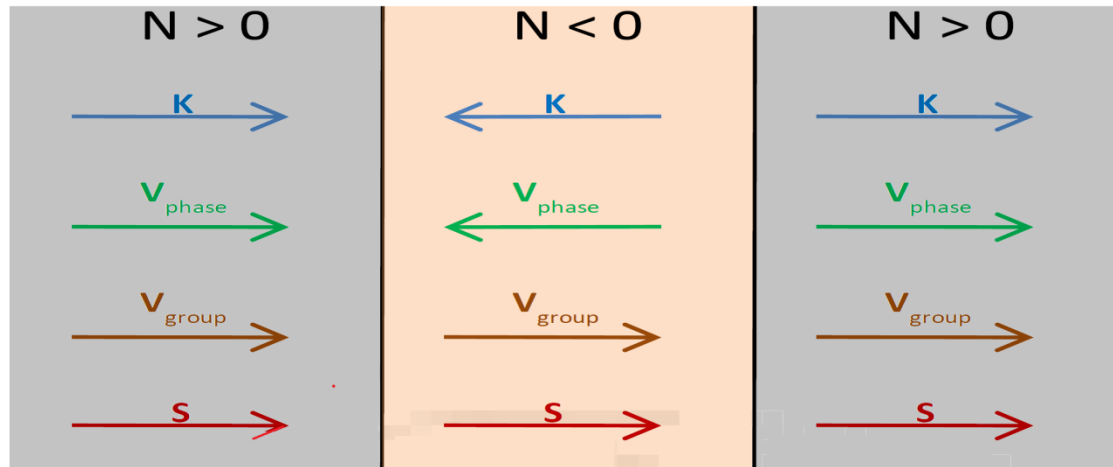
$\vec{H}$  = Magnetic field vector

برای مواد  $\epsilon_r < 0$  and  $\mu_r < 0$  بردار پوینتینگ در جهت راست و بردار موج در جهت چپ است .



## 2) تئوری فرامواد

(7-2) مقایسه محیط چپ دست با محیط راست دست :



Where:

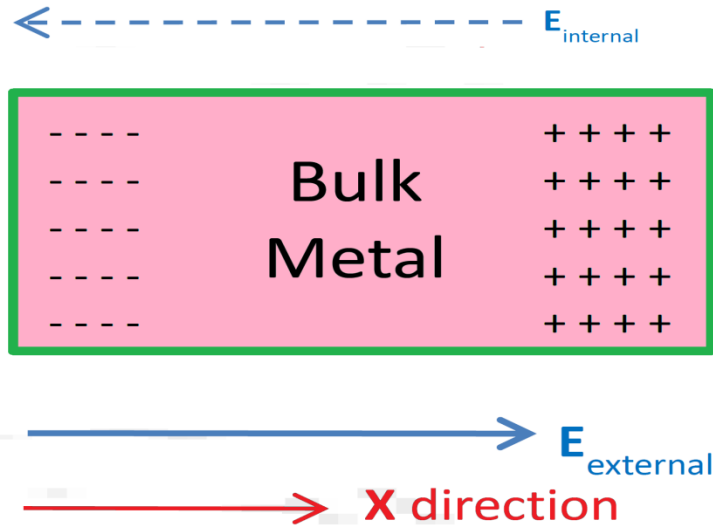
- $N$  = Index of refraction.
- $K$  = Wave vector, or K vector.
- $v_{\text{phase}}$  = Phase velocity vector.
- $v_{\text{group}}$  = Group velocity vector
- $S$  = Poynting vector, or S vector.

نقطه قابل توجه جهت بردار پوینتینگ است که بدون در نظر گرفتن نوع محیط جهت آن همواره ثابت است .

## 2) تئوری فرامواد

2-8) فرکانس پلاسماى حجمى :

با اعمال میدان به فلز بالک نیروی زیادی به الکترون ها وارد می شود .



برای تسهیل درک حرکت الکترون در یک بعد با قانون نیتون تشریح می شود .

$$\vec{F} = m\vec{a} = (m\ddot{x})\hat{a}$$

Newton's 2<sup>nd</sup> Law

$\vec{F}$  = Force vector.     $m$  = Average mass of electrons.     $\vec{a}$  = Acceleration of electrons.

$\hat{a}$  = Unit direction of accelerated electrons.     $x$  = Average position of electrons.

$\ddot{x}$  = Double derivative of average electron positions.

## 2) تئوری فرامواد

8-2) فرکانس پلاسماي حجمی :  
از طرف دیگر داریم :

$$\vec{F} = -e\vec{E}$$

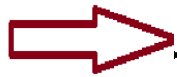
**Force on Electron within an Electric Field**

$\vec{F}$  = Force vector.      $e$  = Magnitude of electron charge.

$\vec{E}$  = Applied electric field vector.

$$\vec{F} = m\vec{a} = (m\ddot{x})\hat{a}$$

$$\vec{F} = -e\vec{E}$$



$$m\ddot{x} = -eE$$

**Electron Movement within E-Field**

## 2) تئوری فرامواد

(8-2) فرکانس پلاسماى حجمى :

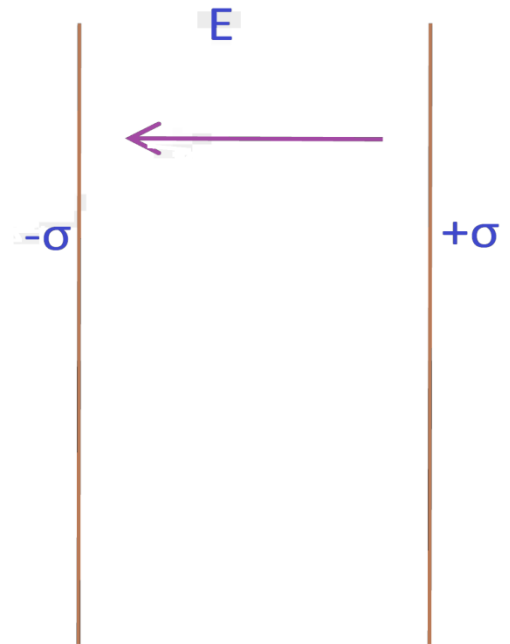
Now I will obtain a substitute for E, using a very analogous capacitor-like case.

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n} \quad (\text{free space between charges})$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

$$Q = \rho V = \rho x A$$



**E-Field & Charged Plate Analogy**

## 2) تئوری فرامواد

(8-2) فرکانس پلاسماى حجمى :

$$\rho = ne \quad Q = nexA \quad \sigma = \frac{neAx}{A} = nex \quad E = \frac{nex}{\epsilon_0}$$

$E$  = Applied electric field vector.

$e$  = Magnitude of electron charge.

$n$  = Electron density.  $x$  = Length in x-dimension, or x position, since zero-based.

$V$  = Volume containing charges.

$\rho$  = Volume charge density.

$A$  = Area containing charges.

$Q$  = Charge

$\sigma$  = Surface charge density.

$\hat{n}$  = Normal vector.

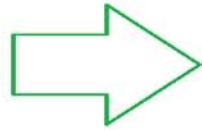
$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$  Farads/Meter = Free space permittivity.



## 2) تئوری فرامواد

(8-2) فرکانس پلاسماى حجمى :

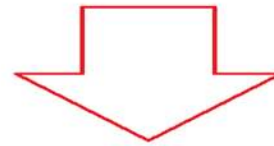
$$m\ddot{x} = -eE$$
$$E = \frac{nex}{\epsilon_0}$$



$$m\ddot{x} = -\frac{enex}{\epsilon_0} = -\frac{ne^2}{\epsilon_0}x$$

$$m\ddot{x} + \frac{ne^2}{\epsilon_0}x = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{ne^2}{m\epsilon_0}x = 0$$



$$x = x_0 e^{-j\omega t}$$

$x$  = Position.

$\omega = 2\pi f$  = Radian frequency.

$t$  = Time.

## 2) تئوری فرامواد

(8-2) فرکانس پلاسمای حجمی :

$$\omega_p^2 \equiv \frac{ne^2}{m\epsilon_0}$$

(bulk plasma frequency)

$$\omega_p^2 = \frac{ne^2}{m\epsilon_0}$$

(bulk plasma frequency for SI units)

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi ne^2}{m}$$

(bulk plasma frequency for Gauss units)

To take things a bit further and find the energy and plasma wavelength for a couple metals:

$$\text{Energy} = \hbar\omega_p$$

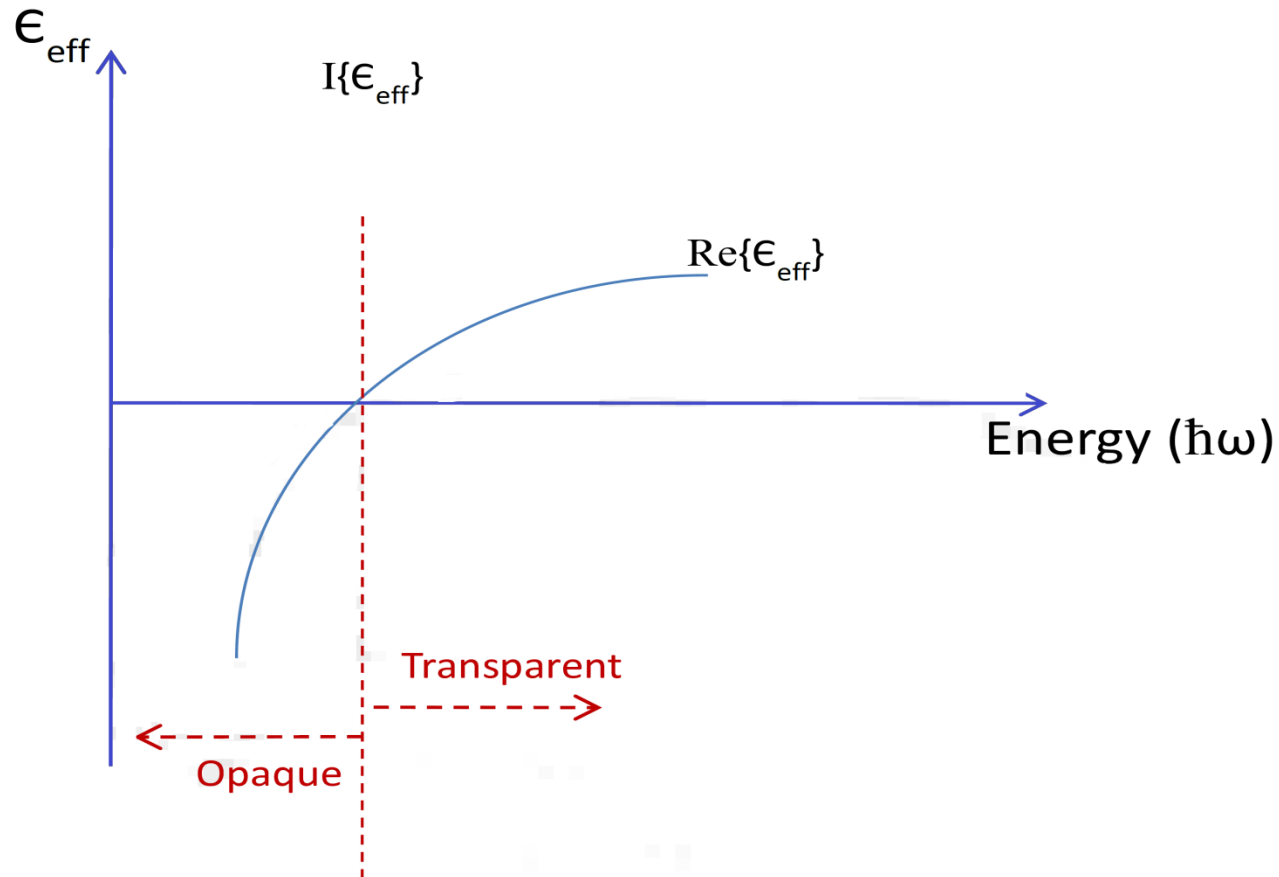
$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$h$  = Planck's constant,  $6.625 \times 10^{-34}$  Joule-Seconds.  $\omega_p$  = Plasma frequency.

For the metals of gold and silver, the energy is about 9.1 eV (electron Volts). This corresponds to plasma frequencies within the ultra violet range ( $\lambda_p$  (Au)  $\approx$  180 nm,  $\lambda_p$  (Ag)  $\approx$  410 nm).

# 2) تئوری فرامواد

(8-2) فرکانس پلاسماى حجمى :



Effective Permittivity vs. Energy

### 9-2) : تشدید پلاسما سطحی ( Surface Plasma Resonance ) :

Surface plasma resonance (**SPR**) is very similar to bulk plasma frequency, or resonance. This is a local phenomenon and is more used on **the nano-scale, than the bulk plasma frequency**. As the reader goes through this derivation, it will become evident that this too is a resonant effect if *either permittivity or permeability is less than zero*. *SPR is acquired via a different, but similar, method. The proof begins in the same manner as that for bulk plasma resonance, again using a single dimension for electron movement.*

$$\begin{aligned} \vec{F} &= m\vec{a} = (m\ddot{x})\hat{a} \\ \vec{F} &= -e\vec{E} \end{aligned} \Rightarrow \boxed{m\ddot{x} = -eE}$$

Now **Gauss' Law** is used to obtain the electric field intensity. Gauss' Law dictates that the charge enclosed by a surface is equal to the electric flux density vector integrated over the differential surface vector.

$$\oiint \vec{D} \cdot d\vec{s} \quad (\text{Gauss' Law})$$

## (9-2) : تشدید پلاسما سطحی (Surface Plasma Resonance) :

Since  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$ , in free space, Gauss' Law can be modified to:

$$\frac{Q}{\epsilon_0} = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$Q_{\text{enc}} = Q =$  Charge enclosed by a surface.

$\vec{D} =$  Electric flux density vector.

$d\vec{s} =$  Differential surface element vector.

$\vec{E} =$  Applied electric field vector.

$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$  Farads/Meter = Free space permittivity.

For a spherical surface, the equation now becomes:

$$\frac{Q}{\epsilon_0} = E4\pi r^2$$

$r =$  Radius of spherical surface enclosing charge.

$E =$  Electric field intensity.

(9-2) : تشدید پلاسما سطحی ( Surface Plasma Resonance ) :

If we now expand out Q using volume charge density and the volume of a sphere, we obtain:

$$E4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} = \rho_v \frac{4\pi r^3}{3} \frac{1}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho_v r}{3\epsilon_0} \quad (\text{simplified})$$

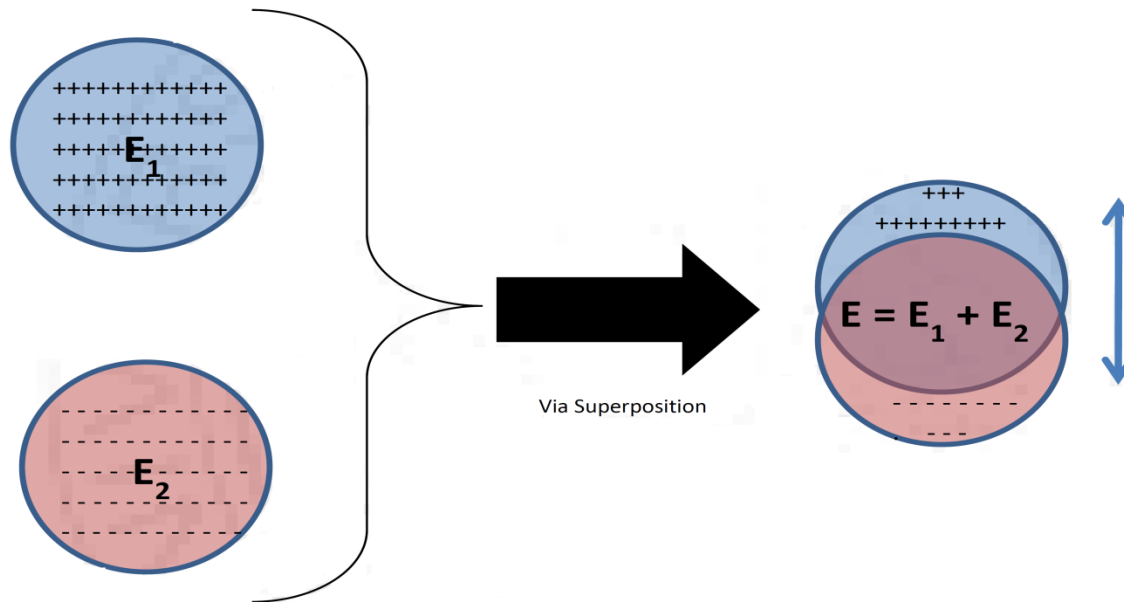
$$E = \frac{ner}{3\epsilon_0} \quad (\text{since } \rho_v = ne)$$

$\rho_v$  = Volume charge density.       $n$  = Electron density.

$e$  = Magnitude of electron charge.

## 9-2) تشدید پلاسما سطحی (Surface Plasma Resonance) :

Since we assume a spherical surface for the Gaussian surface, we will use two spheres having opposite charges and model them oscillating in a single dimension, using the superposition principle.



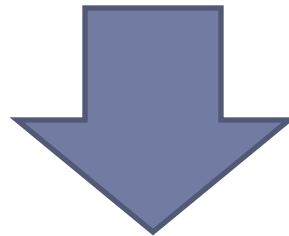
### E-Field Spheres, Super-positioned

## (9-2) تشدید پلاسما سطحی (Surface Plasma Resonance) :

Via superposition, and taking the negative charge sign into account, the prior equation is modified to become:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_1 = \frac{ne\vec{r}_1}{3\epsilon_0} - \frac{ne\vec{r}_2}{3\epsilon_0} = \frac{ne}{3\epsilon_0}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

$$\vec{l} \equiv (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$




$$\vec{E} = \frac{ne}{3\epsilon_0} \vec{l}$$



(9-2) تشدید پلاسما سطحی (Surface Plasma Resonance) :

پس داریم :

$$m\ddot{x} = -eE = -e \frac{ne}{3\epsilon_0} x$$


$$m\ddot{x} = -\frac{ene}{3\epsilon_0} x = -\frac{ne^2}{3\epsilon_0} x$$

$$m\ddot{x} + \frac{ne^2}{3\epsilon_0} x = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{ne^2}{m3\epsilon_0} x = 0$$

(9-2) تشدید پلاسما سطحی (Surface Plasma Resonance) :

$$\ddot{x} + \Omega^2 x = 0 \quad \Omega^2 \equiv \frac{ne^2}{m3\epsilon_0}$$

$$x = x_0 e^{-j\Omega t}$$

$x$  = Position.

$t$  = Time.

$\Omega = \Omega_f$  = Surface plasma frequency

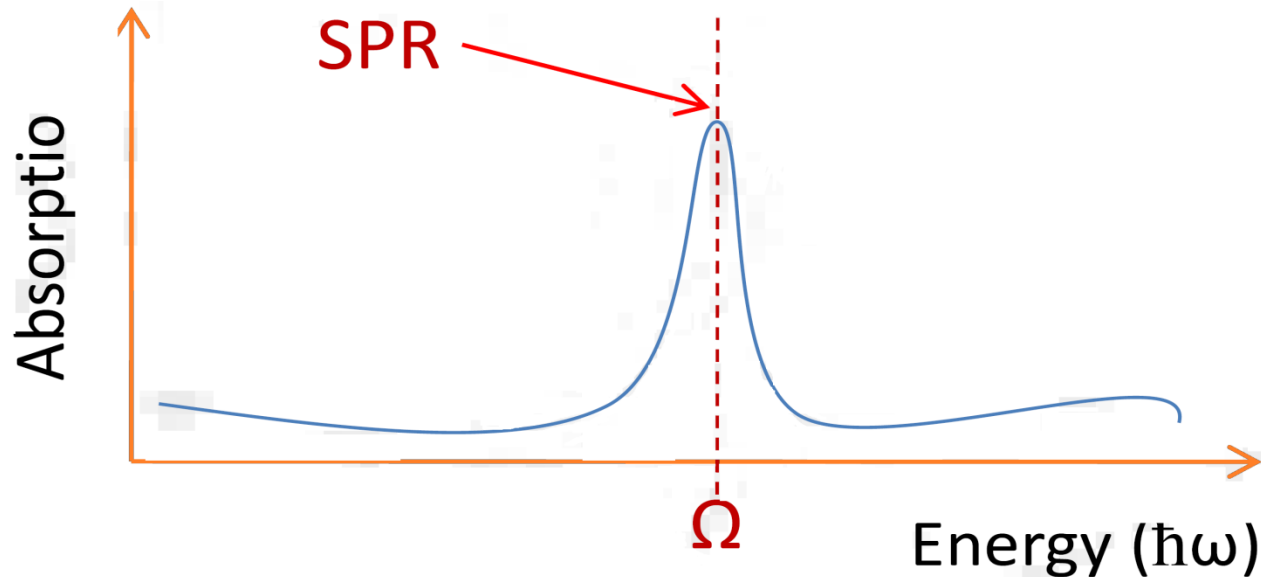
Since  $\omega_p^2 = \frac{ne^2}{m\epsilon_0}$  (bulk plasma frequency for SI units), we obtain:

$$\Omega_f = \frac{\omega_p}{\sqrt{3}}$$

(surface plasma frequency)

### 9-2: تشدید پلاسما سطحی (Surface Plasma Resonance) :

The surface plasma frequency,  $\Omega_f$ , is a local natural resonance phenomenon of the material within an applied electric field. This is normally used to describe interactions in the **nano-scale**.



Surface Plasma Resonance

