اقتصاد مهندسی

ارزیابی اقتصادی پروژه‌های صنعتی

مدرس: جعفر صادقی

سرفصل:

- مقدمه
- بخش اول: مفاهیم اساسی و اصول پایه در اقتصاد مهندسی
  - اصول پایه در اقتصاد مهندسی
  - معرفی و کاربرد فاکتورهای فرایند مالی
  - حالتهای خاص فرایند مالی
  - نرخهای اسمی و مؤثر
- بخش دوم: تکنیکهای اقتصاد مهندسی و کاربرد آنها
  - روش ارزش فعلی
  - روش یکنواخت سالیانه
  - روش نرخ بازگشت سرمایه
  - روش نسبت منافع به مخارج
  - تکنیک‌های دیگر اقتصاد مهندسی

- بخش سوم: تجزیه و تحلیل اقتصادی بعد از کسر مالیات
  - استهلاک
  - تجزیه و تحلیل اقتصادی بعد از کسر مالیات
  - تجزیه و تحلیل جایگزینی (تعویض)
  - آنالیز حساسیت
  - تورم

تکالیف، حضور در کلاس و ...: ۱۰ درصد نمره نهایی.

میان ترم:

- تا پایان مباحث تکنیکهای اقتصاد مهندسی و کاربرد آنها،
- ۳۵ درصد نمره نهایی،
- تاریخ امتحان: دو هفته پس از اتمام مباحث مربوطه.

پایان ترم:

- تقریبا تمام مباحث با تاکید بر مباحث باقیمانده از میان ترم،
- ۵۵ درصد.

مقدمه

- تکنیک‌های مقایسه و تصمیم‌گیری و انتخاب بهترین راه حل از میان راه حل‌های موجود براساس شرایط مطلوب پولی یا اقتصادی را تحلیل اقتصادی پروژه گویند.
- سیستم‌های تحلیل، دسته‌ای از مراحل مربوط به هم می‌باشند که نتایج اصلی طرح و مدیریت را بررسی کرده و چگونگی همکاری افراد، پول و مواد را برای رسیدن به اهداف بزرگتر مشخص می‌نمایند.
- پنج محور اصلی در یک سیستم تحلیل بشرح زیر وجود دارد.
  ۱) شرح اهداف
  ۲) فرمول‌بندی معیارهای تأثیرپذیر
  ۳) ارائه راه حل‌ها
  ۴) ارزیابی راه حل‌ها
  ۵) انتخاب بهترین (یا بهترین‌ها) از راه حل‌های موجود
- تحلیل‌گر با شناسایی، شرح و توضیح اهداف و مشکلات می‌تواند منافع بسیاری را برای یک سازمان به ارمغان آورد.
- مشکل‌ترین بخش از یک تحلیل اقتصادی، ارزیابی کمیت‌های مرتبط با آینده می‌باشد.

تعریف اقتصاد مهندسی

- **اقتصاد مهندسی** عبارت از مجموعه‌ای از تکنیک‌های ریاضی، برای ساده کردن مقایسه اقتصادی پروژه‌های صنعتی می‌باشد و یا به عبارت ساده‌تر، اقتصاد مهندسی ابزار تصمیم‌گیری برای تعیین اقتصادی‌ترین پروژه‌هاست.
- یک متخصص اقتصاد مهندسی با بهره‌گیری از علوم مهندسی و اقتصاد باید برترین پروژه‌ها را با توجه به محدودیت منابع شناسایی کند. در کلیه موارد مربوطه دو مورد اساسی باید مد نظر باشند:

۱) کلیه پروژه‌ها با توجه به محدودیت سرمایه مشخص شوند و اطلاعات مورد نیاز جمع آوری گردد.

۲) اطلاعات، مورد تجزیه و تحلیل قرارگیرد و اقتصادی‌ترین پروژه شناسایی شود.

تصمیم و تصمیم گیری

تصمیم‌گیری بعنوان مهمترین وظیفه و مسئولیت اصلی یک مدیر است. تکنیک‌های اقتصاد مهندسی، ابزاری در اختیار مدیر جهت اتخاذ تصمیم صحیح می‌باشد.

ماهیت تصمیم

تصمیم عبارتست از نتیجه و پایان یک فرآیند .فرآیندی که داده‌ها و اطلاعات موجود در مورد موضوعی را تجزیه و تحلیل و ازترکیب مناسب آنها به استراتژی‌های مورد نظر و بهترین راه حل می‌رسد.

معادله تصمیم

هر تصمیم برای رسیدن به یک هدف خاص اتخاذ می‌گردد. هدف یک تصمیم را «متغیر وابسته» و سایر متغیرهای مؤثر را «متغیرهای مستقل» می‌نامند. متغیرهای مستقل، خود به متغیرهای قابل کنترل و متغیرهای غیرقابل کنترل تقسیم می‌شوند.

- رابطه ریاضی تصمیم‌گیری را میتوان بصورت $E=f\left(X,Y\right)$ نوشت که در آن:

E (متغیر وابسته) – مشخص کننده درجه حصول به هدف تصمیم

X (متغیر مستقل) – مشخص کننده متغیرهای قابل کنترل

Y (متغیر مستقل) – مشخص کننده متغیرهای غیر قابل کنترل

انواع تصمیم گیری

- **الف) تصمیم گیری در شرایط اطمینان:** در این نوع تصمیم‌گیری متغیرهای غیرقابل کنترل، در مدل تصمیم‌گیری وجود ندارند. این نوع تصمیم‌گیری بر مدل‌های ریاضی و مشخص استوار است. تکنیک‌های این روش عبارتند از:
  - ارزش فعلی
  - هزینه و درآمد یکنواخت سالیانه
  - نرخ بازگشت سرمایه
  - نسبت منافع به مخارج
  - مدت بازگشت سرمایه
  - برنامه ریزی‌های ریاضی: برنامه ریزی خطی یا برنامه ریزی صفر – یک
  - برنامه ریزی آرمانی: آنالیز سر به سر یا آنالیز تعویض
- **ب) تصمیم گیری در شرایط عدم اطمینان:** مسئله موجود شامل تعدادی از متغیرهای غیرقابل کنترل می‌باشد که:
  1) در حالت عدم اطمینان کامل اطلاعات گذشته به منظور پیش بینی متغیرها در دسترس نمی‌باشد،
  2) ولی در حالت ریسک اطلاعات گذشته این متغیرها در دسترس می‌باشد.
  - تکنیک‌ها و روش‌های شرایط عدم اطمینان:
    1) تکنیک‌های ذکر شده در شرایط اطمینان در حالت احتمالی
    2) روش امید ریاضی
    3) مدل‌های شبیه سازی
    4) تصمیم‌گیری شاخه‌ای یا درخت تصمیم‌گیری
    5) مواردی از برنامه ریزی دینامیک

بخش اول: مفاهیم و اصول پایه در اقتصاد مهندسی

مثال: عکس العمل یک فرد برای دریافت ۱،۰۰۰ واحد پولی اکنون یا .... واحد پولی یکسال بعد.

الف) ۱،۰۰۰ ب) ۱،۱۰۰ ج) ۲،۰۰۰ د) ۱۰،۰۰۰

اگر فردی نسبت به دریافت ۱،۰۰۰ واحد پولی اکنون با ۱،۲۵۰ واحد پولی یکسال بعد بی تفاوت باشد نتیجه می‌شود که ۱،۲۵۰ واحد پولی یکسال بعد دارای ارزش فعلی برابر ۱،۰۰۰ واحد پولی در زمان حال است.

بهره Interest

بهره هزینه استفاده از سرمایه است. هرچه میزان نرخ بهره بیشتر باشد هزینه بیشتری جهت استفاده از سرمایه پرداخت خواهد شد.

مثال: قرض نمودن (وام گرفتن) ۳۰،۰۰۰ واحد پولی:

الف) نرخ بهره ۸/۵٪ و بازپرداخت آن طی سال‌های مختلف به شرح جدول.

مدت بازپرداخت (سال)	کل بهره پرداختی	مبلغ قسط ماهیانه
۱۵	۲۳،۱۹۰	۲۹۵/۵۰
۲۰	۳۲،۵۲۰	۲۶۰/۵۰
۲۵	۴۲،۵۲۵	۲۴۱/۷۵
۳۰	۵۳،۶۹۰	۲۳۰/۷۵

همانگونه که از جدول پیداست، هر چه مدت بازپرداخت زیاد شود اگر چه قسط ماهیانه کاهش می‌یابد ولی کل بهره پرداختی افزایش قابل ملاحظه‌ای را نشان می‌دهد.

ب) مدت بازپرداخت ۳۰ سال و نرخهای بهره بشرح جدول.

نرخ بهره	کل بهره پرداختی	مبلغ قسط ماهیانه
٪۷/۵	۴۵،۶۰۰	۲۱۰/۰۰
٪۸/۵	۵۳،۰۶۹	۲۳۰/۷۵
٪۹/۵	۶۰،۸۹۹	۲۵۲/۵۰
٪۱۰/۵	۶۸،۸۲۰	۲۷۴/۵۰

ملاحظه می‌شود که با افزایش نرخ بهره، علاوه بر قسط ماهیانه، کل بهره پرداختی افزایش می‌یابد.

مقدار اولیه – مقدار اصل و فرع = مقدار بهره

ارزش زمانی پول Time Value of Money

ارزش زمانی پول از اصول اقتصاد مهندسی است و کلیه تکنیک‌های موجود برمبنای ارزش زمانی پول بنا گشته است و مفهوم آن اینست که یک مقدار پول مشخص بسته به اینکه در چه زمانی در اختیار شخص قرار بگیرد ارزش آن متفاوت خواهد بود. مثال جالب در این مورد ارزش ۲۴ دلار (حاصل از فروش جزیره منهتن در سال ۱۶۲۶ توسط سرخپوستان آمریکا) با نرخ بهره ۶٪ در زمان‌های مختلف می‌باشد:

سال	ارزش ۲۴ دلار سرمایه اولیه	سال	ارزش ۲۴ دلار سرمایه اولیه
۱۶۲۶	۲۴	۱۸۲۶	۲،۷۶۳،۰۲۲
۱۶۷۶	۴۴۲	۱۸۷۶	۵۰،۸۹۵،۲۸۶
۱۷۲۶	۸،۱۴۳	۱۹۲۶	۹۳۷،۴۹۹،۰۱۵
۱۷۷۶	۱۵۰،۰۰۰	۱۹۷۶	۱۷،۲۶۸،۸۷۶،۴۸۴

مثال: شرکت A مبلغ ۱۰۰،۰۰۰ واحد پولی را اول خرداد در بانکی پس انداز کرده و یکسال بعد مبلغ ۱۰۶،۰۰۰ واحد پولی از بانک دریافت می‌نماید. مقدار بهره و نرخ بهره را محاسبه نمایید.

مقدار بهره = مقدار اصل و فرع – مقدار سرمایه اولیه = ۱۰۶،۰۰۰ – ۱۰۰،۰۰۰ =۶،۰۰۰

نرخ بهره برحسب درصد = (مقدار بهره / مقدار سرمایه اولیه) ✻۱۰۰= $\frac{۶,۰۰۰}{۱۰۰,۰۰۰}$ *۱۰۰ = ٪۶

مثال: اگر شرکت B مبلغ ۲۰۰،۰۰۰ واحد پولی را برای یکسال با نرخ ٪۵ وام بگیرد، پس از یکسال چه مقدار پول باید پرداخت نماید.

مقدار بهره = ۲۰۰،۰۰۰ ✻ ٪۵ = ۱۰،۰۰۰

مقدار اصل و فرع = ۲۰۰،۰۰۰ + ۱۰،۰۰۰ =۲۱۰،۰۰۰

یا می‌توان از روش زیر محاسبه نمود.

مبلغ اصل و فرع = مبلغ اولیه ✻ (۱ + نرخ بهره)

مبلغ اصل و فرع = ۲۰۰،۰۰۰ ✻ (۱ + ٪۵) =۲۱۰،۰۰۰

تعادل Equivalence

عبارتست از تساوی ارزش مقادیر مختلف پولی در زمان‌های مختلف. مثلاً ۱۰۰ واحد پولی امروز در صورتیکه نرخ بهره ٪۱۰ باشد برابر است با ۱۱۰ واحد پولی در سال آینده در همین روز.

نرخ بازگشت سرمایه Rate of Return

ROR = (اصل و فرع دریافتی – سرمایه اولیه) / سرمایه اولیه = سود / سرمایه اولیه

تفاوت نرخ بهره و نرخ بازگشت سرمایه

- بهره، زمانی است که وام یا قرض می‌گیریم.
- ROR، زمانی است که سرمایه‌گذاری می‌کنیم یا وام یا قرض می‌دهیم.

از نظر ماهوی یکی می‌باشند، ولی یکی از دیدگاه وام گیرنده و دیگری از دیدگاه سرمایه گذار یا وام دهنده.

حداقل نرخ جذب کننده Minimum Attractive Rate of Return: نرخی است که اگر نرخ بازگشت سرمایه در یک پروژه بیش از آن باشد، سرمایه گذار برای انجام پروژه ترغیب خواهد شد. از آنجا که در این نرخ ریسک سرمایه‌گذاری منظور گردیده است، این نرخ معمولا باید از نرخ بهره بیشتر باشد.

پارامترها و شکل‌های فرایند مالی Cash Flow Symbols and Diagrams

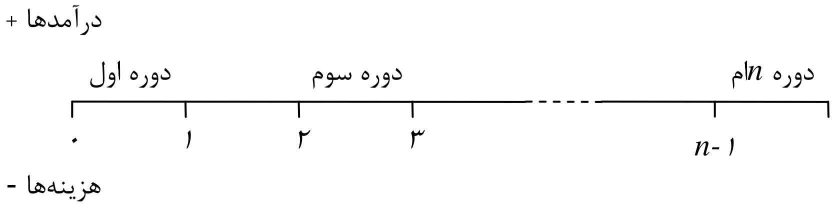
پارامترهای فرایند مالی

P	سرمایه اولیه یا ارزش فعلی سرمایه	Present Worth
F	اصل و فرع یا ارزش آینده سرمایه	Future Worth
A	هزینه/درآمد مساوی و یکنواخت در پایان هر دوره	Uniform Annual Cost/Income
i	نرخ بهره یا نرخ بازگشت سرمایه	Interest Rate
n	تعداد دوره	Number of Interest Period

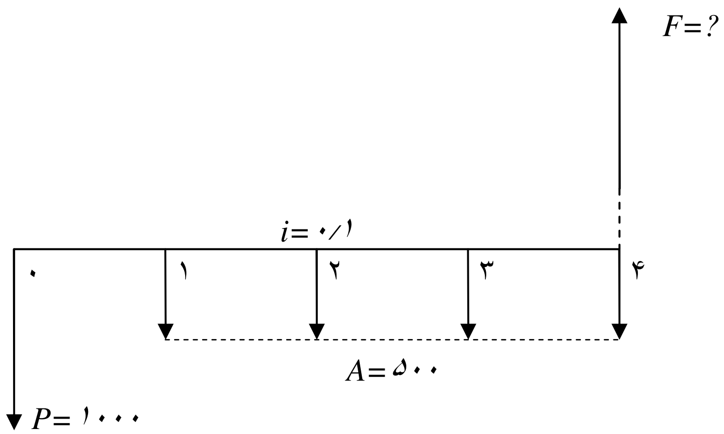
علاوه بر این پارامترها، پارامترهای "شیب یکنواخت" (G) و "سری هندسی" (A_1, j) نیز در مباحث آینده معرفی خواهد گردید.

شکل فرآیند مالی

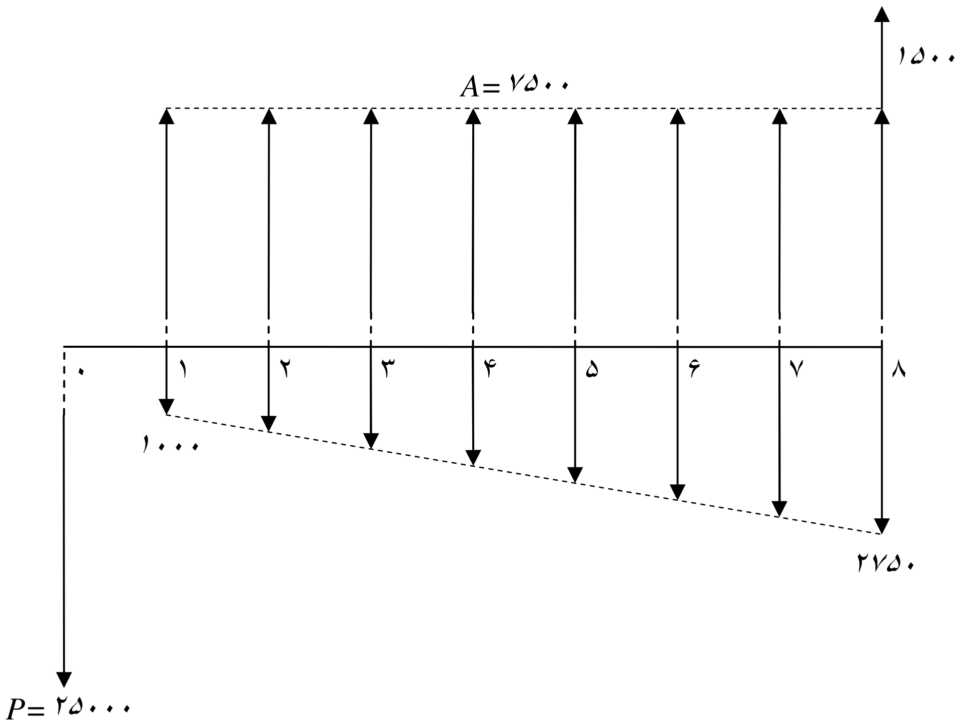
زمان بصورت محوری افقی و درآمدها و هزینه‌ها بصورت خطوط عمودی در پایان هر دوره نشان داده می‌شوند. درآمدها بصورت مثبت در بالا و هزینه‌ها بصورت منفی در پایین این محور قرار می‌گیرند.



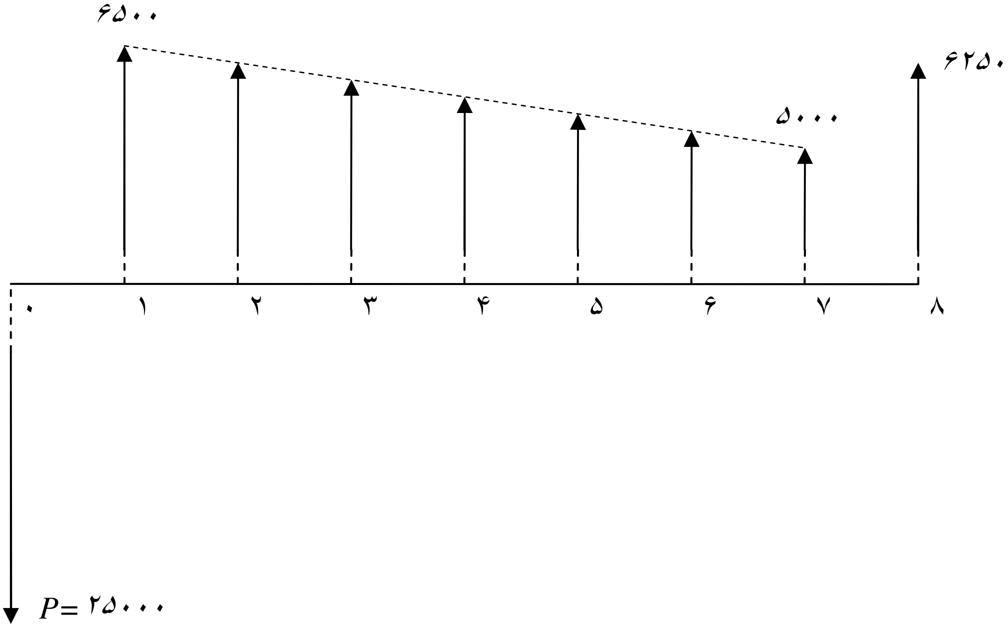
مثال: اگرشخصی امروز ۱،۰۰۰ واحد پولی و از سال آینده به مدت ۴ سال سالیانه ۵۰۰ واحد پولی در بانک پس انداز نماید، در پایان سال چهارم با نرخ بهره ۱۰٪ چه مقدار پول در بانک خواهد داشت. شکل فرآیند مالی را رسم نمایید.



مثال: شرکت C کمپرسوری را ۷ سال پیش به ۲۵،۰۰۰ واحد پولی خرید. در حالی که درآمد حاصل از این کمپرسور سالیانه ۷،۵۰۰ واحد پولی بوده، شرکت در سال اول ۱،۰۰۰ واحد پولی را بابت هزینه‌های این کمپرسور پرداخته است و سالهای بعد هر سال ۲۵۰ واحد پولی به هزینه سال قبل از آن افزوده شده است. شرکت قصد دارد سال آینده کمپرسور را به ۱،۵۰۰ واحد پولی (ارزش اسقاطی) بفروشد. شکل فرایند مالی این کمپرسور را رسم کنید.



شکل فوق را با توجه به هزینه‌ها و درآمدها می‌توان بصورت زیر خلاصه کرد:



کاربرد فاکتورها و ارتباط آنها با یکدیگر

جهت سادگی بیان و بدست آوردن ارتباط فاکتورها فرمول مجموع یک تصاعد هندسی را مرور می‌کنیم:

$$S=\sum_{k=0}^{n-1}q^k=\sum_{k=0}^{n-1}q^{(n-1)-k}=\begin{cases}\dfrac{q^n-1}{q-1} & q\neq 1\\ n & q=1\end{cases}$$

اثبات:

- اگر $q\neq 1$:

$$qS=\sum_{k=1}^{n}q^k \quad\Rightarrow\quad (q-1)S=qS-S=\sum_{k=1}^{n}q^k-\sum_{k=0}^{n-1}q^k=\left\{\sum_{k=1}^{n-1}q^k+q^n\right\}-\left\{1+\sum_{k=1}^{n-1}q^k\right\}=q^n-1 \quad\Rightarrow\quad S=\frac{q^n-1}{q-1}$$

- اگر $q=1$

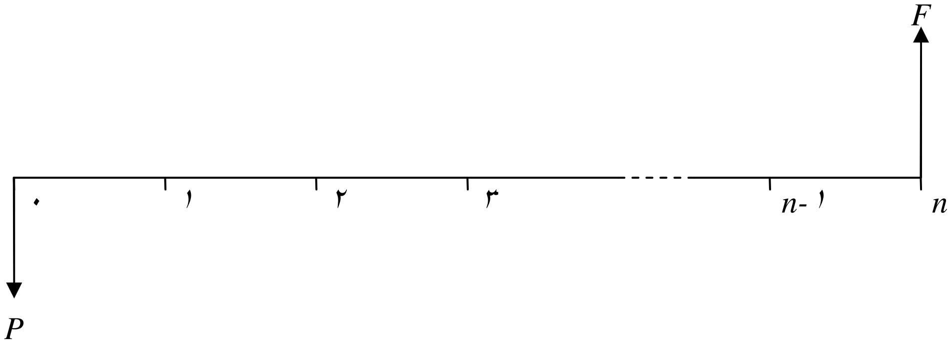
$$S=\sum_{k=0}^{n-1}1=n$$

فرم استاندارد فاکتورها و ارتباط آنها با یکدیگر

رابطه بین پارامترهای مالی X و Y بفرم استاندارد بصورت فاکتور $\frac{Y}{X}=(Y|X,i,n)$ نوشته می‌شود که این فاکتور مقدار X را با توجه به نرخ بهره i در مدت n دوره به Y تبدیل می‌کند. بعنوان مثال $(F|A,i,n)$ مقدار اصل وفرع (F) یک درآمد/هزینه مساوی در پایان هر دوره (A) را با توجه به نرخ بهره i در مدت n دوره محاسبه می‌کند.

ارتباط بین F و P

این ارتباط با شکل فرایند مالی زیر بهتر دیده می‌شود:



با فرض نرخ بهره ثابت طبق تعاریف قبلی داریم:

بهره همان دوره + اصل سرمایه در ابتدای آن دوره = اصل و فرع سرمایه در انتهای هر دوره

نرخ بهره * اصل سرمایه در ابتدای آن دوره = بهره هر دوره

در نتیجه:

(نرخ بهره + ۱) * اصل سرمایه در ابتدای آن دوره = اصل و فرع سرمایه در انتهای هر دوره

اگر فرض شود دریافت و پرداختی در طول دوره ی مذکور وجود ندارد:

اصل و فرع سرمایه در انتهای دوره قبل = اصل سرمایه در ابتدای هر دوره

اگر بجای «نرخ بهره» از i، «اصل و فرع سرمایه در انتهای دوره jام» از F_j و «اصل سرمایه در ابتدای دوره» از P استفاده شود:

$$F_1 = P(1+i)$$

$$F_2 = F_1(1+i) = \left[P(1+i)\right](1+i) = P(1+i)^2$$

$$F_3 = F_2(1+i) = \left[P(1+i)^2\right](1+i) = P(1+i)^3$$

$$\vdots$$

$$F_k = F_{k-1}(1+i) = \left[P(1+i)^{k-1}\right](1+i) = P(1+i)^k$$

$$\vdots$$

و یا در حالت کلی:

$$F = F_n = F_{n-1}(1+i) = \left[P(1+i)^{n-1}\right](1+i) = P(1+i)^n$$

$$\Rightarrow \quad \frac{F}{P} = (F|P,i,n) = (1+i)^n$$

اگر رابطه اخیر معکوس شود خواهیم داشت:

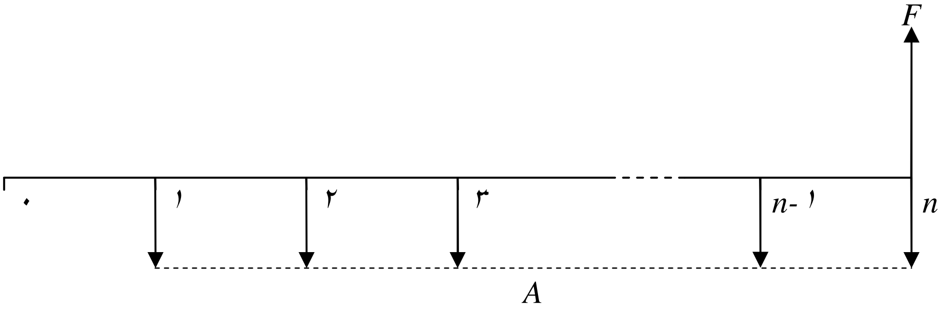
$$\Rightarrow \quad \frac{P}{F} = (P|F,i,n) = (1+i)^{-n} = \frac{1}{(1+i)^n}$$

چند رابطه مفید:

$(P\|F,i,n) = (F\|P,i,-n)$	$(F\|P,i,n) = (F\|P,i,1)^n$	$(F\|P,i,n_1+n_2) = (F\|P,i,n_1)(F\|P,i,n_2)$

ارتباط بین F و A

شکل فرایند مالی بصورت زیر خواهد بود. دقت کنید که در حالت استاندارد A، پرداخت (دریافت) در سال مبنا (صفر) وجود ندارد.



اصل و فرع (F) یک سری از پرداختهای (دریافت) یکسان (A) را می‌توان با فرض اینکه هر پرداخت (دریافت) (A) نقش (P) را ایفا می‌کند بصورت مجموع اصل و فرع تک تک پرداختها (دریافتها) نوشت:

$$F = A\sum_{k=1}^{n}\left(F\middle|P,i,n-k\right) \equiv A\sum_{k=0}^{n-1}\left(F\middle|P,i,k\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{F}{A}=\left(F\middle|A,i,n\right)=\sum_{k=0}^{n-1}\left(F\middle|P,i,k\right)$$

$$\sum_{k=0}^{n-1}\left(F\middle|P,i,k\right)=\sum_{k=0}^{n-1}\underbrace{\left(F\middle|P,i,1\right)^{k}}_{q\neq 1}=\sum_{k=0}^{n-1}q^{k}=\frac{q^{n}-1}{q-1}=\frac{\left(F\middle|P,i,1\right)^{n}-1}{\left(F\middle|P,i,1\right)-1}=\frac{1}{i}\left[\left(F\middle|P,i,n\right)-1\right]$$

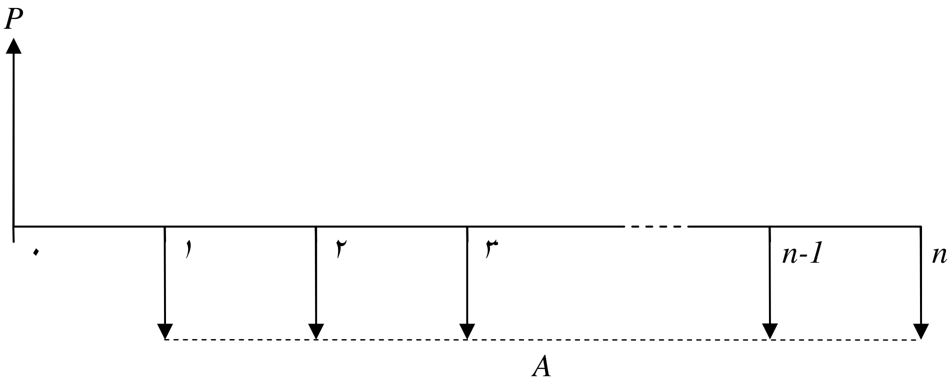
$$\frac{F}{A}=\left(F\middle|A,i,n\right)=\frac{1}{i}\left[\left(F\middle|P,i,n\right)-1\right]=\frac{1}{i}\left[\left(1+i\right)^{n}-1\right] \quad \& \quad \frac{A}{F}=\left(A\middle|F,i,n\right)=\frac{i}{\left(1+i\right)^{n}-1}$$

چند رابطه مفید:

$\left(F\middle\vert A,i,n\right)=\frac{1}{i}\left[\left(F\middle\vert P,i,n\right)-1\right]$	$\left(F\middle\vert P,i,n\right)=1+i\left(F\middle\vert A,i,n\right)$

ارتباط بین P و A

شکل فرایند مالی بصورت زیر خواهد بود.



با استفاده از $\frac{P}{F}=(1+i)^{-n}$ و $\frac{F}{A}=\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$ روابط زیر برای ارتباط A با P بدست می‌آید:

$$\frac{P}{A}=\frac{P}{F}\frac{F}{A}=(1+i)^{-n}\frac{(1+i)^{n}-1}{i} \Rightarrow \boxed{\frac{P}{A}=(P|A,i,n)=\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}} \quad \& \quad \boxed{\frac{A}{P}=(A|P,i,n)=\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}}$$

چند رابطه مفید:

$(P\|A,i,n)=\frac{1}{i}\left[1-(P\|F,i,n)\right]$	$(P\|F,i,n)=1-i(P\|A,i,n)$
$(A\|P,i,n)=(A\|F,i,n)+i$	$(A\|F,i,n)=(A\|P,i,n)-i$

جدول فاکتورها

فاکتور	فرم استاندارد	نام فاکتور به فارسی	نام فاکتور به انگلیسی
$(۱+i)^n$	$(F\|P,i,n)$	فاکتور یکبار پرداخت برای مقدار مرکب	Single-Payment Compound-Amount Factor
$(۱+i)^{-n}$	$(P\|F,i,n)$	فاکتور ارزش فعلی یکبار پرداخت	Single-Payment Present Worth Factor
$\frac{(۱+i)^n-۱}{i}$	$(F\|A,i,n)$	فاکتور پرداخت مساوی برای مقدار مرکب	Uniform-Series Compound-Amount Factor
$\frac{i}{(۱+i)^n-۱}$	$(A\|F,i,n)$	فاکتور وجوه استهلاکی	Sinking-Fund Factor
$\frac{۱-(۱+i)^{-n}}{i}$	$(P\|A,i,n)$	فاکتور ارزش فعلی سری یکنواخت	Uniform-Series Present Worth Factor
$\frac{i}{۱-(۱+i)^{-n}}$	$(A\|P,i,n)$	فاکتور بازیافت سرمایه	Capital-Recovery Factor

طبق تعریف فاکتورها، روابط زیر در فضای فاکتورها براحتی بدست میآید:

$$\frac{X}{Y}=\frac{۱}{\frac{Y}{X}} \quad \Rightarrow \quad (X|Y,i,n)=\frac{۱}{(Y|X,i,n)}$$

$$\frac{Z}{X}=\frac{Z}{Y}\frac{Y}{X}=\frac{\frac{Z}{Y}}{\frac{X}{Y}}=\frac{\frac{Y}{X}}{\frac{Y}{Z}}=\frac{۱}{\frac{X}{Y}\frac{Y}{Z}} \quad \Rightarrow$$

$$(Z|X,i,n)=(Z|Y,i,n)(Y|X,i,n)=\frac{(Z|Y,i,n)}{(X|Y,i,n)}=\frac{(Y|X,i,n)}{(Y|Z,i,n)}=\frac{۱}{(X|Y,i,n)(Y|Z,i,n)}$$

با استفاده از فرمولهای بالا و تنها دو فاکتور $(F|P,i,n)=(۱+i)^n$ و $(F|A,i,n)=\frac{۱}{i}\left[(۱+i)^n-۱\right]$ فرمول تمام فاکتورها براحتی بدست می‌آیند و نیازی به حفظ همه آنها بصورت اجزایی جدای از هم نیست:

$(P|F,i,n)=\frac{۱}{(F|P,i,n)}$	$(P|A,i,n)=\frac{(F|A,i,n)}{(F|P,i,n)}$
$(A|F,i,n)=\frac{۱}{(F|A,i,n)}$	$(A|P,i,n)=\frac{(F|P,i,n)}{(F|A,i,n)}$

مقادیر حاصل از این روابط همانست که قبلا هم توسط تعریف پارامترهای مالی بدست آمده بود.

حالت‌های خاص پرداخت‌های مساوی و یکسان (A)

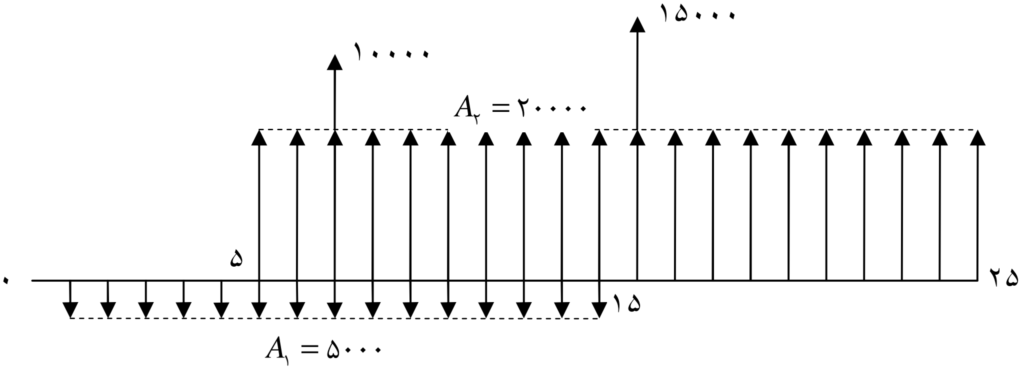
الف) زمان شروع و خاتمه $n_۱+۱$ و $n_۲$ می‌باشد: در این حالت ارزش فعلی (زمان صفر) و آینده (زمان n) را می‌توان از فرمول‌های زیر محاسبه کرد.

$$\frac{P}{A}=\left(P\middle|A,i,n_۲-n_۱\right)\left(P\middle|F,i,n_۱\right)=\left(P\middle|A,i,n_۲\right)-\left(P\middle|A,i,n_۱\right)$$
$$\frac{F}{A}=\left(F\middle|A,i,n_۲-n_۱\right)\left(F\middle|P,i,n-n_۲\right)=\left(F\middle|A,i,n-n_۱\right)-\left(F\middle|A,i,n-n_۲\right)$$

ب) زمان شروع و خاتمه $n_۱+۱$ و ∞ می‌باشد: در این حالت ارزش فعلی (زمان صفر) از فرمول‌های زیر محاسبه می‌شود.

$$\frac{P}{A}=\frac{۱}{i}\left(P\middle|F,i,n_۱\right)=\frac{۱}{i}-\left(P\middle|A,i,n_۱\right)\xrightarrow{n_۱=۰}P=\frac{A}{i}\quad\&\quad A=Pi$$

مثال: برای یک فرایند مالی که مقدار درآمد ۲۰،۰۰۰ از سال ششم تا سال بیست و پنجم و مقدار هزینه ۵،۰۰۰ در فاصله سالهای اول تا پانزدهم تکرار شده است، برای سالهای هشتم و شانزدهم نیز بترتیب ۱۰،۰۰۰ و



۱۵،۰۰۰ درآمد وجود دارد. اگر نرخ بهره سالیانه ۶٪ فرض شود، مقادیر زیر را محاسبه کنید:

الف) ارزش فعلی،

ب) ارزش آینده،

ج) مقدار درآمد مساوی یکنواخت.

الف) ارزش فعلی فرایند مالی داده شده از مجموع ارزش فعلی تمامی پارامترهای داده شده بدست می‌آید.

$$P_۱ = -۵,۰۰۰\left(P\middle|A,۶\%,۱۵\right) = -۴۸,۵۶۱$$

$$P_۲ = ۲۰,۰۰۰\left(P\middle|A,۶\%,۲۰\right)\left(P\middle|F,۶\%,۵\right) = ۲۰,۰۰۰\left[\left(P\middle|A,۶\%,۲۵\right)-\left(P\middle|A,۶\%,۵\right)\right] = ۱۷۱,۴۲۰$$

$$P_۳ = ۱۰,۰۰۰\left(P\middle|F,۶\%,۸\right) = ۶,۲۷۴$$

$$P_۴ = ۱۵,۰۰۰\left(P\middle|F,۶\%,۱۶\right) = ۵,۹۰۵$$

$$P_T = P_۱ + P_۲ + P_۳ + P_۴ = ۱۳۵,۰۳۷$$

ب) برای محاسبه ارزش آینده فرایند مالی داده شده باید ارزش آینده تمامی پارامترهای داده شده بدست آید.

$$F_۱ = -۵,۰۰۰\left(F\middle|A,۶\%,۱۵\right)\left(F\middle|P,۶\%,۱۰\right) = -۵,۰۰۰\left[\left(F\middle|A,۶\%,۲۵\right)-\left(F\middle|A,۶\%,۱۰\right)\right] = -۲۰۸,۴۱۸$$

$$F_۲ = ۲۰,۰۰۰\left(F\middle|A,۶\%,۲۰\right) = ۷۳۵,۷۱۲$$

$$F_۳ = ۱۰,۰۰۰\left(F\middle|P,۶\%,۱۷\right) = ۲۶,۹۲۷$$

$$F_۴ = ۱۵,۰۰۰\left(F\middle|P,۶\%,۹\right) = ۲۵,۳۴۳$$

$$F_T = F_۱ + F_۲ + F_۳ + F_۴ = ۵۷۹,۵۶۱$$

ج) برای محاسبه مقدار درآمد مساوی یکنواختِ فرایند مالی داده شده، می‌توان به یکی از دو روش زیر عمل نمود:

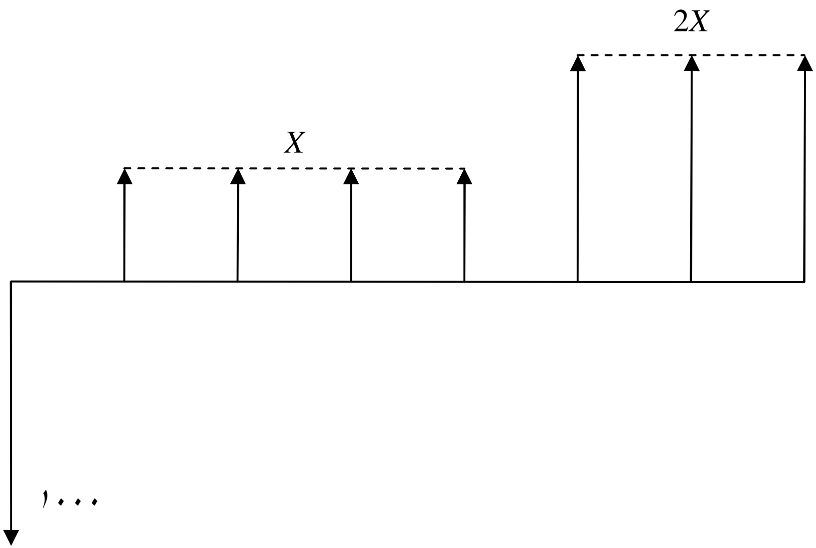
- استفاده از ارزش فعلی:

$$A = P_T\left(A\middle|P,۶\%,۲۵\right) = ۱۰,۵۶۴$$

- استفاده از ارزش آینده:

$$A = F_T\left(A\middle|F,۶\%,۲۵\right) = ۱۰,۵۶۳$$

مثال: در فرایند مالی زیر مقدار X را در صورتی که نرخ بهره ۱۰٪ باشد بیابید:



مقدار ارزش فعلی دریافتها باید برابر ۱،۰۰۰ باشد. بنابر این:

$$۱,۰۰۰ = ۲X\left(P\middle|A,۱۰\%,۷\right) - X\left(P\middle|A,۱۰\%,۴\right)$$

$$X = \frac{۱,۰۰۰}{۲\left(P\middle|A,۱۰\%,۷\right) - \left(P\middle|A,۱۰\%,۴\right)} = ۱۵۲/۳$$

حالت‌های خاص فرایندهای مالی

شیب یکنواخت: یک فرآیند مالی (هزینه یا درآمد) که در هر دوره بطور یکنواخت کاهش یا افزایش یابد، حالت شیب یکنواخت را بوجود می‌آورد.

مثال:

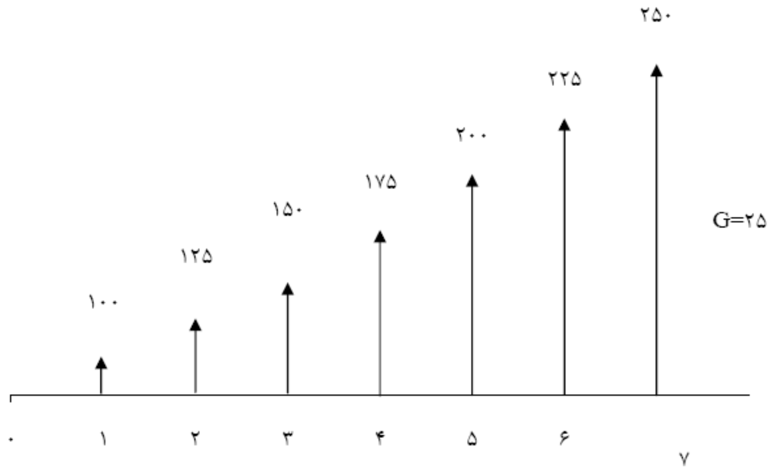
در این مثال می‌توان فرایند مالی را بصورت

$$CF_k = ۱۰۰ + ۲۵(k-۱) \quad , \quad ۱ \le k \le ۷$$

نوشت. همانطور که ملاحظه می‌شود این فرایند مالی شامل یک دریافت سالیانه ثابت ۱۰۰ و یک شیب ثابت ۲۵ میباشد. این فرایند در حالت استاندارد کلی به فرم:

$$CF_k = A + G(k-۱) \quad , \quad ۱ \le k \le n$$

نوشته می‌شود.



توجه: چنانچه دیده می‌شود اگر $A = ۰$ در اینصورت $CF_k = G(k-۱) \quad , \quad ۱ \le k \le n$ که نشان می‌دهد علاوه بر زمان $k = ۰$ که این فرایند مالی تعریف نمی‌شود در $k = ۱$ نیز مقدار این فرایند مالی صفر می‌باشد.

روابط F، P و A با G:

اگر $A=0$، ارزش آینده این فرایند مالی بصورت زیر بدست می‌آید:

$$F=G\sum_{k=1}^{n-1}\left(F\middle|A,i,n-k\right)\equiv G\sum_{\substack{\cancel{k=1}\\ k=0}}^{n-1}\left(F\middle|A,i,k\right)\quad\Rightarrow\quad \boxed{\frac{F}{G}=\left(F\middle|G,i,n\right)=\sum_{k=0}^{n-1}\left(F\middle|A,i,k\right)}$$

$$\sum_{k=0}^{n-1}\left(F\middle|A,i,k\right)=\sum_{k=0}^{n-1}\frac{1}{i}\left[\left(F\middle|P,i,k\right)-1\right]=\frac{1}{i}\left\{\left[\sum_{k=0}^{n-1}\left(F\middle|P,i,k\right)\right]-n\right\}=\frac{1}{i}\left[\left(F\middle|A,i,n\right)-n\right]$$

و فاکتور زیر تعریف می‌گردد:

$$\boxed{\left(F\middle|G,i,n\right)=\frac{1}{i}\left[\left(F\middle|A,i,n\right)-n\right]=\frac{1}{i}\left\{\frac{1}{i}\left[\left(1+i\right)^{n}-1\right]-n\right\}}$$

در حالتی که $A\neq 0$ خواهیم داشت:

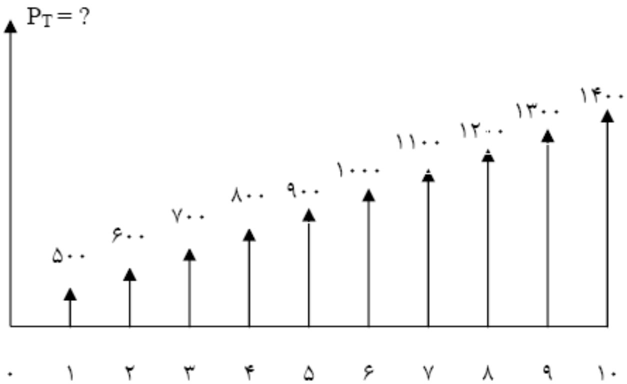
$$F=A\left(F\middle|A,i,n\right)+G\left(F\middle|G,i,n\right)$$

سایر فاکتورهای مالی مرتبط با شیب یکنواخت بفرم ذیل خواهد بود:

$$\boxed{\left(P\middle|G,i,n\right)=\left(P\middle|F,i,n\right)\left(F\middle|G,i,n\right)=\frac{1}{i}\left[\left(P\middle|A,i,n\right)-n\left(P\middle|F,i,n\right)\right]=\frac{1}{i}\left\{\frac{1}{i}\left[1-\left(1+i\right)^{-n}\right]-n\left(1+i\right)^{-n}\right\}}$$

$$\boxed{\left(A\middle|G,i,n\right)=\left(A\middle|F,i,n\right)\left(F\middle|G,i,n\right)=\frac{1}{i}\left[1-n\left(A\middle|F,i,n\right)\right]=\left[\frac{1}{i}-\frac{n}{\left(1+i\right)^{n}-1}\right]}$$

مثال :ارزش فعلی فرآیند مالی زیر را محاسبه نمایید. حداقل نرخ جذب کننده ۵٪ می‌باشد.



حل: این فرایند را میتوان بصورت $CF_k = ۵۰۰ + ۱۰۰(k-۱)$ نوشت. بنابراین:

$$P_T = ۵۰۰\left(P\middle|A,۵\%,۱۰\right) + ۱۰۰\left(P\middle|G,۵\%,۱۰\right)$$

$$P_T = ۵۰۰\left(۷/۷۲۱۷\right) + ۱۰۰\left(۳۱/۶۲۵\right) = ۷,۰۲۶/۱$$

سری هندسی: به فرآیند مالی که در هر پرداخت یا دریافت نسبت به دوره قبل به اندازه درصد معینی افزایش یا کاهش داشته باشیم سری هندسی می‌گوییم. این فرایند مالی هنگام در نظر گرفتن تورم با نرخ ثابت بوجود می‌آید.

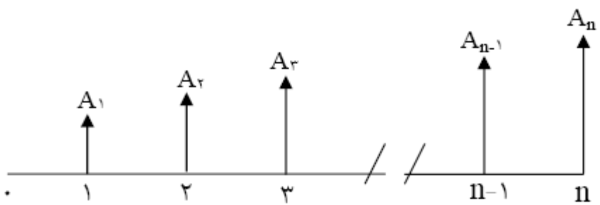
$A_k = A_{k-۱}\left(۱+j\right) = A_۱\left(۱+j\right)^{k-۱} \quad , \quad k \geq ۲$ که در آن:

A_k : دریافت/پرداخت در دوره kام

$A_۱$: دریافت/پرداخت در دوره اول

k: دوره مورد مطالعه

j : درصد تغییر



روابط F و P با A_1 و j:

$$F=\sum_{k=1}^{n}A_k\left(F\middle|P,i,n-k\right)=A_1\sum_{k=1}^{n}(1+j)^{k-1}(1+i)^{n-k}=A_1\sum_{k=0}^{n-1}(1+j)^{k}(1+i)^{n-k-1}$$

$$\frac{F}{A_1}=\frac{(1+i)^n}{(1+i)}\sum_{k=0}^{n-1}\underbrace{\left(\frac{1+j}{1+i}\right)}_{q}^{k}=\begin{cases}\dfrac{(1+i)^n}{(1+i)}\left(\dfrac{1-q^n}{1-q}\right)=\dfrac{(1+i)^n-(1+j)^n}{i-j} & j\neq i\\ n(1+i)^{n-1} & j=i\end{cases}$$

که بصورت استاندارد بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{F}{A_1}=\left(F\middle|A_1,i,j,n\right)=\begin{cases}\dfrac{(1+i)^n-(1+j)^n}{i-j}=\dfrac{\left(F\middle|P,i,n\right)-\left(A_{n+1}/A_1\right)}{i-j} & i\neq j\\ n(1+i)^{n-1}=n\left(F\middle|P,i,n-1\right) & i=j\end{cases}$$

روابط زیر را هم می‌توان برای ارزش فعلی این فرایند مالی نوشت:

$$\left(P\middle|A_1,i,j,n\right)=\left(F\middle|A_1,i,j,n\right)\left(P\middle|F,i,n\right)=\begin{cases}\dfrac{1-(1+j)^n(1+i)^{-n}}{i-j}=\dfrac{1-\left(A_{n+1}/A_1\right)\left(P\middle|F,i,n\right)}{i-j} & i\neq j\\ \dfrac{n}{(1+i)} & i=j\end{cases}$$

مثال: هزینه‌های نیروی انسانی یک شرکت ۸٪ در سال افزایش دارد. این شرکت در نظر دارد سرمایه‌ای در بانک پس انداز نموده تا هزینه‌های نیروی انسانی خود را تا ۵ سال آینده تأمین نماید. نرخ سود بانک ۱۰٪ در سال است و هزینه نیروی انسانی سال آینده شرکت ۵۰،۰۰۰ واحد پولی می‌باشد. این شرکت چه مقدار در بانک باید پس انداز نماید؟

$$A_{۱} = ۵۰,۰۰۰$$

$$i = ۱۰\% \quad , \quad j = ۸\% \quad , \quad n = ۵$$

$$P = A_{۱}\left(P \middle| A_{۱}, i, j, n\right) = ۵۰,۰۰۰(۴/۳۸۳۱) = ۲۱۹,۱۵۵$$

اگر افزایش هزینه نیروی انسانی ۱۰٪ باشد شرکت چه مقدار باید پس انداز نماید؟

$$A_{۱} = ۵۰,۰۰۰$$

$$i = j = ۱۰\% \quad , \quad n = ۵$$

$$P = A_{۱}\frac{n}{۱+i} = ۵۰,۰۰۰\left(\frac{۵}{۱/۱}\right) = ۲۲۷,۲۷۲/۷۳$$

نرخ بهره اسمی (Nominal interest rate)، نرخ بهره مؤثر (Effective interest rate)

فرض کنید یک دوره زمانی (مثلا یک سال، دو سال، ۱۰ سال و ...) از t دوره پایه (مثلا یک سال، ۲ نیمسال، ۴ فصل، ۱۲ ماه، ۵۲ هفته، ۳۶۵ روز و ...) تشکیل یافته باشد که بهره هر دوره پایه i باشد:

نرخ بهره اسمی (r) برای کل دوره زمانی: عبارتست از حاصلضرب نرخ بهره دوره پایه در تعداد دوره‌ها (t): $r = t \times i$.

مثال: ماهیانه ۱٪ سالیانه ۱۲٪=۱۲*۱٪

در صورت مشخص بودن نرخ بهره اسمی دوره زمانی و تعداد دوره‌های پایه، نرخ بهره دوره پایه عبارت خواهد بود از: $i = r / t$.

نرخ بهره مؤثر (i_e) برای کل دوره زمانی: عبارتست از ارزش زمانی پول با توجه به مرکب شدن آن در هر دوره پایه تا پایان دوره زمانی، یعنی در هر دوره پایه، اصل و فرع دوره پایه قبل به عنوان اصل برای دوره پایه بعد در نظر گرفته می‌شود. یعنی:

$$\left.\begin{aligned} F &= P(1+i)^t = P\left(1+\frac{r}{t}\right)^t \\ F &= P(1+i_e) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad i_e = \left(1+\frac{r}{t}\right)^t - 1 = (1+i)^t - 1$$

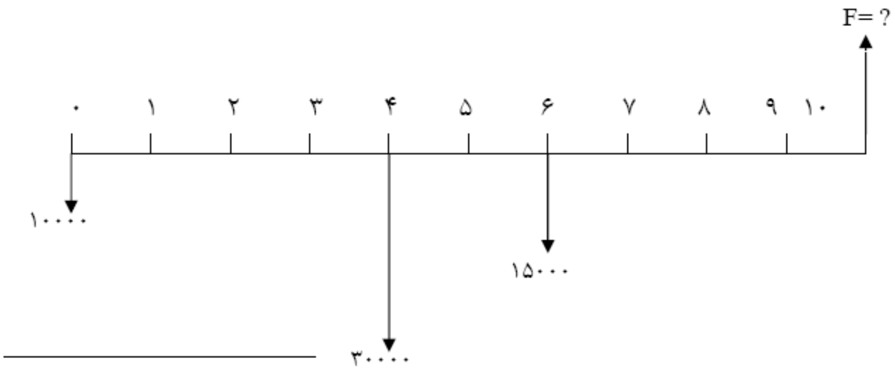
واضح است که برای دوره‌های پایه نرخ بهره اسمی و مؤثر برابر است زیرا $t = 1$.

مثال: اگر نرخ بهره ماهیانه ۱٪ باشد. نرخ مؤثر سالیانه چقدر است؟

دوره زمانی: یکسال، دوره پایه: یک ماه

$$\left.\begin{aligned} i &= 1\% \\ t &= 12 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad i_e = (1+0/01)^{12} - 1 = 12/68\%$$

مثال: اگر ۱۰،۰۰۰ واحد پولی را امروز و ۳۰،۰۰۰ واحد پولی را چهار سال دیگر در چنین روزی و ۱۵،۰۰۰ واحد پولی را شش سال دیگر در همین روز با نرخ سالیانه ۶٪ در بانک پس انداز نماییم، در صورتیکه بهره هر شش ماه یکبار محاسبه شود، در ۱۰ سال دیگر در چنین روزی سرمایه ما در بانک چقدر خواهد بود.



حل: دوره پایه در این مسئله شش ماه میباشد از آنجا که نرخ بهره اسمی سالیانه داده شده است پس: $i=\frac{r}{t}=۳\%$ $\Leftarrow \left.\begin{matrix} r=۶\% \\ t=۲ \end{matrix}\right\}$.

دوره زمانی برای محاسبه نرخ مؤثر را میتوان به یکی از سه حالت زیر انتخاب نمود:

الف) دوره زمانی برابر دوره پایه یعنی شش ماه: $i_e=۳\%$ $\Leftarrow \left.\begin{matrix} i=۳\% \\ t=۱ \end{matrix}\right\}$، تعداد کل دوره‌های زمانی $n=۱۰\times۲$ و در نتیجه:

$$F=۱۰,۰۰۰(F|P,۳\%,۲۰)+۳۰,۰۰۰(F|P,۳\%,۱۲)+۱۵,۰۰۰(F|P,۳\%,۸)=۷۹,۸۳۵$$

ب) دوره زمانی برابر یک سال: $i_e=(۱+۰.۰۳)^۲-۱=۶/۰۹\%$ $\Leftarrow \left.\begin{matrix} i=۳\% \\ t=۲ \end{matrix}\right\}$، تعداد کل دوره‌های زمانی $n=۱۰$ و در نتیجه:

$$F=۱۰,۰۰۰(F|P,۶/۰۹\%,۱۰)+۳۰,۰۰۰(F|P,۶/۰۹\%,۶)+۱۵,۰۰۰(F|P,۶/۰۹\%,۴)=۷۹,۸۳۵$$

ج) دوره زمانی برابردو سال: $\left.\begin{array}{l} i=۳\% \\ t=۴ \end{array}\right\} \Rightarrow \quad i_e=(۱+۰/۰۳)^{۴}-۱=۱۲/۵۵\%$ ، تعداد کل دوره‌های زمانی $n=\frac{۱۰}{۲}=۵$ و در نتیجه:

$$F=۱۰,۰۰۰(F|P,۱۲/۵۵\%,۵)+۳۰,۰۰۰(F|P,۱۲/۵۵\%,۳)+۱۵,۰۰۰(F|P,۱۲/۵۵\%,۲)=۷۹,۸۳۵$$

مثال: اگر شخصی ماهیانه ۱۰،۰۰۰ واحد پولی در بانک پس انداز نماید و نرخ بهره ۱۲٪ در سال باشد و بهره بصورت ماهیانه پرداخت گردد، پس از ۱۵ سال چه مقدار سرمایه خواهد داشت.

$$\left.\begin{array}{l} r=۱۲\% \\ t=۱۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \quad i=۱\%$$

$$\left.\begin{array}{l} i=۱\% \\ n=۱۲\times ۱۵=۱۸۰ \end{array}\right\} \Rightarrow \quad F=۱۰,۰۰۰(F|A,۱\%,۱۸۰)=۴,۹۹۵,۸۰۰$$

مرکب شدن پیوسته (Continuous Compounding)

حالت اول (نرخ بهره اسمی ثابت): اگر تعداد مرکب شدن (تعداد دوره‌های پایه) در دوره زمانی بیشتر شود، نرخ مؤثر دوره زمانی افزایش بیشتری خواهد داشت. هرگاه تعداد دوره‌های پایه در یک دوره زمانی به بی نهایت میل نماید نرخ مؤثر در این حالت، نرخ مؤثر مرکب شدن پیوسته نامیده می‌شود.

$$\left.\begin{array}{l} F=\lim\limits_{t\to\infty} P\left(۱+\dfrac{r}{t}\right)^{t}=Pe^{r} \\ F=P(۱+i_e) \end{array}\right\} \Rightarrow \quad i_e=e^{r}-۱$$

اگر n تعداد دوره‌های زمانی مرکب شدن باشد: $F = P\left(۱+i_e\right)^n = Pe^{rn}$ و یا $\frac{F}{P} = \left(F\middle|P,r,n\right)^{\infty} = e^{rn}$

به این فاکتور "فاکتور ارزش آینده یکبار پرداخت با مرکب شدن پیوسته" گفته می‌شود.

مثال: اگر مبلغ ۲۰۰،۰۰۰ واحد پولی با نرخ ۱۲٪ (اسمی) در سال بطور مرکب پیوسته سرمایه‌گذاری شود، پس از ۵ سال سرمایه چقدر خواهد بود. (اصل و فرع)

حل:

$$F = ۲۰۰,۰۰۰\left(F\middle|P,۱۲\%,۵\right)^{\infty} = ۲۰۰,۰۰۰e^{۰/۱۲\times۵} = ۳۶۴,۴۲۰$$

حالت دوم (نرخ بهره اسمی متغیر و سرمایه‌گذاری گسسته): تا اینجا مطالب گفته شده در مورد مرکب شدن پیوسته بر مبنای نرخ بهره اسمی ثابت بوده است. حال اگر نرخ بهره ثابت نباشد (مثلا در مورد تورم بصورت پیوسته و متغیر می‌باشد) باید از روشهای دیگری محاسبات را انجام داد:

اگر فرض شود Δ طول tامین دوره پایه در دوره زمانی مورد مطالعه باشد و نرخ بهره اسمی دوره پایه مذکور $r_t\Delta$ باشد برای دوره پایه مذکور رابطه زیر را می‌توان نوشت:

$$r_t\Delta = \frac{Y_{t+\Delta}-Y_t}{Y_t} \quad \Rightarrow \quad r_tY_t = \frac{Y_{t+\Delta}-Y_t}{\Delta}$$

Y_t مقدار اصل سرمایه در ابتدای دوره مذکور و $Y_{t+\Delta}$ اصل وفرع سرمایه در پایان دوره مذکور می‌باشد. چنانچه طول دوره پایه بسمت صفر میل کند داریم:

$$r_t Y_t = \lim_{\Delta \to 0} \frac{Y_{t+\Delta} - Y_t}{\Delta} = \frac{d}{dt} Y_t$$

طرف راست معادله انباشتگی پولی (تغییرات موجودی صندوق نسبت با زمان) و طرف چپ میزان تولید پول (سود: بهره سرمایه‌گذاری) است. از آنجا که پس از سرمایه‌گذاری اولیه هیچگونه فرایند مالی دیگری در فرایندهای مالی گسسته وجود ندارد، این فرمول ساده شده قاعده کلی زیر است:

هزینه‌ها – درآمدها + تولید(سود) = انباشتگی (تغییر موجودی صندوق)

چنانچه ارزش اولیه یک سرمایه گذاری گسسته P باشد؛ ارزش سرمایه‌گذاری معادل آن در پایان لحظه τ بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{dY_t}{Y_t} = r_t dt \quad \Rightarrow \quad \int_P^{Y_\tau} \frac{dY_\theta}{Y_\theta} = \int_0^\tau r_\theta d\theta \quad \Rightarrow \quad \ln\left(\frac{Y_\tau}{P}\right) = \int_0^\tau r_\theta d\theta \quad \Rightarrow \quad Y_\tau = Pe^{\int_0^\tau r_\theta d\theta}$$

اگر T دوره کلی سرمایه‌گذاری، $F = Y_T$ ارزش آینده در پایان دوره T، و $\bar{r} = \frac{1}{T}\int_0^T r_\theta d\theta$ نرخ بهره متوسط دوره زمانی صفر تا T باشد، برای سرمایه‌گذاریهای گسسته رابطه زیر بدست می‌آید:

$$F = Pe^{\bar{r}T}$$

چنانچه دوره زمانی T عددی صحیح باشد یعنی $T = n$ در اینصورت برای بدست آوردن فاکتورهای مالی مرکب شدن پیوسته در سرمایه‌گذاریهای گسسته فقط کافیست بجای i در فرمولهای گسسته از $i_e = e^{\bar{r}} - 1$ استفاده شود.

مثال:

$$(F|A,i,n) = \frac{1}{i}\left[(1+i)^n - 1\right] \xrightarrow[i=e^{\bar{r}}-1]{(1+i)^n = e^{\bar{r}n}} (F|A,\bar{r},n)^\infty = \frac{e^{\bar{r}n} - 1}{e^{\bar{r}} - 1}$$

حالت سوم (سرمایه‌گذاری پیوسته): در حالت کلی‌تر وقتی درامد و هزینه پیوسته هم داشته باشیم معادله موجودی بصورت زیر خواهد بود که پارامتر f_t شامل همه درآمدها و هزینه‌های پیوسته می‌باشد:

$$\frac{d}{dt}Y_t = r_t Y_t + f_t$$

با فرض عدم وجود موجودی صندوق در ابتدای سرمایه‌گذاری؛ ارزش سرمایه‌گذاری معادل در لحظه τ از رابطه زیر بدست خواهد آمد:

$$Y_\tau = \int_0^T f_t e^{\int_t^\tau r_\theta d\theta} dt$$

مثلا ارزش فعلی را در $\tau = 0$ برابر $P = Y_0$ و ارزش آینده در انتهای سرمایه‌گذاری را در $\tau = T$ برابر $F = Y_T$ خواهد بود. بعبارت دیگر:

$$P = \int_0^T f_t e^{\int_t^0 r_\theta d\theta} dt = \int_0^T f_t e^{-\int_0^t r_\theta d\theta} dt \qquad F = \int_0^T f_t e^{\int_t^T r_\theta d\theta} dt$$

روابط اخیر در صورت ثابت بودن نرخ بهره اسمی بفرم زیر نوشته می‌شوند:

$$Y_\tau = \int_0^T f_t e^{r(\tau - t)} dt$$

$$F = \int_0^T f_t e^{r(T - t)} dt$$

$$P = \int_0^T f_t e^{-rt} dt$$

با استفاده از این روابط می‌توان فاکتورهای مالی مرکب شدن پیوسته برای سرمایه‌گذاریهای پیوسته را بسادگی بدست آورد. با استفاده از اصل بر هم نهی ارزش هر یک از سرمایه‌گذاریها (اعم از گسسته یا پیوسته) در زمان داده شده بصورت جداگانه بدست آمده و با هم جمع می‌شود.

مثال: اگر درآمد یک شرکت مقدار ثابت A واحد پولی در واحد زمان (با نرخ ثابت) و بمدت T_1 بوده و پس از آن صفر شود، ارزش فعلی و ارزش آینده این سرمایه‌گذاری را با فرض ثابت بودن نرخ بهره اسمی r

الف) در زمان T_1؛

ب) در زمان $T_2\left(\geq T_1\right)$ محاسبه نمایید.

$$f_t=\begin{cases}A & 0\leq t\leq T_1\\ 0 & t>T_1\end{cases}$$

حل: از آنجا که بعد از لحظه T_1 سرمایه‌گذاری نداریم پس $T=T_1$.

$$P=\int_0^T f_t e^{-rt}dt=\int_0^{T_1}Ae^{-rt}dt=-\frac{A}{r}e^{-rt}\Big|_0^{T_1}$$

$$P=A\left[\frac{1-e^{-rT_1}}{r}\right]=A\left[\frac{e^{rT_1}-1}{re^{rT_1}}\right]$$

الف) راه حل اول با استفاده از P:

$$F_1=Pe^{rT_1}=A\left[\frac{e^{rT_1}-1}{re^{rT_1}}\right]e^{rT_1}=A\left[\frac{e^{rT_1}-1}{r}\right]$$

راه حل دوم با استفاده از انتگرال گیری مستقیم ($\tau=T_1$):

$$F_1=\int_0^T f_t e^{r(\tau-t)}dt=\int_0^{T_1}Ae^{r(T_1-t)}dt=-\frac{A}{r}e^{r(T_1-t)}\Big|_0^{T_1}$$

$$F_1 = A\left[\frac{e^{rT_1}-1}{r}\right]$$

ب) راه حل اول با استفاده از P:

$$F_2 = Pe^{rT_2} = A\left[\frac{e^{rT_1}-1}{re^{rT_1}}\right]e^{rT_2} = A\left[\frac{e^{rT_1}-1}{r}\right]e^{r(T_2-T_1)}$$

راه حل دوم با استفاده از انتگرال گیری مستقیم ($\tau = T_2$):

$$F_2 = \int_0^T f_t e^{r(\tau-t)}dt = \int_0^{T_1} Ae^{r(T_2-t)}dt = -\frac{A}{r}e^{r(T_2-t)}\Big|_0^{T_1}$$

$$F_2 = A\left[\frac{e^{rT_2}-e^{r(T_2-T_1)}}{r}\right] = A\left[\frac{e^{rT_1}-1}{r}\right]e^{r(T_2-T_1)}$$

با مقایسه F_1 و F_2 رابطه $F_2 = F_1e^{r(T_2-T_1)}$ بدست می‌آید. بعبارت دیگر F_1 می‌تواند بعنوان یک سرمایه‌گذاری گسسته در نظر گرفته شود که ارزش آن پس از $\left(T_2-T_1\right)$ دوره مد نظر است.

مثال: مقدار ارزش فعلی (P) و ارزش آینده (F) هر یک از سرمایه گذاریهای زیر را بدست آورید:

الف) یکنواخت سالیانه: $f_t = A \quad , \quad 0 \le t \le T$

ب) شیب یکنواخت: $f_t = Gt \quad , \quad 0 \le t \le T$

ج) نمایی: $f_t = A_1e^{st} \quad , \quad 0 \le t \le T \quad , \quad s \neq r$

د) نمایی خاص: $f_t = A_1e^{rt} \quad , \quad 0 \le t \le T$

نرخ بهره اسمی را ثابت و برابر r فرض کنید.

حل: الف) از مثال قبل:

$$P = A\left[\frac{1-e^{-rT}}{r}\right] = A\left[\frac{e^{rT}-1}{re^{rT}}\right] \quad \Rightarrow \quad F = Pe^{rT} = A\left[\frac{e^{rT}-1}{r}\right]$$

ب)

$$P = \int_0^T f_t e^{-rt}\,dt = G\int_0^T t e^{-rt}\,dt = -G\left[\frac{\tau}{r}e^{-rt} + \frac{1}{r^2}e^{-rt}\right]\Bigg|_0^T = \frac{G}{r}\left\{\left[\frac{1-e^{-rT}}{r}\right] - Te^{-rT}\right\}$$

$$F = Pe^{rT} = \frac{G}{r}\left\{\left[\frac{e^{rT}-1}{r}\right] - T\right\}$$

ج)

$$P = \int_0^T f_t e^{-rt}\,dt = A_1\int_0^T e^{st}e^{-rt}\,dt = A_1\int_0^T e^{(s-r)t}\,dt = A_1\frac{1}{s-r}e^{(s-r)t}\Bigg|_0^T = A_1\frac{e^{(s-r)T}-1}{s-r}$$

$$F = Pe^{rT} = A_1\frac{e^{sT}-e^{rT}}{s-r}$$

د)

$$P = \int_0^T f_t e^{-rt}\,d\tau = A_1\int_0^T e^{rt}e^{-rt}\,d\tau = A_1\int_0^T dt = A_1 t\Big|_0^T = A_1 T \quad \Rightarrow \quad F = Pe^{rT} = A_1 T e^{rT}$$

بخش دوم: تکنیک‌های اقتصاد مهندسی

- کلیه روش‌های اقتصاد مهندسی در مقایسه اقتصادی پروژه‌ها نتیجه یکسان خواهد داشت.
- پروژه‌های مورد مقایسه با این روش‌ها "پروژه‌های ناسازگار" می‌باشند. یعنی مستقل از هم هستند و هر گاه یکی از آنها برای اجرا انتخاب شد، از انجام سایر پروژه‌ها بی نیاز می‌باشیم.
- در صورت عدم استقلال پروژه‌ها از یکدیگر معمولا از "برنامه ریزی ریاضی صفر-یک" استفاده می‌شود.
- این تکنیک‌ها عبارتند از:

۱) روش ارزش فعلی Present Worth

۲) روش یکنواخت سالیانه Equivalent Uniform Annual

۳) روش نسبت منافع به مخارج

۴) روش نرخ بازگشت سرمایه

۵) تکنیکهای دیگر:

I. روش دوره بازگشت سرمایه

II. روش تجزیه و تحلیل عمر خدمت

III. روش ارزش آینده

روش ارزش فعلی

- به اختلاف "ارزش فعلی درآمدها" (PWB: Present Worth of Benefits) و "ارزش فعلی هزینه‌ها" (PWC: Present Worth of Costs)، "ارزش فعلی خالص" (NPW: Net Present Worth) گفته می‌شود. $NPW = PWB - PWC$
- اگر NPW به ازای حداقل نرخ جذب کننده منفی باشد پروژه غیراقتصادی و اگر مثبت باشد پروژه اقتصادی می‌باشد.
- در مقایسه چند پروژه، پروژه‌ای اقتصادی‌تر است که PWC آن (در صورت درآمد یکسان و یا عدم ذکر درآمد) کمترین و یا NPW آن بیشترین باشد.

$PWB \geq PWC$	$NPW \geq ۰$	پروژه اقتصادی
$PWB < PWC$	$NPW < ۰$	پروژه غیراقتصادی

مقایسه اقتصادی پروژه‌ها از روش ارزش فعلی بستگی به طول عمر مفید پروژه‌ها دارد که در ذیل بررسی می‌شود.

حالت اول: عمر پروژه‌ها برابرند

الف) عمر پروژه‌ها محدود است:

مثال: دو ماشین A و B را با هم مقایسه نمایید. حداقل نرخ جذب کننده ۱۰٪ می‌باشد.

	A	B
هزینه اولیه	۳،۵۰۰	۲،۵۰۰
هزینه عملیاتی سالیانه	۷۰۰	۹۰۰
ارزش اسقاطی	۳۵۰	۲۰۰
عمر مفید	۵	۵

$$PWC_A = ۳,۵۰۰ + ۷۰۰\left(P|A,۱۰\%,۵\right) - ۳۵۰\left(P|F,۱۰\%,۵\right) = ۵,۹۳۶$$

$$PWC_B = ۲,۵۰۰ + ۹۰۰\left(P|A,۱۰\%,۵\right) - ۲۵۰\left(P|F,۱۰\%,۵\right) = ۵,۷۸۸$$

ماشین B بدلیل ارزش فعلی هزینه کمتر اقتصادی‌تر است.

ب) عمر پروژه‌ها نامحدود است:

- از این روش برای پروژه‌هایی که عمر طولانی دارند مانند سدها، نیروگاه‌ها، فرودگاه‌ها، پل‌ها، بزرگراه‌ها و ... استفاده می‌شود.
- در این روش محاسبه ارزش یا درآمد سالانه بافرض سرمایه‌گذاری اولیه با مدت زمان نامحدود استفاده می‌شود.

مثال: برای آبرسانی به مزارع در یک روستا طرح ایجاد یک قنات پیشنهاد شده است. پیش بینی می‌شود پس از احداث قنات سالیانه ۲۰،۰۰۰ واحد پولی درآمد ایجاد شود. اگر هزینه ساخت و احداث قنات ۳۵۰،۰۰۰ واحد پولی باشد و فرض شود که این قنات پس از احداث هیچگونه هزینه تعمیر و نگهداری لازم ندارد. آیا انجام این پروژه اقتصادی است. حداقل نرخ بازگشت سرمایه ۵٪ می‌باشد.

$$NPW = -۳۵۰,۰۰۰ + \frac{۲۰,۰۰۰}{۵\%} = ۵۰,۰۰۰ > ۰$$

و در نتیجه احداث قنات اقتصادی است.

حالت دوم) عمر پروژه‌ها محدود و متفاوت است

- ابتدا ارزش آینده هر پروژه (FW) (اعم از ارزش آینده هزینه (FWC) و یا ارزش آینده خالص (NFW)) را در پایان عمر مفید (n) آن با توجه به نرخ بهره (i) داده شده بدست می‌آوریم.
- برای دوره عمر مفید هر پروژه نرخ مؤثر بهره را بدست می‌آوردیم: $i_n = (۱+i)^n - ۱$.
- عمر مشترک m را برای تمام پروژه‌ها در نظر می‌گیریم. هر پروژه به تعداد m/n در طول این عمر مشترک تکرار خواهد شد.
- ارزش فعلی هر پروژه (PW) (اعم از ارزش فعلی هزینه (PWC) و یا ارزش فعلی خالص (NPW)) بصورت سری پرداختهای (دریافتهای) یکسان در طول عمر مشترک m با توجه به نرخ بهره مؤثر i_n و تعداد تکرار m/n بدست آمده و با هم مقایسه می‌شود: $PW = FW(P|A, i_n, m/n)$

برای بدست آوردن عمر مشترک به یکی از دو روش زیر عمل می‌کنیم:

الف) استفاده از کوچکترین مضرب مشترک:

مثال: دو ماشین زیر را مقایسه نمایید. انتخاب کدامیک اقتصادی‌تر است. فرض نمایید کارایی هر دو ماشین برابر می‌باشد. حداقل نرخ جذب کننده ۱۵٪ می‌باشد.

	A	B
هزینه اولیه	۱۱،۰۰۰	۱۸،۰۰۰
هزینه عملیاتی سالیانه	۳،۵۰۰	۳،۱۰۰
ارزش اسقاطی	۱،۰۰۰	۲،۰۰۰
عمر مفید	۶	۹

حل: نرخ بهره مؤثر دوره ۶ ساله و ۹ ساله را بدست می‌آوریم:

$$i_{۶} = (۱+۱۵\%)^{۶} - ۱ = ۱/۳۱۳۱ \quad , \quad i_{۹} = (۱+۱۵\%)^{۹} - ۱ = ۲/۵۱۷۹$$

مقدار ارزش آینده هزینه‌های هر ماشین در پایان عمر مفید آن بصورت زیر بدست می‌آید:

$$FWC_A = ۱۱,۰۰۰(F|P,۱۵\%,۶) + ۳,۵۰۰(F|A,۱۵\%,۶) - ۱,۰۰۰ = ۵۵,۰۸۳$$

$$FWC_B = ۱۸,۰۰۰(F|P,۱۵\%,۹) + ۳,۱۰۰(F|A,۱۵\%,۹) - ۲,۰۰۰ = ۱۱۳,۳۵۸$$

کوچکترین مضرب مشترک ۶ و ۹ برابر ۱۸ می‌باشد. پس هزینه ماشین A باید ۳ دوره ۶ ساله و هزینه ماشین B باید ۲ دوره ۹ ساله تکرار شوند. برای بدست آوردن ارزش فعلی هزینه ماشین A باید ارزش فعلی یک سری پرداخت برابر FWC_A به تعداد ۳ دوره ۶ ساله با نرخ بهره مؤثر $i_{۶}$ محاسبه گردد:

$$PWC_A = FWC_A(P|A,i_{۶},۳) = ۳۸,۵۶۰$$

برای ارزش فعلی هزینه ماشین B به همان ترتیب خواهیم داشت:

$$PWC_B = FWC_B \left(P \middle| A, i_۹, ۲\right) = ۴۱,۳۸۴$$

با توجه به ارزش فعلی هزینه (PWC) کمتر، پروژه A اقتصادی‌تر است.

ب) استفاده از عمر مفید بی نهایت:

اگر $m \to \infty$ عمر مشترک همه پروژه‌ها باشد هر پروژه بی نهایت مرتبه تکرار می‌شود و $PW = FW \lim_{m\to\infty}\left(P \middle| A, i_n, m/n\right) = \frac{FW}{i_n}$.

بعبارت دیگر ارزش فعلی هر پروژه از نسبت ارزش آینده آن پروژه به نرخ بهره مؤثر در دوره عمر مفید آن پروژه بدست می‌آید.

برای مثال قبل خواهیم داشت:

$$PWC_A = \frac{FWC_A}{i_۶} = ۴۱,۹۵۰$$

$$PWC_B = \frac{FWC_B}{i_۹} = ۴۵,۰۲۲$$

با توجه به ارزش فعلی هزینه (PWC) کمتر، پروژه A اقتصادی‌تر است.

روش یکنواخت سالیانه

این تکنیک بر مبنای اطلاعات طرح تحت یکی از عناوین زیر شناخته می‌شود:

- "هزینه یکنواخت سالیانه" ($EUAC$: Equivalent Uniform Annual Cost)
- "درآمد یکنواخت سالیانه" ($EUAB$: Equivalent Uniform Annual Benefit)

به اختلاف $EUAC$ و $EUAB$، ($NEUA$: Net Equivalent Uniform Annual) گفته می‌شود. $NEUA = EUAB - EUAC$

در روش ارزش فعلی وقتی طول عمر متفاوت بود (که معمولا در عمل اینگونه است) از روشی استفاده کردیم که با تکرار نامحدود هر پروژه، فرمولی ساده جهت مقایسه پروژه‌های ناسازگار ارائه می‌نمود. این روش را می‌توان برای تمامی پروژه‌ها و طرح‌های ناسازگار فارغ از طول عمر مفید آنها مورد استفاده قرار داد (چرا؟). از طرفی با ضرب کردن نرخ بهره (عددی ثابت و مثبت) در ارزش فعلی حاصله خواهیم داشت:

$$PWC \times i = FWC \frac{i}{i_n} = FWC \frac{i}{(1+i)^n - 1} = FWC\left(A|F,i,n\right) = EUAC$$

$$NPW \times i = NFW \frac{i}{i_n} = NFW \frac{i}{(1+i)^n - 1} = NFW\left(A|F,i,n\right) = NEUA$$

همانطور که ملاحظه می‌شود عبارات سمت راست ارزش معادل سری هزینه (درآمد) یکنواخت سالیانه خواهد بود. از آنجا که در مقایسه پروژه‌ها و یا تحلیل اقتصادی یک پروژه اعداد با هم مقایسه می‌گردند، ضرب (تقسیم) کردن نتایج در عددی ثابت و مثبت تغییری در نتایج تحلیل نخواهد داشت (با ضرب (تقسیم) کردن عددی ثابت و مثبت، جهت نامساوی و علامت اعداد تغییر نمی‌کند). لذا حاصل تحلیل بر این مبنا با تحلیل ارزش فعلی منافاتی نخواهد داشت زیرا اگر با تحلیل ارزش فعلی پروژه‌ای اقتصادی باشد آنگاه:

$$NPW \geq 0 \quad \Rightarrow \quad NPW \times i \geq 0 \quad \Rightarrow \quad NEUA \geq 0$$

یعنی با تکنیک یکنواخت سالیانه هم حاصل تحلیل همان خواهد بود اگر با تحلیل ارزش فعلی پروژه B اقتصادی‌تر باشد آنگاه:

$$PWC_A > PWC_B \quad \Rightarrow \quad PWC_A \times i > PWC_B \times i \quad \Rightarrow \quad EUAC_A > EUAC_B$$

بنابر این:

$EUAB \geq EUAC$	$NEUA \geq 0$	پروژه اقتصادی
$EUAB < EUAC$	$NEUA < 0$	پروژه غیراقتصادی

مثال: فرض کنید هزینه اولیه طرحی (P) پس از عمر مفید آن (n) دارای ارزش اسقاطی (SV) باشد، اگر حداقل نرخ جذب کننده (MARR) برابر i باشد مقدار هزینه یکنواخت سالیانه را بدست آورید.

این مسئله به چند روش قابل حل است:

راه حل اول: ساده‌ترین راه حل آن است که P با استفاده از فاکتور $(A|P,i,n)$ به هزینه یکنواخت سالیانه و SV با استفاده از فاکتور $(A|F,i,n)$ به درآمد یکنواخت سالیانه تبدیل شده و با هم بصورت جبری جمع گردند:

$$EUAC = P(A|P,i,n) - SV(A|F,i,n)$$

راه حل دوم: ارزش فعلی سرمایه‌گذاری بوسیله فاکتور $(A|P,i,n)$ به هزینه یکنواخت سالیانه تبدیل شود:

$$EUAC = [P - SV(P|F,i,n)](A|P,i,n)$$

اگر از $(A|P,i,n)$ در روش اول فاکتور گیری شود همین نتیجه بدست می‌آید:

$$EUAC = P(A|P,i,n) - SV(A|F,i,n) = \left[P - SV\frac{(A|F,i,n)}{(A|P,i,n)}\right](A|P,i,n) = [P - SV(P|F,i,n)](A|P,i,n)$$

راه حل سوم: ارزش آینده سرمایه‌گذاری بوسیله فاکتور $(A|F,i,n)$ به هزینه یکنواخت سالیانه تبدیل شود:

$$EUAC=\left[P\left(F|P,i,n\right)-SV\right]\left(A|F,i,n\right)$$

با فاکتورگیری از $\left(A|F,i,n\right)$ در روش اول همین نتیجه بدست می‌آید:

$$EUAC=P\left(A|P,i,n\right)-SV\left(A|F,i,n\right)=\left[P\frac{\left(A|P,i,n\right)}{\left(A|F,i,n\right)}-SV\right]\left(A|F,i,n\right)=\left[P\left(F|P,i,n\right)-SV\right]\left(A|F,i,n\right)$$

راه حل چهارم: در این روش حاصل ضرب مقدار استهلاک در فاکتور $\left(A|P,i,n\right)$ با حاصل ضرب SV در i جمع می‌شود تا به هزینه یکنواخت سالیانه تبدیل شود:

$$EUAC=\left[P-SV\right]\left(A|P,i,n\right)+SV\left(i\right)$$

با جایگذاری $\left(A|F,i,n\right)=\left(A|P,i,n\right)-i$ در روش اول به این رابطه می‌رسیم.

راه حل پنجم: در این روش حاصل ضرب مقدار استهلاک در فاکتور $\left(A|F,i,n\right)$ با حاصل ضرب P در i جمع می‌شود تا به هزینه یکنواخت سالیانه تبدیل شود:

$$EUAC=P\left(i\right)+\left[P-SV\right]\left(A|F,i,n\right)$$

با جایگذاری $\left(A|P,i,n\right)=\left(A|F,i,n\right)+i$ در روش اول به این رابطه می‌رسیم.

همان طور که ملاحظه می‌شود نتیجه همه این روشها یکی است؛ در حالی که روابط روش چهارم و پنجم فقط به یک فاکتور جهت انجام محاسبات نیازمندند ولی بقیه روشها دو فاکتور لازم دارند.

چنانچه در مسئله بقیه درآمدها و هزینه‌ها بفرمی غیر از سری یکنواخت باشند (مانند سری هندسی، شیب یکنواخت و ...) قبل از تحلیل باید اقدام به تبدیل آنها به سری یکنواخت توسط فاکتورهای مربوطه نمود.

مثال: دو پمپ توربینی زیر را مقایسه نمایید. انتخاب کدامیک اقتصادی‌تر است. فرض نمایید کارایی هر دو پمپ برابر می‌باشد. حداقل نرخ جذب کننده ۱۵٪ می‌باشد.

	A	B
هزینه اولیه	۲۶،۰۰۰	۳۶،۰۰۰
هزینه تعمیرات سالیانه	۸۰۰	۳۰۰
هزینه پرسنلی سالیانه	۱۱،۰۰۰	۹،۶۰۰
ارزش اسقاطی	۲،۰۰۰	۳،۰۰۰
عمر مفید	۶	۱۰

حل: هزینه سالیانه دو پمپ را محاسبه و پمپی که کمترین هزینه یکنواخت سالیانه را دارا باشد انتخاب می‌کنیم:

$$EUAC_A = ۲۶,۰۰۰(۱۵\%) + ۸۰۰ + ۱۱,۰۰۰ + (۲۶,۰۰۰ - ۲,۰۰۰)\left(A\middle|F, ۱۵\%, ۶\right) = ۱۸,۴۴۲$$

$$EUAC_B = ۳۶,۰۰۰(۱۵\%) + ۳۰۰ + ۹,۶۰۰ + (۳۶,۰۰۰ - ۳,۰۰۰)\left(A\middle|F, ۱۵\%, ۱۰\right) = ۱۶,۷۲۵$$

از آنجا که $EUAC_B < EUAC_A$ می‌باشد خرید پمپ B توصیه می‌شود.

روش منافع به مخارج

در این روش معیار سنجش اقتصادی بودن یک پروژه از نسبت سود به هزینه‌ها بدست می‌آید.

$\frac{B}{C}$ =(منافع-ضررها)/(مخارج) هزینه‌ها

هزینه: منابعی که مستقیماً برای ایجاد و نگهداری طرح مذکور مصرف می‌شود.

منافع: درآمدهایی که در اثر ایجاد طرح حاصل می‌شود.

ضرر: منافع موجودی که در اثر ایجاد طرح از بین می‌رود و معمولاً به خود طرح مستقیماً مربوط نمی‌باشد.

همانطوریکه مشاهده می‌شود ضررها به هزینه‌ها اضافه نمی‌شود بلکه از منافع کاسته می‌شود.

روش اول– ارزش فعلی

$$\frac{B}{C}=\frac{PWB}{PWC}$$

PWB : ارزش اولیه منافع

PWC : ارزش اولیه هزینه‌ها

روش دوم– ارزش یکنواخت سالیانه

$$\frac{B}{C}=\frac{EUAB}{EUAC}$$

$EUAB$: معادل یکنواخت سالیانه منافع

$EUAC$: معادل یکنواخت سالیانه هزینه‌ها

قبلا گفته شد که برای اقتصادی بودن یک پروژه:

$$NPW \geq ۰ \quad \Rightarrow \quad PWB - PWC \geq ۰ \quad \Rightarrow \quad PWB \geq PWC \quad \Rightarrow \quad \frac{PWB}{PWC} \geq ۱$$

$$NEUA \geq ۰ \quad \Rightarrow \quad EUAB - EUAC \geq ۰ \quad \Rightarrow \quad EUAB \geq EUAC \quad \Rightarrow \quad \frac{EUAB}{EUAC} \geq ۱$$

و در نتیجه: در هریک از روش‌های فوق اگر $\frac{B}{C} \geq ۱$ پروژه اقتصادی و چنانچه $\frac{B}{C} < ۱$ پروژه غیر اقتصادی خواهد بود.

مثال: برای انجام یک طرح صنعتی پروژه‌ای با مشخصات زیر پیشنهاد گردیده است:

هزینه اولیه	۱،۰۰۰،۰۰۰	واحد پولی	(هزینه)
درآمد سالیانه ۱	۱۵۰،۰۰۰	واحد پولی	(منافع)
هزینه سالیانه	۵۰،۰۰۰	واحد پولی	(هزینه)
ضرر سالیانه	۳۰،۰۰۰	واحد پولی	(ضرر)
درآمد سالیانه ۲	۱۰۰،۰۰۰	واحد پولی	(منافع)

اگر عمر این طرح ۲۰ سال و حداقل نرخ جذب کننده ۱۰ ٪ باشد. آیا انجام این پروژه اقتصادی است؟

$$\frac{B}{C} = \frac{EUAB}{EUAC} = \frac{۱۵۰,۰۰۰ + ۱۰۰,۰۰۰ - ۳۰,۰۰۰}{۱,۰۰۰,۰۰۰\left(A\middle|P,۱۰\%,۲۰\right) + ۵۰,۰۰۰} = ۱/۳۱۳۵ > ۱$$

طرح اقتصادی است.

تجزیه و تحلیل سرمایه‌گذاری اضافی

قبل از مقایسه طرحهای مختلف لازم است ابتدا این روش معرفی شود زیرا اساس و شالوده مباحثات اقتصادی در مقایسه طرحهای ناسازگار می‌باشد. این روش دارای چندین مرحله است که با انجام آن در پایان مقایسه اقتصادی‌ترین طرح موجود شناسایی خواهد شد که عبارتند از:

۱) انتخاب تکنیک مناسب (مثلا نسبت منافع به مخارج) برای تعیین اقتصادی بودن پروژه‌ها؛

۲) انتخاب کلیه پروژه‌های اقتصادی با استفاده از تکنیک انتخابی و حذف بقیه پروژه‌ها؛

۳) مرتب کردن کلیه پروژه‌های اقتصادی به ترتیب صعودی در هزینه اولیه؛

۴) انتخاب دو پروژه اول لیست جهت مقایسه؛

۵) ایجاد فرایند مالی اختلاف دو پروژه؛

۶) تعیین اقتصادی بودن فرایند مالی اختلافی با استفاده از تکنیک انتخابی ($\Delta NPW \geq ۰$ و یا $\Delta NEUA \geq ۰$)؛

۷) اگر فرایند مالی اختلافی اقتصادی بود، حذف پروژه با مخارج (PWC و یا $EUAC$) کمتر و در غیر اینصورت حذف پروژه با مخارج بیشتر؛

۸) رفتن به مرحله ۴ و تکرار عملیات تا تمام شدن مقایسه.

مقایسه چند طرح:

این روش تفاوت اساسی با روشهای ارزش فعلی خالص (NPW) و ارزش یکنواخت سالیانه خالص (NEUA) دارد.

در این روش بیشتر بودن $\frac{B}{C}$ ملاکی جهت شناسایی اقتصادی‌تر بودن یک پروژه نسبت به دیگری نمی‌باشد و باید با روش تجزیه و تحلیل سرمایه گذاری اضافی از بین پروژه‌های موجود اقتصادی‌ترین آنها انتخاب گردد .

دو پروژه ناسازگار با هزینه اولیه متفاوت را در نظر بگیرید. همواره داریم:

تفاوت هزینه‌ها و درآمدها بین دو پروژه + فرایند مالی پروژه با هزینه اولیه کمتر = فرایند مالی پروژه با هزینه اولیه بیشتر

$$PW_X = PW_Y + \Delta NPW$$

$$EUA_X = EUA_Y + \Delta NEUA$$

برای انتخاب طرحی با PWC بیشتر باید:

$$\Delta NPW \geq ۰ \Rightarrow \Delta PWB - \Delta PWC \geq ۰ \Rightarrow \Delta PWB \geq \Delta PWC \Rightarrow \frac{\Delta PWB}{\Delta PWC} \geq ۱$$

و یا با $EUAC$ بیشتر باید:

$$\Delta NEUA \geq ۰ \Rightarrow \Delta EUAB - \Delta EUAC \geq ۰ \Rightarrow \Delta EUAB \geq \Delta EUAC \Rightarrow \frac{\Delta EUAB}{\Delta EUAC} \geq ۱$$

بعبارت دیگر $\frac{\Delta B}{\Delta C} \geq ۱$: پروژه با PWC یا $EUAC$ بیشتر انتخاب می‌شود؛

چنانچه $\frac{\Delta B}{\Delta C} < ۱$ پروژه با PWC یا $EUAC$ کمتر انتخاب خواهد شد.

مثال: از میان طرح‌های ناسازگار زیر با استفاده از روش منافع به مخارج اقتصادی‌ترین طرح را معین نمایید.

حل: همانطور که ملاحظه می‌شود همه پروژه‌ها دارای $\frac{B}{C} \geq ۱$ هستند و بنابر این همه اقتصادی هستند.

طرح	A	B	C	D	E
PWC	۱،۰۰۰	۲،۰۰۰	۴،۰۰۰	۶،۰۰۰	۹،۰۰۰
PWB	۱،۳۴۰	۴،۷۰۰	۷،۳۳۰	۸،۷۳۰	۹،۰۰۰
$\frac{B}{C}$	۱/۳۴۰	۲/۳۵۰	۱/۸۳۲۵	۱/۴۵۵	۱/۰۰۰

طرح‌ها بترتیب صعودی سرمایه (یا هزینه اولیه) مرتب شده‌اند.

بررسی و مقایسه A و B:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta PWC = ۲,۰۰۰ - ۱,۰۰۰ = ۱,۰۰۰ \\ \Delta PWB = ۴,۷۰۰ - ۱,۳۴۰ = ۳,۳۶۰ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta C} = ۳/۳۶۰ > ۱$$

طرح با PWC کمتر یعنی A حذف می‌شود.

بررسی و مقایسه B و C:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta PWC = ۴,۰۰۰ - ۲,۰۰۰ = ۲,۰۰۰ \\ \Delta PWB = ۷,۳۳۰ - ۴,۷۰۰ = ۲,۶۳۰ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta C} = ۱/۳۱۵ > ۱$$

طرح با PWC کمتر یعنی B حذف می‌شود.

بررسی و مقایسه C و D:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta PWC = ۶,۰۰۰ - ۴,۰۰۰ = ۲,۰۰۰ \\ \Delta PWB = ۸,۷۳۰ - ۷,۳۳۰ = ۱,۴۰۰ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta C} = ۰/۷۰۰ < ۱$$

طرح با PWC بیشتر یعنی D حذف می‌شود.

بررسی و مقایسه C و E:

$$\left.\begin{array}{l}\Delta PWC = ۹,۰۰۰ - ۴,۰۰۰ = ۵,۰۰۰ \\ \Delta PWB = ۹,۰۰۰ - ۷,۳۳۰ = ۱,۶۷۰\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta C} = ۰/۳۳۴ < ۱$$

طرح با PWC بیشتر یعنی E حذف می‌شود.

طرح C بعنوان اقتصادی‌ترین پروژه انتخاب می‌گردد. دقت شود که این طرح دارای بیشترین نسبت منافع به مخارج نمی‌باشد در حالی که اقتصادی‌ترین طرح می‌باشد.

روش نرخ بازگشت سرمایه

ROR= Rate Of Return نرخ سودی که از یک سرمایه گذاری حاصل می‌شود .

روش ۱: محاسبه ROR با استفاده از روش ارزش فعلی

نرخ بازگشت سرمایه از تساوی قرار دادن ارزش فعلی درآمدها با ارزش فعلی هزینه‌ها بدست می‌آید.

$$NPW = 0 \quad \equiv \quad PWB - PWC = 0 \quad \equiv \quad PWB = PWC \quad \Rightarrow \quad i = ROR$$

و در نتیجه:

$$-P + A\left(P \middle| A, i, n\right) + SV\left(P \middle| F, i, n\right) + \cdots = 0 \quad \Rightarrow \quad i = ROR$$

روش ۲: محاسبه نرخ بازگشت سرمایه با استفاده از روش یکنواخت سالیانه

$$NEUA = 0 \quad \equiv \quad EUAB - EUAC = 0 \quad \equiv \quad EUAB = EUAC \quad \Rightarrow \quad i = ROR$$

و در نتیجه:

$$-P\left(A \middle| P, i, n\right) + A + SV\left(A \middle| F, i, n\right) + \cdots = 0 \quad \Rightarrow \quad i = ROR$$

روش محاسبه i

۱. حدس جواب (محاسبه ضریب بطور تقریبی یا دقیق)
۲. سعی و خطا
۳. درون یابی

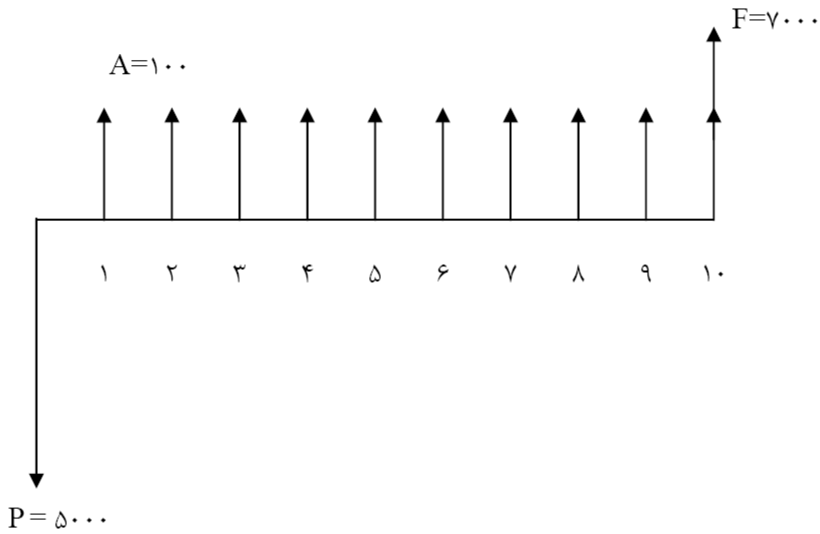
مثال ۱: در سرمایه‌گذاری ۱،۰۰۰ واحد پولی اکنون و دریافت ۵۰۰ واحد پولی سه سال دیگر و ۱،۵۰۰ واحد پولی پنج سال دیگر، نرخ بازگشت سرمایه را محاسبه نمایید.

حل:

$$NPW = ۰ \quad \Rightarrow \quad -۱,۰۰۰ + ۵۰۰\left(P\middle|F,i,۳\right) + ۱,۵۰۰\left(P\middle|F,i,۵\right) = ۰ \quad \Rightarrow \quad i = ۱۶/۹۵\%$$

مثال ۲: فرآیند مالی زیر را در نظر بگیرید.

سرمایه‌گذاری ۵،۰۰۰ واحد پولی هم اکنون و دریافت سالیانه ۱۰۰ واحد پولی به مدت ۱۰ سال (در پایان هر سال) و نهایتا دریافت ۷،۰۰۰ واحد پولی در پایان ۱۰ سال، نرخ بازگشت سرمایه را محاسبه نمایید.



حل:

$$NPW = ۰ \quad \Rightarrow \quad -۵,۰۰۰ + ۱۰۰(P|A,i,۱۰) + ۷,۰۰۰(P|F,i,۱۰) = ۰ \quad \Rightarrow \quad i = ۵/۱۶\%$$

$$NEUA = ۰ \quad \Rightarrow \quad -۵,۰۰۰(A|P,i,۱۰) + ۱۰۰ + ۷,۰۰۰(A|F,i,۱۰) = ۰ \quad \Rightarrow \quad i = ۵/۱۶\%$$

MARR= Minimum Attractive Rate of Return حداقل نرخ سودی که یک سرمایه گذار حاضر می‌شود در یک طرح سرمایه‌گذاری نماید.

هر سازمان یا شرکتی جهت سرمایه‌گذاری در یک طرح با توجه به سیاست‌های مربوطه در صورتی اقدام می‌نماید که سود ناشی از این سرمایه‌گذاری از یک حداقلی بیشتر باشد. لذا:

$ROR < MARR$	طرح پذیرفته نمی‌شود
$ROR \geq MARR$	طرح پذیرفته می‌شود

پس برای سرمایه‌گذاری در یک طرح ابتدا نرخ بازگشت سرمایه محاسبه و پس از آن تصمیم‌گیری بعمل می‌آید.

مقایسه چند پروژه با روش ROR

این روش نیز تفاوت اساسی با روشهای ارزش فعلی خالص (NPW) و ارزش یکنواخت سالیانه خالص (NEUA) دارد.

در این روش بیشتر بودن ROR یک پروژه (A) از پروژه دیگر (B) الزاماً به مفهوم اقتصادی‌تر بودن پروژه اول (A) نمی‌باشد و باید با تکنیک تجزیه و تحلیل سرمایه گذاری اضافی از بین پروژه‌های موجود اقتصادی‌ترین آنها را انتخاب نماییم .

قبل از ادامه این روش لازم است که متغیرهایی معرفی شوند که می‌توانند نقشی اساسی در فهم بهتر این موضوع داشته باشند.

چنانچه نرخ بهره صفر باشد بدان مفهوم خواهد بود که زمان نقشی در ارزش پول ندارد. بنابراین می‌توان گفت:

$PWC^{*} = PWC\big|_{i=0}$ برابر خواهد بود با جمع جبری تمام هزینه‌های سرمایه‌گذاری یعنی $PWC^{*} = \sum_j C_j$.

$PWB^{*} = PWB\big|_{i=0}$ برابر خواهد بود با جمع جبری تمام درآمدهای سرمایه‌گذاری یعنی $PWB^{*} = \sum_j B_j$.

$NPW^{*} = PWB^{*} - PWC^{*}$.

$EUAC^{*} = EUAC\big|_{i=0}$ برابر خواهد بود با متوسط حسابی تمام هزینه‌های سرمایه‌گذاری یعنی $EUAC^{*} = \frac{1}{n} PWC^{*}$.

$EUAB^{*} = EUAB\big|_{i=0}$ برابر خواهد بود با متوسط حسابی تمام درآمدهای سرمایه‌گذاری یعنی $EUAB^{*} = \frac{1}{n} PWB^{*}$.

$NEUA^{*} = EUAB^{*} - EUAC^{*} = \frac{1}{n} NPW^{*}$.

برای تعیین اقتصادی‌ترین پروژه:

- نرخ بازگشت سرمایه هر پروژه محاسبه می‌شود. اگر نرخ بازگشت سرمایه پروژه‌ای کمتر از حداقل نرخ جذب کننده (MARR) بود، آن پروژه از مقایسه حذف می‌گردد.
- پروژه‌های اقتصادی باقیمانده برحسب هزینه اولیه به ترتیب صعودی مرتب می‌شوند.
- اگر هزینه اولیه و عمر مفید در دو پروژه برابر باشد پروژه‌ای اقتصادی‌تر است که دارای نرخ بازگشت سرمایه بالاتری باشد.
- برای پروژه‌های با عمر مفید برابر (روش ارزش فعلی PWC و یا NPW) برای مقایسه دو پروژه:
  - NPW: برای پروژه‌هایی که درآمد مشخصی دارند: $NPW_X = NPW_Y \quad \Rightarrow \quad i = \Delta ROR$
  - PWC: برای پروژه‌هایی که درآمد ندارند و یا درآمد برابری دارند: $PWC_X = PWC_Y \quad \Rightarrow \quad i = \Delta ROR$

$0 < \Delta ROR < MARR$	پروژه با PWC^* بیشتر	پروژه با NPW^* کمتر
بقیه مقادیر ΔROR	پروژه با PWC^* کمتر	پروژه با NPW^* بیشتر

- در صورتی که پروژه‌ها دارای عمر مفید یکسانی نباشند (روش یکنواخت سالیانه $EUAC$ و یا $NEUA$) برای مقایسه دو پروژه:
  - $NEUA$: برای پروژه‌هایی که درآمد مشخصی دارند: $NEUA_X = NEUA_Y \quad \Rightarrow \quad i = \Delta ROR$
  - $EUAC$: برای پروژه‌هایی که درآمد ندارند و یا درآمد برابری دارند: $EUAC_X = EUAC_Y \quad \Rightarrow \quad i = \Delta ROR$

$0 < \Delta ROR < MARR$	پروژه با $EUAC^*$ بیشتر	پروژه با $NEUA^*$ کمتر
بقیه مقادیر ΔROR	پروژه با $EUAC^*$ کمتر	پروژه با $NEUA^*$ بیشتر

مثال : پروژه‌های زیر را با استفاده از تجزیه و تحلیل سرمایه‌گذاری اضافی و از روش نرخ بازگشت سرمایه مقایسه و اقتصادی‌ترین آنها را مشخص نمایید. عمر کلیه پروژه‌ها ۲۰ سال و $MARR = ۶\%$ می‌باشد.

طرح	A	B	C	D	E
هزینه اولیه	۴،۰۰۰	۲،۰۰۰	۶،۰۰۰	۱،۰۰۰	۹،۰۰۰
درآمد سالیانه	۶۳۹	۴۱۰	۷۶۱	۱۱۷	۷۸۵

حل: چون نرخ بازگشت همه پروژه‌ها از حداقل نرخ جذب کننده بیشتر است همه آنها اقتصادی هستند.
لذا ابتدا همه پروژه‌ها را بترتیب صعودی هزینه اولیه مرتب می‌کنیم:

طرح	D	B	A	C	E
هزینه اولیه	۱،۰۰۰	۲،۰۰۰	۴،۰۰۰	۶،۰۰۰	۹،۰۰۰
درآمد سالیانه	۱۱۷	۴۱۰	۶۳۹	۷۵۳	۷۸۵
ROR	٪۱۰	٪۲۰	٪۱۵	٪۱۱	٪۶
NPW^*	۱،۳۴۰	۶،۲۰۰	۸،۷۸۰	۹،۰۶۰	۶،۷۰۰

از آنجا که این پروژه‌ها دارای درآمد و هزینه هستند و طول عمر مفید آنها هم برابر است، پس NPW^* محاسبه می‌شود.

مقایسه D و B:

$$\Delta NPW=۰ \quad\Rightarrow\quad NPW_B=NPW_D \quad\Rightarrow\quad -۲,۰۰۰+۴۱۰\left(P\middle|A,i,۲۰\right)=-۱,۰۰۰+۱۱۷\left(P\middle|A,i,۲۰\right)$$

$$\Rightarrow\quad -۱,۰۰۰+۲۹۳\left(P\middle|A,i,۲۰\right)=۰ \quad\Rightarrow\quad i=\Delta ROR=۲۹\%>MARR$$

طرح B انتخاب می‌شود.

مقایسه B و A:

$$\Delta NPW=۰ \quad\Rightarrow\quad NPW_A=NPW_B \quad\Rightarrow\quad -۴,۰۰۰+۶۳۹\left(P\middle|A,i,۲۰\right)=-۲,۰۰۰+۴۱۰\left(P\middle|A,i,۲۰\right)$$

$$\Rightarrow\quad -۲,۰۰۰+۲۲۹\left(P\middle|A,i,۲۰\right)=۰ \quad\Rightarrow\quad i=\Delta ROR=۱۰\%>MARR$$

طرح A انتخاب می‌شود.

مقایسه A و C:

$$\Delta NPW = ۰ \quad \Rightarrow \quad NPW_C = NPW_A \quad \Rightarrow \quad -۶,۰۰۰ + ۷۵۳(P|A,i,۲۰) = -۴,۰۰۰ + ۶۳۹(P|A,i,۲۰)$$

$$\Rightarrow \quad -۲,۰۰۰ + ۱۱۴(P|A,i,۲۰) = ۰ \quad \Rightarrow \quad i = \Delta ROR = ۱/۳\% < MARR$$

طرح A انتخاب می‌شود.

مقایسه A و E:

$$\Delta NPW = ۰ \quad \Rightarrow \quad NPW_E = NPW_A \quad \Rightarrow \quad -۹,۰۰۰ + ۷۸۵(P|A,i,۲۰) = -۴,۰۰۰ + ۶۳۹(P|A,i,۲۰)$$

$$\Rightarrow \quad -۵,۰۰۰ + ۱۴۶(P|A,i,۲۰) = ۰ \quad \Rightarrow \quad i = \Delta ROR = -۴/۶\% < ۰$$

طرح A انتخاب می‌شود.

طرح A بعنوان اقتصادی‌ترین پروژه انتخاب می‌گردد. دقت شود که این طرح دارای بیشترین ROR نمی‌باشد در حالی که اقتصادی‌ترین طرح می‌باشد.

مثال : پروژه‌های زیر را با استفاده از تجزیه و تحلیل سرمایه‌گذاری اضافی و از روش نرخ بازگشت سرمایه مقایسه و اقتصادی‌ترین آنها را مشخص نمایید. $MARR = ۱۰\%$ می‌باشد.

طرح	A	B	C	D	E
هزینه اولیه	۹،۰۰۰	۶،۰۰۰	۷،۰۰۰	۶،۵۰۰	۴،۴۰۰
درآمد خالص سالیانه	۱،۴۷۰	۱،۱۰۰	۱،۶۸۰	۱،۳۵۰	۱،۱۰۰
ارزش اسقاطی	۱،۰۰۰	۶۰۰	۰	۵۰۰	۴۰۰
عمر مفید	۱۱	۸	۶	۷	۵

حل: چون نرخ بازگشت همه پروژه‌ها از حداقل نرخ جذب کننده بیشتر است همه آنها اقتصادی هستند. لذا ابتدا همه پروژه‌ها را بترتیب صعودی هزینه اولیه مرتب می‌کنیم:

طرح	E	B	D	C	A
هزینه اولیه	۴،۴۰۰	۶،۰۰۰	۶،۵۰۰	۶،۸۰۰	۹،۰۰۰
درآمد خالص سالیانه	۱،۱۰۰	۱،۱۰۰	۱،۳۵۰	۱،۶۰۰	۱،۴۷۰
ارزش اسقاطی	۴۰۰	۶۰۰	۵۰۰	۰	۱،۰۰۰
عمر مفید	۵	۸	۷	۶	۱۱
ROR	٪۱۰/۱۵	٪۱۰/۶۵	٪۱۱/۴۵	٪۱۰/۸۴	٪۱۲/۰۵
$NEUA^*$	۳۰۰	۴۲۵	۴۹۳	۴۶۷	۷۴۳

از آنجا که این پروژه‌ها دارای درآمد و هزینه هستند و طول عمر مفید آنها برابر نیست، پس $NEUA^*$ محاسبه می‌شود.

مقایسه B و E:

$$\Delta NEUA = 0 \quad \Rightarrow \quad NEUA_E = NEUA_B \quad \Rightarrow$$

$$-4,400(A|P,i,5)+1,100+400(A|F,i,5) = -6,000(A|P,i,8)+1,100+600(A|F,i,8)$$

$$\Rightarrow \quad i = \Delta ROR = 11/85\% > MARR$$

طرح B انتخاب می‌شود.

مقایسه D و B:

$$\Delta NEUA = ۰ \quad \Rightarrow \quad NEUA_B = NEUA_D \quad \Rightarrow$$

$$-۶,۰۰۰\left(A\middle|P,i,۸\right)+۱,۱۰۰+۶۰۰\left(A\middle|F,i,۸\right)=-۶,۵۰۰\left(A\middle|P,i,۷\right)+۱,۳۵۰+۵۰۰\left(A\middle|F,i,۷\right)$$

$$\Rightarrow \quad i = \Delta ROR = ۲۴/۶۵\% > MARR$$

طرح D انتخاب می‌شود.

مقایسه C و D:

$$\Delta NEUA = ۰ \quad \Rightarrow \quad NEUA_D = NEUA_C \quad \Rightarrow$$

$$-۶,۵۰۰\left(A\middle|P,i,۷\right)+۱,۳۵۰+۵۰۰\left(A\middle|F,i,۷\right)=-۶,۸۰۰\left(A\middle|P,i,۶\right)+۱,۶۰۰$$

$$\Rightarrow \quad i = \Delta ROR < ۰$$

طرح D انتخاب می‌شود.

مقایسه A و D:

$$\Delta NEUA = ۰ \quad \Rightarrow \quad NEUA_D = NEUA_A \quad \Rightarrow$$

$$-۶,۵۰۰\left(A\middle|P,i,۷\right)+۱,۳۵۰+۵۰۰\left(A\middle|F,i,۷\right)=-۹,۰۰۰\left(A\middle|P,i,۱۱\right)+۱,۴۷۰+۱۰۰۰\left(A\middle|F,i,۱۱\right)$$

$$\Rightarrow \quad i = \Delta ROR = ۱۳/۲\% > MARR$$

طرح A انتخاب می‌شود.

طرح A بعنوان اقتصادی‌ترین پروژه انتخاب می‌گردد.

استهلاک

یکی از عواملی که برای مقایسه اقتصادی پروژه‌ها نقش اساسی و مهم داشته و تاکنون مورد بررسی قرار نداده‌ایم استهلاک می‌باشد .

تعریف : کاهش ارزش یک دارایی یا به عبارتی اختلاف ارزش یک دارایی در دو زمان مختلف به هر دلیلی که این کاهش ارزش صورت گرفته باشد را استهلاک می‌گویند .

دلایل وجود استهلاک

۱. پیشرفت تکنولوژی (کامپیوتر – ماشین حساب – چرتکه)
۲. فرسودگی (هزینه نگهداری، تعمیرات، کاهش کارائی)
۳. تغییرات مقررات (پلاک زوج و فرد ماشین)
٤. تغییر در مقدار و نوع سرویس مورد لزوم (بستنی)
٥. ایجاد خسارات مالی و جانی (اجاق مایکروویو)

ارزش دفتری: ارزش دفتری یک دارایی در هر زمان عبارتست از ارزش یا هزینه اولیه آن دارایی پس از کاهش یا کسر مجموع مبالغ استهلاک تا آن زمان .

$$BV_m = BV_{m-۱} - D_m = P - \sum_{k=۱}^{m} D_k \quad , \quad m = ۰,۱,۲,\ldots,n \quad \& \quad BV_۰ = P$$

BV_m: ارزش دفتری دارایی در پایان سال m — P: هزینه اولیه دارایی

D_k: مقدار استهلاک در سال k — m: سال مورد بررسی

روشهای محاسبه استهلاک

۱- روش خط مستقیم (SL)

در این روش مقدار استهلاک سالیانه ثابت در نظر گرفته می‌شود و طبق رابطه زیر محاسبه می‌گردد .

$$D_۱ = D_۲ = \cdots = D_n \quad \Rightarrow \quad P - SV = \sum_{m=۱}^{n} D_m = n \cdot D \quad \Rightarrow \quad \boxed{D = \frac{P - SV}{n}}$$

D: مقدار استهلاک سالیانه

SV: ارزش اسقاطی دارایی

n: عمر استهلاک دارایی (عمر مفید)

ارزش دفتری پس از m سال از شروع سرمایه‌گذاری از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\boxed{BV_m = BV_{m-۱} - D = P - \sum_{k=۱}^{m} D_k = P - m \cdot D \quad , \quad m = ۰, ۱, ۲, \ldots, n}$$

مثال: هزینه اولیه یک ماشین ۸۰،۰۰۰ واحد پولی با عمر مفید (استهلاکی) ۱۰ سال و ارزش اسقاطی ۱۰،۰۰۰ واحد پولی است . مقدار استهلاک سالیانه و ارزش دفتری پس از ۵ سال را محاسبه نمایید .

حل:

$$D = \frac{P - SV}{n} = \frac{۸۰,۰۰۰ - ۱۰,۰۰۰}{۱۰} = ۷,۰۰۰$$

$$BV_۵ = P - ۵D = ۸۰,۰۰۰ - ۵(۷,۰۰۰) = ۵۵,۰۰۰$$

۲- روش جمع ارقام سنوات (SOYD)

در این روش مقدار استهلاک در سال اول بیشترین مقدار را داشته و با یک شیب یکنواخت کاهش پیدا می‌کند تا در نهایت در سال آخر به حداقل می‌رسد.

$$D_{۱} = n\alpha$$
$$D_{۲} = (n-۱)\alpha$$
$$D_{۳} = (n-۲)\alpha$$
$$\vdots$$
$$D_m = (n-m+۱)\alpha$$
$$\vdots$$
$$D_{n-۱} = ۲\alpha$$
$$D_n = \alpha$$

$$P-SV = \sum_{m=۱}^{n} D_m = \sum_{m=۱}^{n}(n-m+۱)\alpha = \left(\sum_{k=۱}^{n} k\right)\alpha = SYD\cdot\alpha \quad\Rightarrow\quad \alpha = \frac{P-SV}{SYD} \quad , \quad SYD = \frac{n(n+۱)}{۲}$$

$$\Rightarrow \quad D_m = (n-m+۱)\alpha = \frac{n-m+۱}{SYD}(P-SV) \quad , \quad m = ۱,۲,\ldots,n$$

ارزش دفتری

$$BV_m = P - \sum_{k=1}^{m} D_k = P - \left[\sum_{k=1}^{m}(n-k+1)\right]\left(\frac{P-SV}{SYD}\right) =$$

$$BV_m = P - \left[\sum_{k=1}^{m}(n+1) - \sum_{k=1}^{m} k\right]\left(\frac{P-SV}{SYD}\right) = P - \left[m(n+1) - \frac{m(m+1)}{2}\right]\left(\frac{P-SV}{SYD}\right)$$

$$\Rightarrow \quad BV_m = P - \frac{m(2n-m+1)}{2SYD}(P-SV)$$

مثال: هزینه اولیه یک ماشین ۸۰،۰۰۰ واحد پولی با عمر مفید (استهلاکی) ۱۰ سال و ارزش اسقاطی ۱۰،۰۰۰ واحد پولی است . مقدار استهلاک و ارزش دفتری برای سال چهارم را محاسبه نمایید . (روش SOYD)

$$P = 80{,}000 \quad , \quad SV = 10{,}000 \quad , \quad n = 10 \quad , \quad m = 4$$

$$SYD = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{10 \times 11}{2} = 55$$

$$D_4 = \frac{10-4+1}{55}(80{,}000 - 10{,}000) = \frac{7 \times 70{,}000}{55} = 8{,}909/1$$

$$BV_4 = 80{,}000 - \frac{4(2 \times 10 - 4 + 1)}{2 \times 55}(80{,}000 - 10{,}000) = 80{,}000 - \frac{34 \times 70{,}000}{55} = 36{,}727/3$$

۳- روش موجودی نزولی (DB)

در این روش مقدار استهلاک هر سال از حاصلضرب ارزش دفتری پایان سال قبل در عددی ثابت ($d \le \frac{2}{n}$)بدست می‌آید. اگر $d = \frac{2}{n}$ انتخاب شود که در آن n عمر مفید می‌باشد به این روش **موجودی نزولی دوبل (DDB)** گفته می‌شود:

$$D_m = d \cdot BV_{m-1} \quad , \quad m = 0, 1, 2, \dots, n$$

از طرفی داریم:

$$BV_m = BV_{m-1} - D_m \quad \Rightarrow \quad BV_m = BV_{m-1}(1-d)$$

و می‌توانیم بنویسیم:

$$BV_1 = BV_0(1-d) = P(1-d)$$

$$BV_2 = BV_1(1-d) = \left[P(1-d)\right](1-d) = P(1-d)^2$$

$$BV_3 = BV_2(1-d) = \left[P(1-d)^2\right](1-d) = P(1-d)^3$$

$$\vdots$$

$$BV_m = BV_{m-1}(1-d) = \left[P(1-d)^{m-1}\right](1-d) = P(1-d)^m$$

$$D_m = d \cdot BV_{m-1} = d \cdot P(1-d)^{m-1}$$

در این روش ارزش اسقاطی تاثیری بر ارزش استهلاک و ارزش دفتری ندارد و بنابر این در حالت کلی: $BV_n = P(1-d)^n \ne SV$.

مثال: هزینه اولیه یک ماشین ۸۰،۰۰۰ واحد پولی با عمر مفید (استهلاکی) ۱۰ سال است . مقدار استهلاک و ارزش دفتری برای سال چهارم در صورتی که $d=\frac{۲}{۱۱}$ باشد را با استفاده از روش DB محاسبه نمایید .

$$BV_{۴}=۸۰,۰۰۰\left(۱-\frac{۲}{۱۱}\right)^{۴}=۳۵,۸۵۰$$

$$D_{۴}=\frac{۲}{۱۱}\times ۸۰,۰۰۰\left(۱-\frac{۲}{۱۱}\right)^{۴-۱}=۷,۹۶۶/۷$$

اگر بخواهیم ارزش اسقاطی در پایان دوره برابر ارزش دفتری باشد، به دو روش این کار امکان پذیر است: انتخاب d مناسب و یا روش ترکیبی.

انتخاب d مناسب:

$$BV_n=P(۱-d)^n=SV \quad\Rightarrow\quad (۱-d)^n=\frac{SV}{P} \quad\Rightarrow\quad ۱-d=\left(\frac{SV}{P}\right)^{\frac{۱}{n}} \quad\Rightarrow\quad d=۱-\left(\frac{SV}{P}\right)^{\frac{۱}{n}}$$

مثال: اگر در مثال قبل ارزش اسقاطی برابر ۱۰،۰۰۰ واحد پولی باشد مقدار d را طوری بیابید که ارزش دفتری پایان عمر مفید با ارزش اسقاطی برابر شود.

$$d=۱-\left(\frac{۱۰,۰۰۰}{۸۰,۰۰۰}\right)^{\frac{۱}{۱۰}}=۰/۱۸۷۷$$

روش ترکیبی:

در استفاده از روش DB وقتی که d مقداری ثابت است، دو حالت برای ارزش دفتری در پایان عمر مفید ممکن است اتفاق بیافتد:

الف) $BV_n > SV$:

در این حالت تا پایان سال j از روش DB و سپس از روش خط راست استفاده می‌گردد. j اولین مقدار m است که در رابطه زیر صدق کند:

$$P\left[۱-(n-m)d\right](۱-d)^m \geq SV \quad \equiv \quad \left[۱-(n-m)d\right]BV_m \geq SV \quad (*)$$

و مقادیر استهلاک و ارزش دفتری بصورت زیر خواهد بود:

$$BV_m = \begin{cases} P(۱-d)^m & m \leq j \\ BV_j - (m-j)D_m & m > j \end{cases} \qquad D_m = \begin{cases} d \cdot BV_{m-۱} & m \leq j \\ \dfrac{BV_j - SV}{n-j} & m > j \end{cases}$$

راه حل عملی:

- قرار می‌دهیم: $BV_. = P$
- (شروع روش DB) برای هر $m = ۱, ۲, ۳, \ldots$

۹) مقادیر $BV_m = P(۱-d)^m$، $D_m = d \cdot BV_{m-۱}$ و $L_m = \left[۱-(n-m)d\right]BV_m$ را بدست آورید.

۱۰) تا آنجایی ادامه دهید که برای اولین بار $L_m \geq SV$.

۱۱) این مقدار m همان j می‌باشد. (پایان زمان استفاده از DB)

- (شروع روش خط مستقیم) برای هر $m = j+۱, j+۲,\dots,n$

۱) مقادیر استهلاک با روش خط راست بصورت $D_{SL} = \dfrac{BV_j - SV}{n-j}$ بدست آورید.

۲) مقادیر ارزش دفتری را هم از فرمول $BV_m = BV_j - (m-j)D_{SL}$ بدست آورید.

مثال: هزینه اولیه یک ماشین ۲۰۰،۰۰۰ واحد پولی با عمر مفید (استهلاکی) ۱۰ سال و ارزش اسقاطی ۱۰،۰۰۰ واحد پولی است . مقدار استهلاک و ارزش دفتری برای سال مختلف را با استفاده از روش DDB محاسبه نمایید .

حل:

$P = ۲۰۰,۰۰۰ \quad , \quad SV = ۱۰,۰۰۰ \quad , \quad n = ۱۰ \quad , \quad d = ۰/۲$

$BV_n = ۲۱,۴۷۵ > SV$

$j = ۶$

روش	m	BV_m	D_m	L_m
	۰	۲۰۰،۰۰۰	–	-۲۰۰،۰۰۰
DDB	۱	۱۶۰،۰۰۰	۴۰،۰۰۰	-۱۲۸،۰۰۰
	۲	۱۲۸،۰۰۰	۳۲،۰۰۰	-۷۶،۸۰۰
	۳	۱۰۲،۴۰۰	۲۵،۶۰۰	-۴۰،۹۶۰
	۴	۸۱،۹۲۰	۲۰،۴۸۰	-۱۶،۳۸۴
	۵	۶۵،۵۳۶	۱۶،۳۸۴	۰
	۶	۵۲،۴۲۸/۸	۱۳،۱۰۷/۲	۱۰،۴۸۵/۸
خط مستقیم	۷	۴۱،۸۲۱/۶	۱۰۶۰۷/۲	–
	۸	۳۱،۲۱۴/۴	۱۰۶۰۷/۲	–
	۹	۲۰،۶۰۷/۲	۱۰۶۰۷/۲	–
	۱۰	۱۰،۰۰۰	۱۰۶۰۷/۲	–

حالت خاص $SV = ۰$

از معادله (❋) بسادگی می‌توان نوشت: $m \ge n - \dfrac{۱}{d}$.

وقتی روش مورد استفاده DDB باشد $d=\frac{۲}{n}$ و $m\ge\frac{n}{۲}$ که برای $n=۲k$ و $n=۲k-۱$ مقدار $j=k$ خواهد بود.

مثال: در مثال قبل اگر $SV=۰$، $j=۵$.

روش	m	BV_m	D_m
	۰	۲۰۰،۰۰۰	–
DDB	۱	۱۶۰،۰۰۰	۴۰،۰۰۰
	۲	۱۲۸،۰۰۰	۳۲،۰۰۰
	۳	۱۰۲،۴۰۰	۲۵،۶۰۰
	۴	۸۱،۹۲۰	۲۰،۴۸۰
	۵	۶۵،۵۳۶	۱۶،۳۸۴
خط مستقیم	۶	۵۲،۴۲۸/۸	۱۳،۱۰۷/۲
	۷	۳۹،۳۲۱/۶	۱۳،۱۰۷/۲
	۸	۲۶،۲۱۴/۴	۱۳،۱۰۷/۲
	۹	۱۳،۱۰۷/۲	۱۳،۱۰۷/۲
	۱۰	۰	۱۳،۱۰۷/۲

ب) $BV_n<SV$:

در این حالت تا پایان سال j از روش DB استفاده می‌شود. پس از آن در یک دوره بقیه دارایی مستهلک شده و برای دوره‌های باقیمانده مقادیر استهلاک سالیانه صفر و مقادیر ارزش کتابی برابر ارزش اسقاطی می‌گردد. j بزرگترین مقدار m است که در رابطه زیر صدق کند:

$$m\le\frac{\ln(SV)-\ln(P)}{\ln(۱-d)}$$

بنابر این j برابر قسمت صحیح $\frac{\ln(SV)-\ln(P)}{\ln(۱-d)}$ خواهد بود.

برای دوره‌ی $j+۱$ هم مقدار استهلاک برابر است با $D_{j+۱}=BV_j-SV$.

مثال: هزینه اولیه یک ماشین ۲۰۰،۰۰۰ واحد پولی با عمر مفید (استهلاکی) ۱۰ سال و ارزش اسقاطی ۴۰،۰۰۰ واحد پولی است . مقدار استهلاک و ارزش دفتری برای سال مختلف را با استفاده از روش DDB محاسبه نمایید .

حل:

$$P=۲۰۰,۰۰۰ \quad , \quad SV=۴۰,۰۰۰ \quad , \quad n=۱۰ \quad , \quad d=۰/۲$$
$$BV_n=۲۱,۴۷۵<SV$$
$$m\le ۷/۲۲ \quad \Rightarrow \quad j=۷$$

روش	m	BV_m	D_m
	۰	۲۰۰،۰۰۰	–
DDB	۱	۱۶۰،۰۰۰	۴۰،۰۰۰
	۲	۱۲۸،۰۰۰	۳۲،۰۰۰
	۳	۱۰۲،۴۰۰	۲۵،۶۰۰
	۴	۸۱،۹۲۰	۲۰،۴۸۰
	۵	۶۵،۵۳۶	۱۶،۳۸۴
	۶	۵۲،۴۲۹	۱۳،۱۰۷
	۷	۴۱،۹۴۳	۱۰،۴۸۶
	۸	۴۰،۰۰۰	۱،۹۴۳
	۹	۴۰،۰۰۰	۰
	۱۰	۴۰،۰۰۰	۰

۴- روش وجوه استهلاکی (SF)

برای جایگزینی دارایی پس از عمر مفید n سال، می‌توان سالیانه مبلغ A واحد پولی با نرخ بهره i پس‌انداز کرد تا در پایان عمر مفید مبلغ $(P-SV)$ واحد پولی سرمایه جهت تهیه دارایی جدید داشته باشیم:

$$A=(P-SV)(A|F,i,n)$$

ارزش دفتری دارایی پس از m دوره، اختلاف میزان موجودی حاصل از پس‌انداز، $A(F|A,i,m)$، و مقدار اولیه دارایی، P، خواهد بود:

$$BV_m=P-A(F|A,i,m)=P-(P-SV)(A|F,i,n)(F|A,i,m)$$

مقدار استهلاک دوره m هم بصورت زیر بدست می‌آید:

$$D_m = BV_m - BV_{m-1} = \left[P - A\left(F|A,i,m\right)\right] - \left[P - A\left(F|A,i,m-1\right)\right] = A\left[\left(F|A,i,m\right) - \left(F|A,i,m-1\right)\right]$$

$$D_m = A\left[\sum_{k=0}^{m-1}\left(F|P,i,k\right) - \sum_{k=0}^{m-2}\left(F|P,i,k\right)\right] = A\left(F|P,i,m-1\right)$$

$$D_m = \left(P - SV\right)\left(A|F,i,n\right)\left(F|P,i,m-1\right)$$

مثال: هزینه اولیه یک ماشین ۸۰،۰۰۰ واحد پولی با عمر مفید (استهلاکی) ۱۰ سال و ارزش اسقاطی ۱۰،۰۰۰ واحد پولی است. اگر حداقل نرخ جذب کننده ۱۰٪ باشد، مقدار استهلاک و ارزش دفتری برای سال چهارم را از روش SF محاسبه نمایید.

حل:

$$D_4 = \left(80{,}000 - 10{,}000\right)\left(A|F,10\%,10\right)\left(F|P,10\%,4-1\right) = 5846/4$$

$$BV_4 = 80{,}000 - \left(80{,}000 - 10{,}000\right)\left(A|F,10\%,10\right)\left(F|A,10\%,4\right) = 59{,}614/4$$

در این روش مقدار استهلاک در سال اول کمترین و در سالهای بعد بتدریج افزایش می‌یابد تا در سال آخر بیشترین مقدار استهلاک را داشته باشیم.

۵- روش تعداد تولید

در این روش برای هر واحد تولید یک مقدار ثابت استهلاک درنظر گرفته می‌شود. مقدار استهلاک هر سال برابر با نسبت تعداد تولید آن سال به کل تعداد تولید مورد انتظار در عمر مفید پروژه ضربدر تفاوت هزینه اولیه و ارزش اسقاطی.

$$D_m = (P - SV)\frac{U_m}{U}$$

U_m: تولید در سال m

U: کل تولید مورد انتظار

۶- روش مدت عملیات

در این روش مقدار ثابت استهلاک برای هر روز یا ساعت عملیاتی در نظر گرفته می‌شود. مقدار استهلاک هر سال برابر با نسبت تعداد تولید آن سال به کل تعداد تولید مورد انتظار در عمر مفید پروژه ضربدر تفاوت هزینه اولیه و ارزش اسقاطی.

$$D_m = (P - SV)\frac{Q_m}{Q}$$

Q_m: مدت عملیات در سال m

Q: کل مدت عملیات در طول عمر مفید دارایی

انتخاب روش استهلاک

انتخاب روش استهلاک مناسب نقش اساسی در صرفه جویی مالیاتی دارد . در صورتیکه در انتخاب روش محاسبه استهلاک آزادی عمل داشته باشیم، ارزش فعلی (PWD) یا ارزش یکنواخت سالیانه ($EUAD$) مقادیر استهلاک را از روشهای مختلف برای حداقل جذب کننده i محاسبه می‌نماییم . روشی که بالاترین PWD و یا $EUAD$ را داشته باشد اقتصادی‌ترین روش است. روشی که مقدار استهلاک را در سالهای اولیه عمر دارایی بیشتر نشان می‌دهد از نظر «صرفه جویی مالیاتی» بهترین روش است .

روش خط مستقیم: در این روش مقادیر استهلاک سالیانه برابر $D_m = A$ بوده و تشکیل یک سری یکنواخت سالیانه می‌دهند. ($A = \frac{P - SV}{n}$)

$$PWD_{SL} = A\left(P\middle|A, i, n\right)$$

$$EUAD_{SL} = A$$

روش جمع ارقام سنوات: در این روش مقادیر استهلاک سالیانه برابر $D_m = A - G\left(m - ۱\right)$ بوده و تشکیل یک سری شیب یکنواخت می‌دهند. ($A = n\alpha$ و $G = \alpha$ که در آن $\alpha = \frac{\left(P - SV\right)}{SYD}$)

$$PWD_{SOYD} = A\left(P\middle|A, i, n\right) - G\left(P\middle|G, i, n\right) = \alpha\left[n\left(P\middle|A, i, n\right) - \left(P\middle|G, i, n\right)\right] = \frac{\alpha}{i}\left[\left(P\middle|A, i, n\right) - ۱\right]$$

$$EUAD_{SOYD} = A - G\left(A\middle|G, i, n\right) = \alpha\left[n - \left(A\middle|G, i, n\right)\right] = \frac{\alpha}{i}\left[۱ - \left(A\middle|P, i, n\right)\right]$$

روش موجودی نزولی: در این روش مقادیر استهلاک سالیانه برابر $D_m = A_1 (1-d)^{m-1}$ بوده و تشکیل یک سری هندسی می‌دهند. ($j=-d$ و $A_1 = d \cdot P$)

$$PWD_{DB} = A_1 \left(P \middle| A_1, i, -d, n\right)$$

$$EUAD_{DB} = A_1 \left(P \middle| A_1, i, -d, n\right)\left(A \middle| P, i, n\right)$$

روش وجوه استهلاکی: در این روش مقادیر استهلاک سالیانه برابر $D_m = A_1 \left(F \middle| P, i, m-1\right) = A_1 (1+i)^{m-1}$ بوده و تشکیل یک سری هندسی می‌دهند. ($j=i$ ، $A_1 = (P-SV)\left(A \middle| F, i, n\right)$)

$$PWD_{SF} = A_1 \left(P \middle| A_1, i, i, n\right) = \frac{nA_1}{(1+i)}$$

$$EUAD_{SF} = A_1 \left(P \middle| A_1, i, i, n\right)\left(A \middle| P, i, n\right) = \frac{nA_1}{(1+i)}\left(A \middle| P, i, n\right)$$

تجزیه و تحلیل اقتصادی با لحاظ نمودن استهلاک و مالیات

تاکنون تجزیه و تحلیل و مقایسه اقتصادی پروژه‌ها بدون در نظر گرفتن اثرات استهلاک و مالیات بررسی گردید. در این فصل با لحاظ نمودن موارد مذکور به بررسی و تجزیه و تحلیل پروژه‌های اقتصادی می‌پردازیم.

مالیات (Tax): عبارتست از وجوهی که دولتها براساس درآمد اشخاص حقیقی و حقوقی متناسب با میزان درآمد و طبق مقررات و قوانین مربوطه اخذ می‌نمایند.

درآمد ناخالص (Gross Income/Revenue): عبارتست از درآمد حاصل از فروش سالیانه (شامل کالا و خدمات و...).

درآمد خالص (Net Income): عبارتست از درآمد ناخالص پس از کسر هزینه‌های عملیاتی و مالیات.

هزینه‌های عملیاتی (Operating Costs): عبارتست از هزینه‌های مربوط به مواد، نیروی انسانی، انرژی و سایر هزینه‌های سالیانه.

نرخ مالیات (Tax Rate): نرخی است که توسط دولت برای مالیات برحسب مورد تعیین می‌گردد.

روش محاسبه درآمد خالص یا فرآیند مالی بعد از کسر مالیات ($CFAT$)

۱) محاسبه فرآیند مالی قبل از کسر مالیات($CFBT$)

هزینه‌های عملیاتی - درآمد ناخالص = فرآیند مالی قبل از کسر مالیات

$$CFBT = GI - OC$$

۲) محاسبه استهلاک (D)

۳) محاسبه درآمد مشمول مالیات (TI)

استهلاک - فرآیند مالی قبل از کسر مالیات = درآمد مشمول مالیات

$$TI = CFBT - D = GI - OC - D$$

۴) محاسبه مالیات (TX):

نرخ مالیات * درآمد مشمول مالیات = مالیات

$$TX = \begin{cases} TI \cdot TR & TI > ۰ \\ ۰ & TI \leq ۰ \end{cases}$$

۵) محاسبه درآمد خالص (فرایند مالی بعد از کسر مالیات، $CFAT$)

مالیات - فرآیند مالی قبل از کسر مالیات = درآمد خالص

$$CFAT = CFBT - TX$$

$$CFAT = CFBT - TI \cdot TR$$

$$CFAT = CFBT - (CFBT - D) \cdot TR$$

$$CFAT = CFBT \cdot (۱ - TR) + D \cdot TR$$

با توجه به بررسی فوق برای تحلیل اقتصادی پروژه‌ها می‌توان یکی از روشهای زیر را مورد استفاده قرار داد .

۱- روش ارزش فعلی خالص

$$NPW = -P + \sum_{m=1}^{n} CFAT_m \left(P \middle| F, i, m\right)$$

اگر $NPW \geq 0$ باشد پروژه اقتصادی است و در غیر اینصورت غیراقتصادی می‌باشد .

۲- روش یکنواخت سالیانه خالص

$$NEUA = NPW \left(A \middle| P, i, n\right)$$

اگر $NEUA \geq 0$ باشد پروژه اقتصادی و درغیر اینصورت پروژه غیراقتصادی است.

۳- روش نرخ بازگشت سرمایه

$$NPW = 0 \quad \equiv \quad NEUA = 0 \quad \Rightarrow \quad i = ROR$$

اگر $ROR \geq MARR$ باشد پروژه اقتصادی و درغیر اینصورت پروژه غیراقتصادی است.

اگر چند طرح یا پروژه داشته باشیم، لازم است از تجزیه و تحلیل سرمایه گذاری استفاده شود.

مثال: طرح زیر را در نظر بگیرید:

هزینه اولیه (P)	۵۰،۰۰۰

روش استهلاک خط مستقیم و نرخ مالیات ۴۰٪ فرض می‌شود.

الف) درآمد خالص سالیانه را محاسبه کنید.

ب) اگر حداقل نرخ جذب کننده ۷٪ در نظر گرفته شود، آیا طرح اقتصادی است؟

درآمد سالیانه (GI)	سال اول ۲۷،۰۰۰ که هر سال ۱،۰۰۰ واحد پولی کاهش دارد
هزینه سالیانه (OC)	سال اول ۱۰،۰۰۰ که هر سال ۵۰۰ واحد پولی افزایش دارد
ارزش اسقاطی (SV)	صفر
عمر مفید (n)	۵

حل:

$$\left.\begin{array}{l} GI_m = ۲۷,۰۰۰ - ۱,۰۰۰(m-۱) \\ OC_m = ۱۰,۰۰۰ + ۵۰۰(m-۱) \end{array}\right\} \quad , \quad m = ۱,۲,۳,۴,۵$$

الف) برای $m = ۱,۲,۳,۴,۵$

$$CFBT_m = GI_m - OC_m = \left[۲۷,۰۰۰ - ۱,۰۰۰(m-۱)\right] - \left[۱۰,۰۰۰ + ۵۰۰(m-۱)\right] = ۱۷,۰۰۰ - ۱,۵۰۰(m-۱)$$

$$D_m = \frac{P - SV}{n} = \frac{۵۰,۰۰۰ - ۰}{۵} = ۱۰,۰۰۰$$

$$CFAT_m = CFBT_m \cdot (۱ - TR) + D_m \cdot TR = \left[۱۷,۰۰۰ - ۱,۵۰۰(m-۱)\right](۱ - ۰/۴) + ۱۰,۰۰۰ \times ۰/۴$$

$$CFAT_m = ۱۴,۲۰۰ - ۹۰۰(m-۱)$$

ب)

$$NPW=-۵۰,۰۰۰+۱۴,۲۰۰\left(P|A,۷\%,۵\right)-۹۰۰\left(P|G,۷\%,۵\right)=۱۳۴۰/۸$$

$$NEUA=-۵۰,۰۰۰\left(A|P,۷\%,۵\right)+۱۴,۲۰۰-۹۰۰\left(A|G,۷\%,۵\right)=۳۲۷$$

از آنجا که $NPW>۰$ و یا معادلا $NEUA>۰$، طرح اقتصادی است.

مثال: طرح زیر را در نظر بگیرید:

روش استهلاک خط مستقیم و نرخ مالیات ۵۰٪ فرض می‌شود. اگر حداقل نرخ جذب کننده ۱۰٪ باشد، آیا طرح اقتصادی است؟

هزینه اولیه (P)	۱۰۰،۰۰۰
فرایند مالی سالیانه قبل از کسر مالیات ($CFBT$)	۲۰،۰۰۰
ارزش اسقاطی (SV)	۱۰،۰۰۰
عمر مفید (n)	۹

حل: برای $m=۱,۲,\dots,۹$

$$D_m=\frac{P-SV}{n}=\frac{۱۰۰,۰۰۰-۱۰,۰۰۰}{۹}=۱۰,۰۰۰$$

$$CFAT_m=CFBT_m\cdot\left(۱-TR\right)+D_m\cdot TR=۲۰,۰۰۰\times\left(۱-۰/۵\right)+۱۰,۰۰۰\times۰/۵=۱۵,۰۰۰$$

$$\left.\begin{aligned}NPW&=-۱۰۰,۰۰۰+۱۵,۰۰۰\left(P|A,i,۹\right)+۱۰,۰۰۰\left(P|F,i,۹\right)=۰\\NEUA&=-۱۰۰,۰۰۰\left(A|P,i,۹\right)+۱۵,۰۰۰+۱۰,۰۰۰\left(A|F,i,۹\right)=۰\end{aligned}\right\}\Rightarrow\quad i=ROR=۷/۷\%$$

چون $ROR<MARR$ پس طرح اقتصادی نیست.

نقش استهلاک و مالیات در بررسی‌های اقتصادی

بطور کلی هرچه نرخ مالیات کمتر باشد سوددهی طرح بیشتر و طرح اقتصادی‌تر است .
در ارتباط با انتخاب روش استهلاک، روشی باید انتخاب شود که بیشترین صرفه جویی مالیاتی را ایجاد نماید .
به همین دلیل برای انتخاب روش استهلاک مناسب باید اثر روشهای مختلف استهلاک را روی طرح آزمایش کرد و اقتصادی‌ترین روش را انتخاب نمود .
از طرفی می‌دانیم که بررسی اقتصادی یک طرح با روشهای مختلف استهلاک مستلزم تخصیص زمان و درنتیجه هزینه زیادی می‌باشد . درنتیجه می‌باید راه ساده‌تری برای این منظور پیدا نمود .

صرفه جویی مالیاتی(TS)

صرفه جویی مالیاتی در هر سال عبارتست از حاصلضرب مقدار استهلاک در نرخ مالیاتی است .
بدست آوردیم که درآمد خالص در سال m برابر است با:

$$CFAT_m = CFBT_m \cdot (1 - TR) + D_m \cdot TR$$

همان طور که ملاحظه می‌شود جمله اول معادله فوق فرایند مالی قبل از کسر مالیات ($CFBT$) است که در یک مقدار ثابت $(1-TR)$ ضرب شده است و عملا استهلاک فقط در جمله دوم معادله فوق ظاهر می‌شود. هر چه مقدار جمله دوم بیشتر شود مقدار درآمد خالص ($CFAT$) در سال m بیشتر شده و در نتیجه طرح اقتصادی‌تر خواهد شد. به جمله دوم صرفه جویی مالیاتی (TS) می‌گویند:

$$TS = D \cdot TR$$

در حقیقت TS مقداری است که از مالیات کم شده و به درآمد خالص اضافه می‌شود.

برای محاسبه صرفه جویی مالیاتی در طول عمر یک پروژه و مقایسه روشهای استهلاک و در نهایت انتخاب اقتصادی‌ترین روش می‌باید ارزش فعلی صرفه جویی مالیاتی را در این روشها بدست آورد و در نهایت روشی را برگزید که بیشترین مقدار ارزش فعلی صرفه جویی مالیاتی را دارا باشد .

رابطه کلی محاسبه ارزش فعلی صرفه جویی مالیاتی عبارتست از :

$$PW_{TS} = TR\sum_{m=1}^{n} D_m \left(P \middle| F, i, m\right) = TR \cdot PWD$$

اثرات وام در بررسی‌های اقتصادی

اگر برای انجام یک پروژه مبلغی بعنوان وام با نرخ بهره i دریافت شود، اثراتی در تحلیل اقتصادی خواهد داشت که در این بخش به بررسی آن می‌پردازیم .

هر قسط سالیانه از دو بخش تشکیل می‌شود که در انتهای هر سال پرداخت می‌گردد .

۱) اصل (PR) قسط که برابر اصل مبلغ وام تقسیم بر مدت بازپرداخت وام می‌باشد.

۲) بهره (I) قسط که برابر است با مبلغ قسط سالیانه منهای اصل قسط.

درآمد خالص در این حالت به طریق زیر محاسبه می‌شود:

$$CFBT = GI - OC$$

$$TI = CFBT - D - I$$

$$TX = TI \cdot TR$$

$$CFAT = CFBT - TX - (I + PR)$$

در این حالت نرخ بازگشت سرمایه و ارزش فعلی می‌تواند بیشتر شود، زیرا مقدار بهره پرداختی از درآمد مشمول مالیات کم می‌شود و لذا مانند استهلاک نقش صرفه جویی در مالیات را دارد .

در این روش اگر نرخ بهره وام زیاد باشد ممکن است که ارزش فعلی خالص کاهش داشته باشد .

بطور خلاصه در هر طرح ابتدا ارزش فعلی خالص را بعد از رعایت شرایط بانک محاسبه می‌نماییم، در صورتیکه این ارزش با احتساب وام افزایش نشان دهد دریافت وام مقرون به صرفه است .

مثال: طرحی با مشخصات زیر در دست است:

اگر برای استهلاک از روش خط راست استفاده شود و نرخ مالیات هم ۵۰٪ باشد، با حداقل نرخ جدب کننده ۱۵٪:

الف) نرخ بازگشت سرمایه را محاسبه کنید.

ب) اگر ۵۰٪ سرمایه اولیه از موسسه مالی با قسط سالیانه برابر ۲،۲۵۰ وام گرفته شود، نرخ بازگشت سرمایه را بدست آورید.

ج) آیا با این شرایط اخذ وام مقرون بصرفه است؟ چرا؟

هزینه اولیه (P)	۱۵،۰۰۰
درآمد ناخالص سالیانه (GI)	۷،۰۰۰
هزینه عملیاتی سالیانه (OC)	۱،۰۰۰
ارزش اسقاطی (SV)	صفر
عمر مفید (n)	۵

حل: برای $m = ۱,۲,۳,۴,۵$

$$D_m = \frac{۱۵,۰۰۰ - ۰}{۵} = ۳,۰۰۰$$

$$CFBT_m = ۷,۰۰۰ - ۱,۰۰۰ = ۶,۰۰۰$$

الف)

$$CFAT_m = ۶,۰۰۰(۱-۰/۵)+۳,۰۰۰\times۰/۵=۴,۵۰۰$$

$$NPW = -۱۵,۰۰۰+۴,۵۰۰(A|P,i,۵)=۰ \quad \Rightarrow \quad i = ROR_۱ = ۱۵/۲۵\% > MARR$$

ب)

$$\text{کل مبلغ وام} = ۱۵,۰۰۰\times۵۰\% = ۷,۵۰۰$$

$$PR = \frac{۷,۵۰۰}{۵} = ۱,۵۰۰ \quad \Rightarrow \quad I = ۲,۲۵۰-۱,۵۰۰ = ۷۵۰$$

$$TI_m = ۶,۰۰۰-۳,۰۰۰-۷۵۰ = ۲,۲۵۰$$

$$TX_m = ۲,۲۵۰\times۰/۵ = ۱,۱۲۵$$

$$CFAT_m = ۶,۰۰۰-۱,۱۲۵-(۷۵۰+۱,۵۰۰) = ۲,۶۲۵$$

$$NPW = -۷,۵۰۰+۲,۶۲۵(A|P,i,۵)=۰ \quad \Rightarrow \quad i = ROR_۲ = ۲۲/۲۵\% > MARR$$

ج)

از آنجا که $ROR_۲ > ROR_۱$، لذا گرفتن وام کاملا اقتصادی خواهد بود.

آنالیز جایگزینی (Replacement Analysis)

در تجزیه و تحلیل جایگزینی هدف بررسی اقتصادی بکارگیری یک دارایی جدید بجای دارایی موجود (که هنوز عمر مفید آن به پایان نرسیده و اسقاط شده است) می‌باشد .

بازنشستگی (Retirement): کنار گذاشتن و از رده خارج کردن یک دارایی را بازنشستگی آن دارایی می‌گویند . به این دارایی که قرار است کنار گذاشته شود طرح مدافع (Defender) اطلاق می‌شود .

جایگزینی (Replacement): استفاده و بکارگیری یک دارایی جدید، که همان کار دارایی بازنشسته را انجام دهد، را جایگزینی می‌گویند . به این دارایی جدید طرح رقیب (Challenger) می‌گویند .

تعیین عمر اقتصادی باتوجه به حداقل هزینه

در این مبحث هدف محاسبه تعداد سالهای باقیمانده از عمرمفید یک دارایی، تا جائیکه هزینه ها رو به کاهش است، می‌باشد . به این ترتیب که مقدار عمر باقیمانده دارایی (m) را از صفر تا حداکثر عمر مورد انتظار افزایش می‌دهیم و برای هر m، $EUAC$ را محاسبه می‌نماییم. سال مربوط به حداقل $EUAC$، برای طرح مدافع عمر اقتصادی باقیمانده مدافع و برای طرح رقیب عمر اقتصادی مورد انتظار رقیب با حد اقل هزینه خواهد بود .

مثال : یک ماشین قدیمی که ۵ سال عمر کرده است، برای جایگزینی مورد نظر می‌باشد .

این ماشین را در حال حاضر می‌توان به قیمت بازاری ۵۰،۰۰۰ واحد پولی فروخت . باتوجه به مقادیر تخمینی ارزش اسقاطی و هزینه‌های تعمیرات و نگهداری سالیانه که در جدول داده شده است و با توجه به اینکه حداقل نرخ جذب کننده ۱۰٪ می‌باشد، محاسبه کنید که چند سال دیگر می‌توان از ماشین فوق استفاده نمود . بعبارت دیگر عمر اقتصادی باقیمانده مدافع چقدر است؟

$EUAC_m$	هزینه‌های عملیاتی و نگهداری سالیانه	ارزش اسقاطی (SV_m)	سال کارکرد (m)	عمر ماشین (n)
۱۵،۰۰۰	–	۴۰،۰۰۰	۱	۶
۱۲،۶۱۹	۱،۰۰۰	۳۵،۰۰۰	۲	۷
۱۱،۹۷۹	۲،۰۰۰	۳۰،۰۰۰	۳	۸
۱۱،۷۶۸	۳،۰۰۰	۲۵،۰۰۰	۴	۹
۱۱،۷۲۴	۴،۰۰۰	۲۰،۰۰۰	۵	۱۰
۱۱،۱۱۲	۵،۰۰۰	۲۰،۰۰۰	۶	۱۱
۱۰،۷۸۴	۶،۰۰۰	۲۰،۰۰۰	۷	۱۲
۱۰،۶۲۸	۷،۰۰۰	۲۰،۰۰۰	۸	۱۳
۱۰،۵۸۲	۸،۰۰۰	۲۰،۰۰۰	۹	۱۴
۱۰،۶۰۳	۹،۰۰۰	۲۰،۰۰۰	۱۰	۱۵
۱۰،۶۸۳	۱۰،۰۰۰	۲۰،۰۰۰	۱۱	۱۶

حل:

$$EUAC_m = [۵۰,۰۰۰ - SV_m](A|F,۱۰\%,m)$$
$$+ \underbrace{\cancel{۵۰,۰۰۰ \times ۱۰\%}}_{۵,۰۰۰} + ۱,۰۰۰(A|G,۱۰\%,m)$$

این اطلاعات نشان می‌دهد که هزینه سالیانه ادامه استفاده از این ماشین قدیمی تا سال نهم کاهش و سپس افزایش می‌یابد . یعنی عمر اقتصادی باقیمانده این ماشین ۹ سال است و با توجه به اینکه ماشین ۵ سال عمر کرده است، عمر خدمت آن به ۱۴ سال می‌رسد .

تحلیل تعویض:

فرض کنید مدافع طرحی است با هزینه یکنواخت سالیانه $EUAC_D$ در عمر باقیمانده n_D و رقیب طرحی است با هزینه یکنواخت سالیانه $EUAC_C$ و عمر مورد انتظار n_C. اگر $EUAC_C < EUAC_D$ تعویض اقتصادی خواهد بود.

مثال:

مدافع: ماشینی با قیمت فعلی و ارزش اسقاطی صفر که هزینه تعمیرات اساسی آن در حال حاضر ۴۰،۰۰۰ واحد پولی است. هزینه‌های عملیاتی سالیانه برای دو سال آینده ۱۸،۰۰۰ واحد پولی خواهد بود که پس از آن ۱۰،۰۰۰ واحد پولی سالیانه افزایش می‌یابد.

رقیب: ماشینی با هزینه اولیه ۱۰۰،۰۰۰ واحد پولی که پس از نصب دارای ارزش اسقاطی نخواهد بود. تولید کننده ماشین تعهد کرده است که در سال اول تمام هزینه‌های تعمیرات و نگهداری را بپردازد. هزینه تعمیرات و نگهداری سالیانه برای سال دوم ۶،۰۰۰ واحد پولی است که تخمین زده می‌شود سالیانه ۶،۰۰۰ واحد پولی رشد داشته باشد.

اگر حداقل نرخ جذب کننده ۸٪ باشد،

الف) عمر اقتصادی باقیمانده مدافع و عمر اقتصادی مورد انتظار رقیب را بدست آورید.

ب) آیا جایگزینی مدافع در حال حاضر را توصیه می‌کنید.

حل:

مدافع:

$$EUAC_m = \left[۴۰,۰۰۰ + ۱۰,۰۰۰ \left(P \middle| F, ۸\%, ۱ \right) \right] \left(A \middle| P, ۸\%, m \right) + ۸,۰۰۰ + ۱۰,۰۰۰ \left(A \middle| G, ۸\%, m \right)$$

سال (m)	۱	۲	۳	۴	۵
$EUAC_m$	۶۱،۲۰۰	۴۰،۴۳۱	۳۶،۶۰۲	۳۶،۹۱۲	۳۸،۸۰۲

رقیب:

$$EUAC_m = ۱۰۰,۰۰۰\left(A|P,۸\%,m\right)+۶,۰۰۰\left(A|G,۸\%,m\right)$$

سال (m)	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
$EUAC_m$	۱۰۸،۰۰۰	۵۸،۹۶۲	۴۴،۴۹۶	۳۸،۶۱۶	۳۶،۱۲۵	۳۵،۲۹۰	۳۵،۳۶۹	۳۵،۹۹۳

الف) $EUAC_D = ۳۶,۶۰۲$ و $n_D = ۳$، $EUAC_C = ۳۵,۲۹۰$ و $n_C = ۶$.

ب) از آنجا که $۳۵,۲۹۰ < ۳۶,۶۰۲$ تعویض با رقیب فعلی توصیه می‌شود.

وجود رقبای دیگر در آینده

تاکنون رقیب بعنوان بهترین گزینه در دسترس برای تعویض با مدافع تعریف شده است. با گذشت زمان این گزینه هم ممکن است تغییر کند و با توجه به روند پیشرفت تکنولوژی گزینه‌های بهتری بوجود آیند که بدلیل کاهش هزینه سالیانه و یا افزایش سودآوری، در تصمیم‌گیری بین مدافع و رقیب در حال حاضر تاثیر بگذارد.

فرض می‌شود هزینه یکنواخت سالیانه در رابطه با طرحهای رقیب در آینده هر سال به مقدار ثابتی نسبت به سال قبل کاهش می‌یابد. البته در پاره‌ای مواقع ممکن است این تغییرات بسیار شدید خواهد بود.

اگر هزینه یکنواخت سالیانه رقیب آینده پس از n_D سال، $EUAC_C - \Delta EUAC_C$ و عمر مورد انتظار آن n_C، باشد، در اینصورت اگر $EUAC_C < EUAC_D - \Delta EUAC_C \left(P\middle|A,i,n_C\right)\left(A\middle|F,i,n_D\right)$ تعویض اقتصادی و در غیر اینصورت تعویض غیراقتصادی خواهد بود. بعبارت دیگر $\Delta EUAC_C$ به عنوان افزایش مقبولیت مدافع جهت تعویض با یک رقیب بهتر در آینده می‌باشد.

مثال: پیش بینی می‌شود با شروع هر سال جدید در مثال قبل، رقیبی جدید با هزینه‌های عملیاتی سالیانه ۵۰۰ واحد پولی کمتر نسبت به رقیب سال قبل در دسترس باشد که هزینه اولیه و ارزش اسقاطی آنها تغییر نیابد. آیا جایگزینی مدافع در حال حاضر را توصیه می کنید.

حل:

$\Delta EUAC_C = ۳\times۵۰۰ = ۱,۵۰۰$، چون $۳۴,۴۶۶ = \left(P\middle|A,۸\%,۶\right)\left(A\middle|F,۸\%,۳\right) ۳۵,۹۲۰ > ۳۶,۶۰۲ - ۱,۵۰۰$، نگهداری مدافع توصیه می‌شود.

همانطور که دیده می‌شود احتمال وجود رقبای بهتر در آینده باعث کاهش مقبولیت تعویض با رقیب فعلی می‌گردد. البته عده‌ای معتقدند که بجای بررسی رقیب در بهترین طول عمر اقتصادی مورد انتظار آن اگر طول دوره بررسی رقیب کوتاهتر شود با محاسبات کمتری به همین نتیجه خواهیم رسید. مثلا در مثال قبل اگر طول دوره بررسی رقیب بجای ۶ سال ۴ سال انتخاب شود، $EUAC_C = ۳۸,۶۱۶$ خواهد بود که از ۳۶،۶۰۲ بزرگتر است و در نتیجه جایگزینی اقتصادی نخواهد بود. این روش «**روش کوتاه کردن عمر رقیب**» نامیده می‌شود که روشی تقریبی بوده و برای جلوگیری از محاسبات پیچیده بکار می‌رود، گر چه که اندازه این کاهش جای سوال جدی دارد.