

ادامه فصل ۲

پراش موج و شبکه وارون

❖ **یاخته ویگنر سائیس شبکه وارون**

❖ **مناطق بریلوئن**

❖ **شبکه وارون شبکه های sc, bcc و fcc**

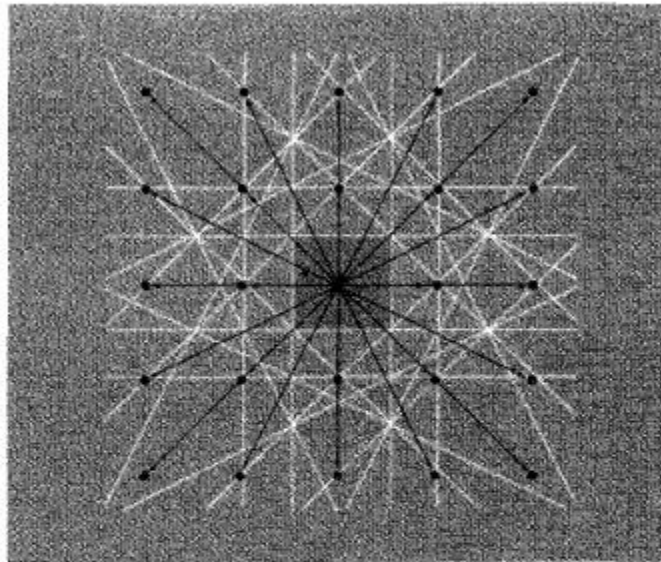
❖ **ادامه تحلیل فوریه**

❖ **عامل ساختار شبکه bcc**

❖ **عامل ساختار شبکه fcc**

یاخته ویگنر-سایتس و ارون

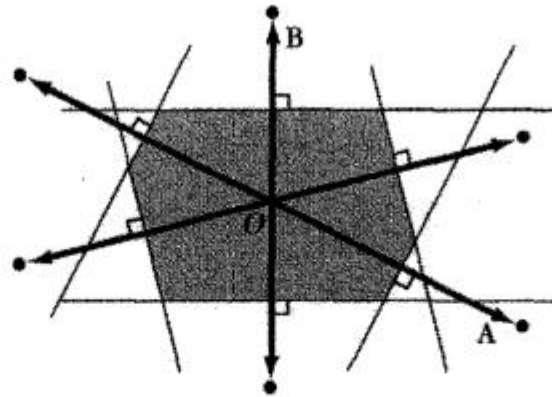
همان‌گونه که در شکل ۹ ب برای شبکه مربعی نشان داده شده است، این صفحات فضای فوری بلور را به قطعه‌های گوناگون تقسیم می‌کنند. مربع مرکزی یک یاخته بسیط در شبکه ارون است. این یک یاخته ویگنر-سایتس از شبکه ارون است.



شکل ۹ ب. شبکه ارون مربعی همراه با بردارهای شبکه ارون که با خطوط سیاه رسم شده‌اند. خطوط سفید عمودمنصفهای بردارهای شبکه ارون‌اند. مربع مرکزی معرف کوچکترین حجمی حول مبدأ است که خطوط سفید آن را کاملاً محصور کرده‌اند. این مربع یاخته بسیط ویگنر-سایتس شبکه ارون است. این یاخته را منطقه اول بریلوئن می‌نامند.

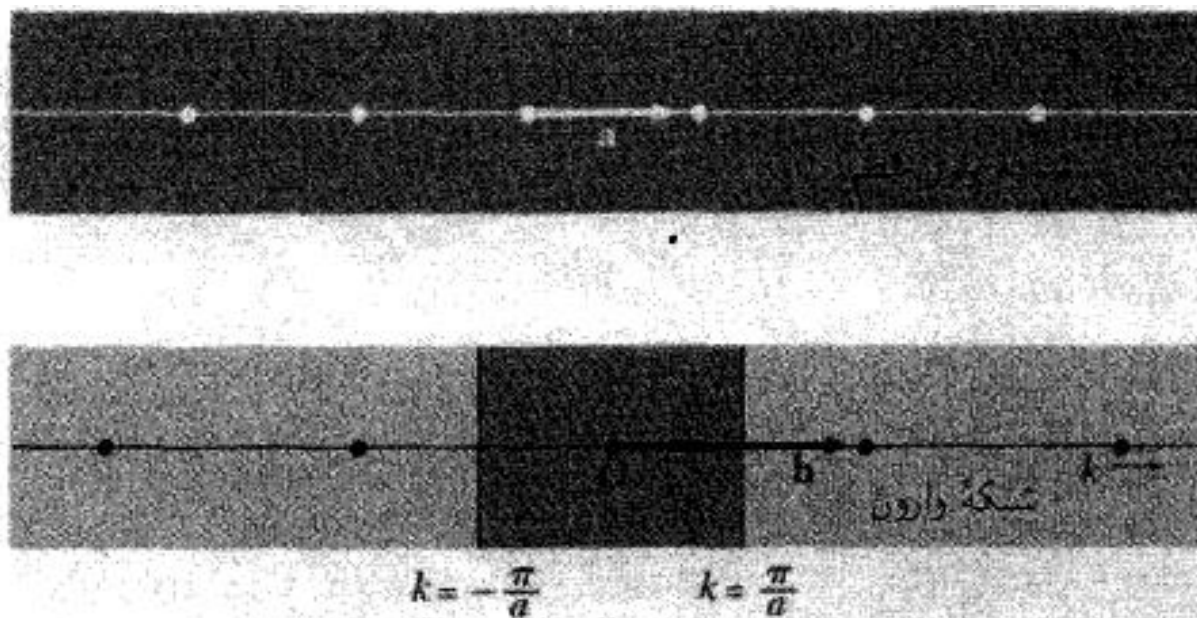
منطقه اول بریلوئن

در نظریه جامدها، یاخته مرکزی شبکه وارون دارای اهمیت ویژه‌ای است و آن را منطقه اول بریلوئن می‌نامیم. منطقه اول بریلوئن کوچکترین حجمی است که صفحات عمودمنصف بردارهای شبکه وارونی که از مبدأ رسم شده‌اند آن را به طور کامل محصور کرده باشد. نمونه‌های آن در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ نشان داده شده‌اند.



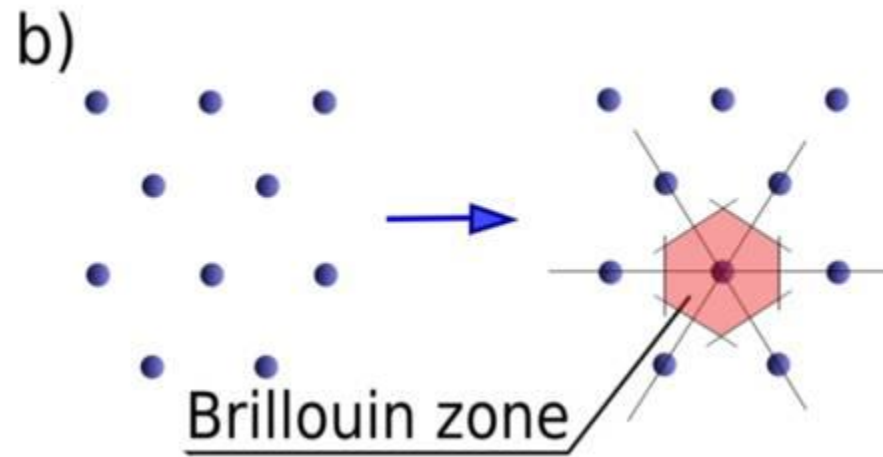
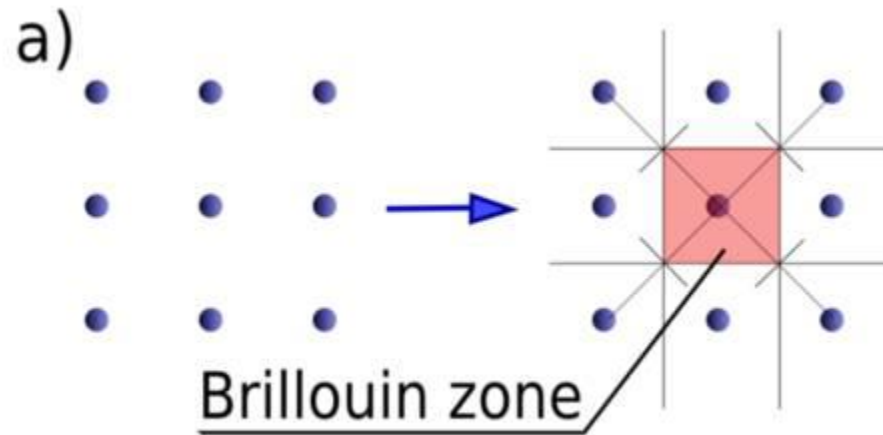
شکل ۱۰. رسم منطقه اول بریلوئن یک شبکه مایل دوبعدی. ابتدا در شبکه وارون بردارهایی از نقطه O به نقاط مجاور رسم می‌کنیم. سپس خطوط عمودمنصف این بردارها را رسم می‌کنیم. کوچکترین سطح محصور، منطقه اول است.

منطقه اول بریلوئن در یک بعد

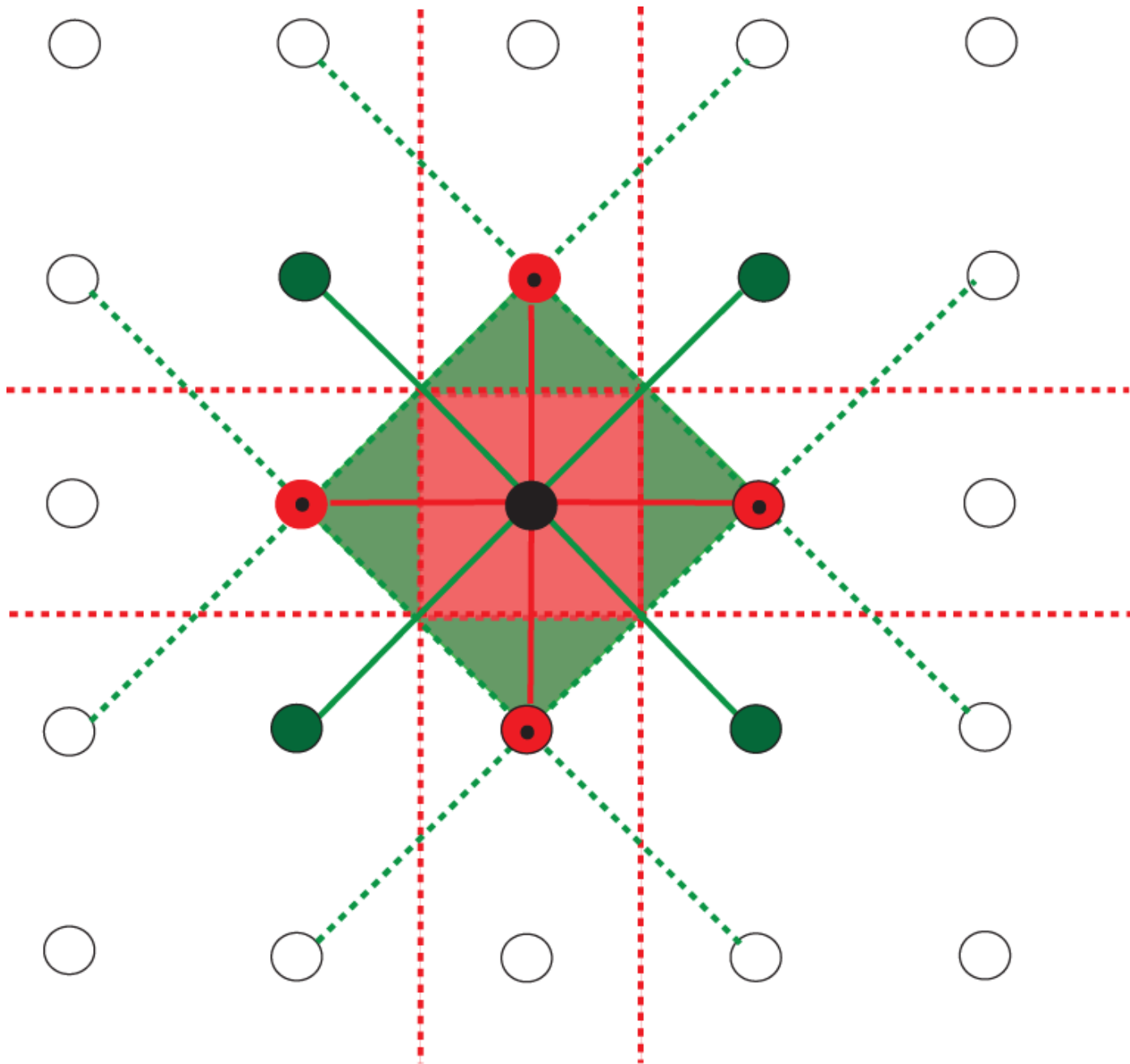


شکل ۱۱. شبکه بلوریک بعدی و وارون آن. بردار b به طور $2\pi/a$ بردار پایه در شبکه وارون است. کوتاهترین بردارهای شبکه وارون که از مبدأ رسم شده‌اند عبارت‌اند از b و $-b$. عمودمنصفهای این بردارها مرزهای منطقه اول بریلوئن را تشکیل می‌دهند. مرزها در $k = \pm \frac{\pi}{a}$ واقع‌اند.

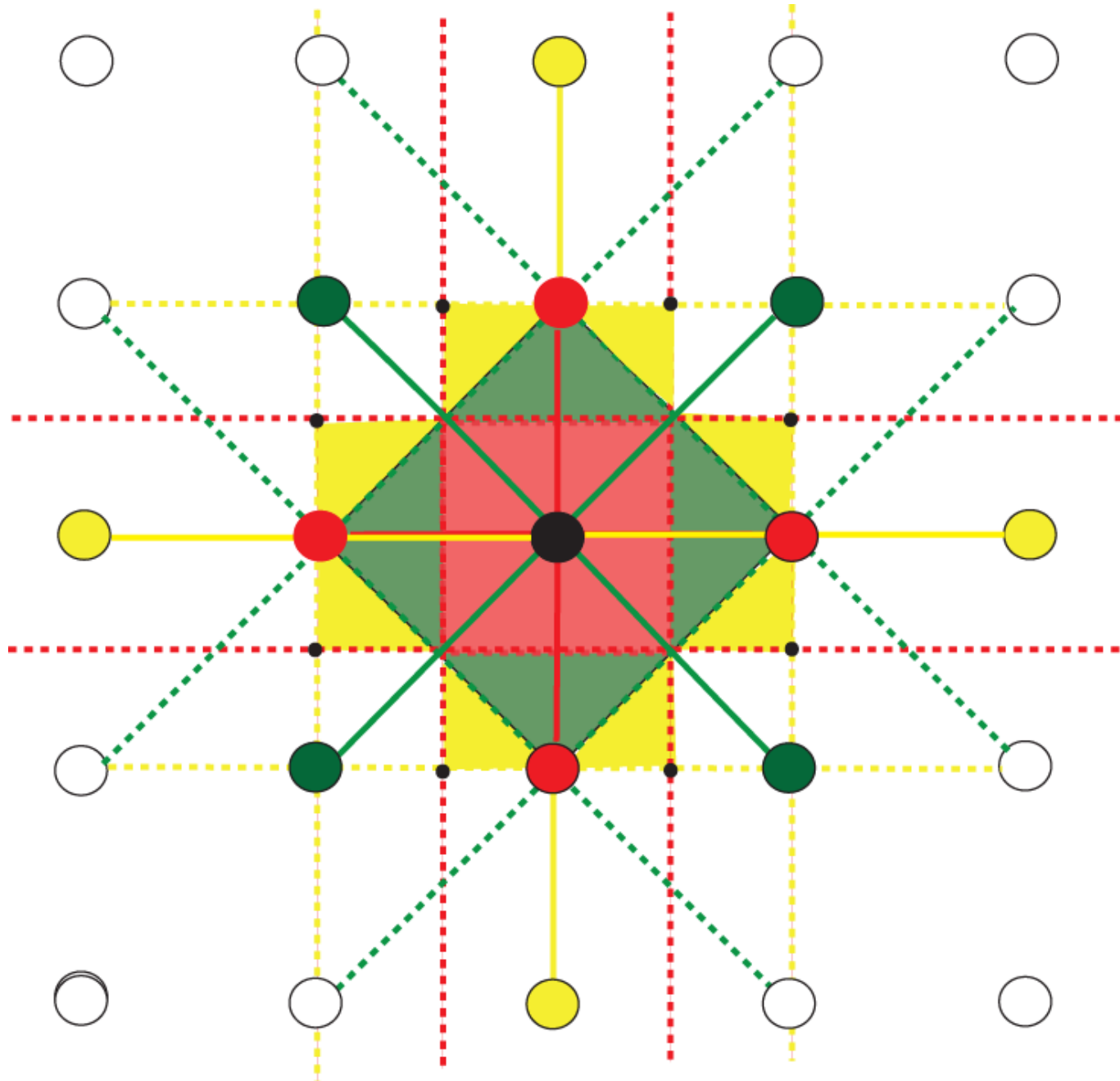
نمایش منطقه اول بریلوئن شبکه مربعی و هگزاگونال



منطقه های اول و دوم بریلوئن شبکه مربعی



منطقه های اول، دوم و سوم بریلوئن شبکه مربعی



شبکه وارون شبکه SC

بردارهای انتقال بسط شبکه مکعبی ساده را می‌توان به صورت مجموعه زیر در نظر گرفت

$$\mathbf{a}_1 = a\hat{x}; \quad \mathbf{a}_2 = a\hat{y}; \quad \mathbf{a}_3 = a\hat{z} \quad (27\text{الف})$$

در اینجا \hat{x} ، \hat{y} ، و \hat{z} بردارهای یکه متعامدند. حجم یاخته برابر $a^3 = \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3$ است. بردارهای انتقال بسط شبکه وارون از دستورالعمل استاندارد رابطه (13) به دست می‌آیند:

$$\mathbf{b}_1 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}; \quad \mathbf{b}_2 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}; \quad \mathbf{b}_3 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3} \quad (13)$$

$$\mathbf{b}_1 = \frac{2\pi}{a}\hat{x}; \quad \mathbf{b}_2 = \frac{2\pi}{a}\hat{y}; \quad \mathbf{b}_3 = \frac{2\pi}{a}\hat{z} \quad (27\text{ب})$$

در اینجا شبکه وارون خود یک شبکه مکعبی ساده با ثابت شبکه $2\pi/a$ است.

مرزهای منطقه اول بریلوئن عبارت‌اند از صفحات عمودمنصف شش بردار شبکه وارون $\pm\mathbf{b}_1$ ، $\pm\mathbf{b}_2$ ،

و $\pm\mathbf{b}_3$

$$\pm\frac{1}{2}\mathbf{b}_1 = \pm\frac{\pi}{a}\hat{x}; \quad \pm\frac{1}{2}\mathbf{b}_2 = \pm\frac{\pi}{a}\hat{y}; \quad \pm\frac{1}{2}\mathbf{b}_3 = \pm\frac{\pi}{a}\hat{z} \quad (28)$$

این شش صفحه مکعبی به ضلع $2\pi/a$ و حجم $(2\pi/a)^3$ تشکیل می‌دهند؛ این مکعب منطقه اول

بریلوئن شبکه بلوری SC است.

شبکه وارون شبکه bcc

بردارهای انتقال بسیط شبکه bcc (شکل ۱۲) عبارت‌اند از

$$\mathbf{a}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}a(-\hat{x} + \hat{y} + \hat{z}); \quad \mathbf{a}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}a(\hat{x} - \hat{y} + \hat{z}); \quad \mathbf{a}_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}a(\hat{x} + \hat{y} - \hat{z}) \quad (29)$$

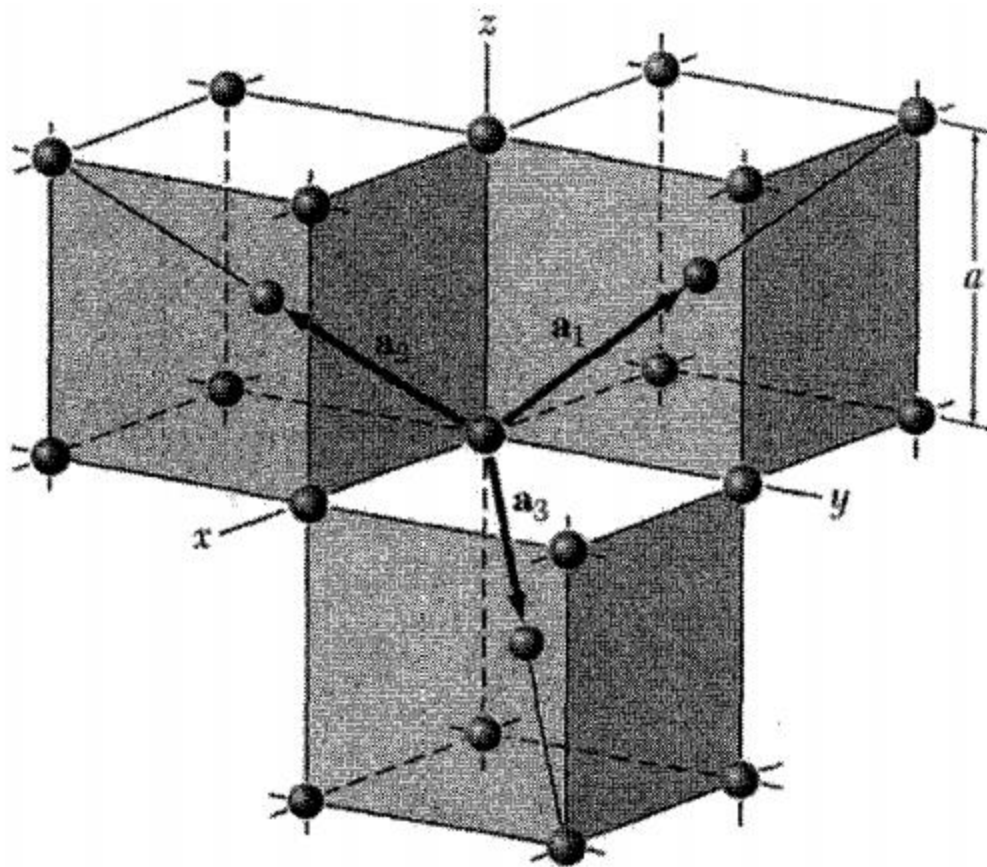
که a ضلع مکعب قراردادی است، \hat{x} ، \hat{y} ، \hat{z} بردارهای یکه و متعامدی‌اند که با اضلاع مکعب موازی‌اند. حجم یاخته بسیط برابر است با

$$V = |\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3| = \frac{1}{\sqrt{3}}a^3 \quad (30)$$

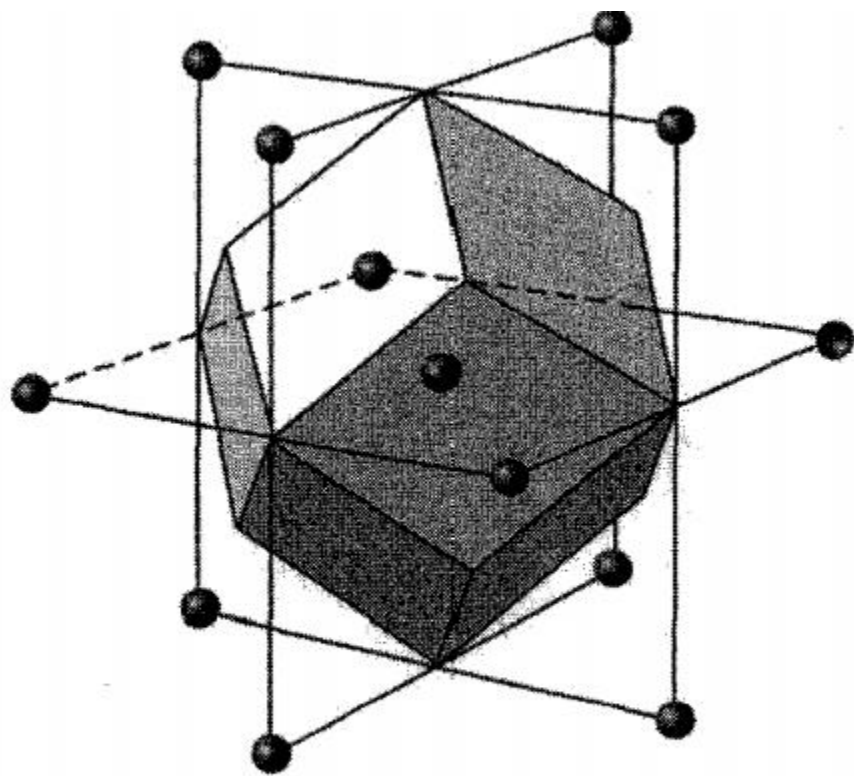
بردارهای انتقال بسیط شبکه وارون با رابطه (۱۳) تعریف می‌شوند. با استفاده از رابطه (۱۳) داریم

$$\mathbf{b}_1 = \frac{2\pi}{a}(\hat{y} + \hat{z}); \quad \mathbf{b}_2 = \frac{2\pi}{a}(\hat{x} + \hat{z}); \quad \mathbf{b}_3 = \frac{2\pi}{a}(\hat{x} + \hat{y}) \quad (31)$$

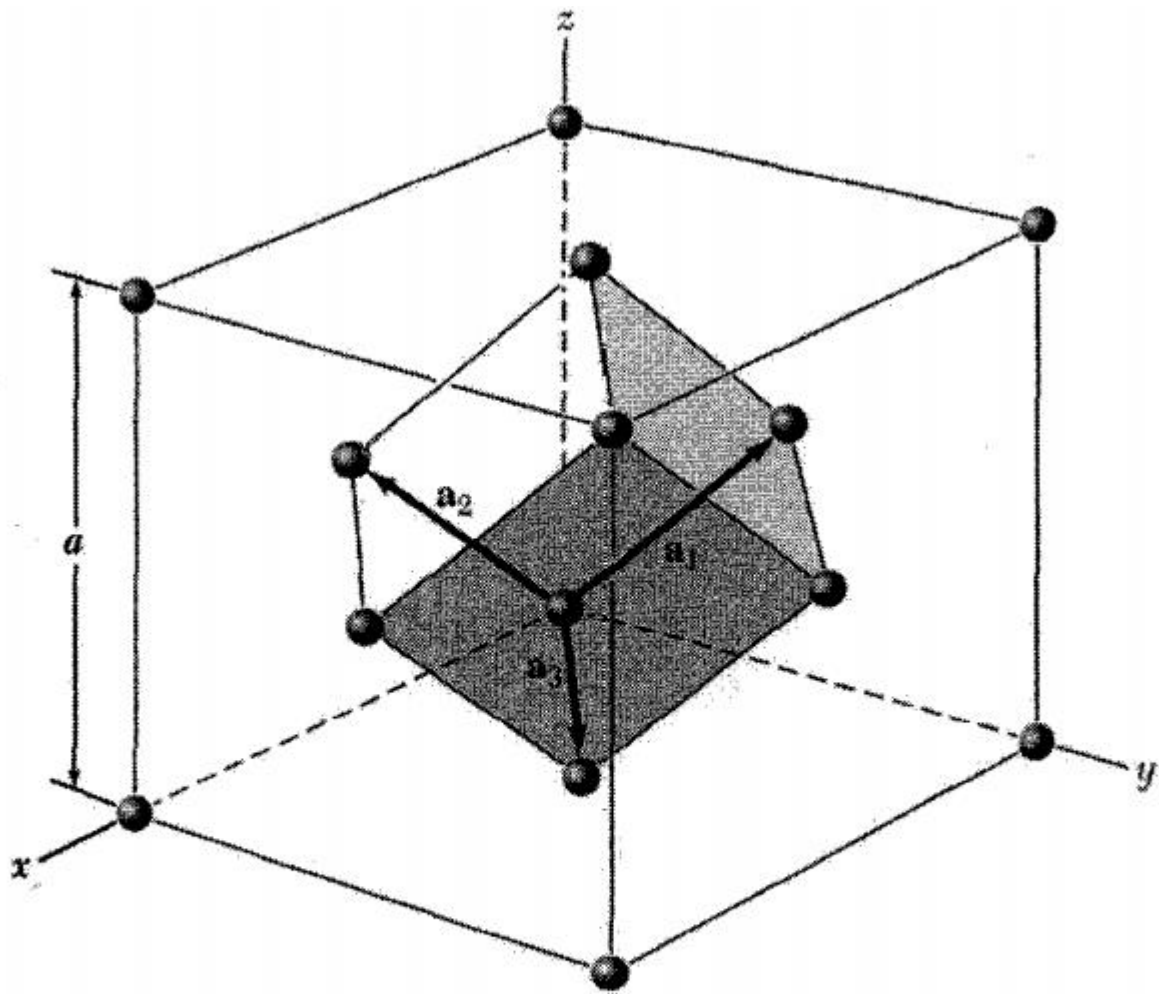
در مقایسه با شکل ۱۴ ملاحظه می‌شود که این بردارها، بردارهای بسیط شبکه fcc هستند؛ بنابراین شبکه وارون bcc یک شبکه fcc است.



شکل ۱۲. بردارهای پایهٔ سببب شبببب مکعبی مرکز حجمی.



شکل ۱۳. منطقه اول بریلوئن شبکه مکعبی مرکز جرمی. این شکل، یک دوازده وجهی لوزی رخ منظم است.



شکل ۱۴. بردارهای پایهٔ بسط شبکهٔ مکعبی مرکزسطحی.

اگر v_1, v_2, v_3 و v_3 اعداد درست باشند، بردار عمومی شبکه وارون چنین است:

$$\mathbf{G} = v_1 \mathbf{b}_1 + v_2 \mathbf{b}_2 + v_3 \mathbf{b}_3 = \frac{2\pi}{a} [(v_2 + v_3)\hat{x} + (v_1 + v_3)\hat{y} + (v_1 + v_2)\hat{z}] \quad (32)$$

کوتاهترین \mathbf{G} ها عبارت‌اند از ۱۲ بردار که با گزینش مستقل علامتها به دست می‌آیند

$$\frac{2\pi}{a}(\pm\hat{y} \pm \hat{z}); \quad \frac{2\pi}{a}(\pm\hat{x} \pm \hat{z}); \quad \frac{2\pi}{a}(\pm\hat{x} \pm \hat{y}) \quad (33)$$

یاخته بسیط شبکه وارون متوازی‌السطوحی است که بر سه بردار $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3$ ، که با رابطه (۳۱) تعریف می‌شوند، بنا شود. حجم این یاخته در شبکه وارون برابر $2(2\pi/a)^3$ است. این یاخته شامل یک نقطه شبکه وارون است، زیرا هر یک از هشت رأس، بین هشت متوازی‌السطوح مشترک است: هر متوازی‌السطوح شامل یک هشتم هر یک از هشت رأس است (شکل ۱۲ را ببینید).

یک یاخته بسیط دیگر در شبکه وارون یاخته مرکزی (ویگنر-سایتس) قرار دارد که همان منطقه اول بریلوئن است. در مرکز چنین یاخته‌ای یک نقطه شبکه واقع است. این منطقه (برای شبکه bcc) را صفحات عمودمنصف ۱۲ بردار معادله (۳۳) محصور می‌کنند و همان‌گونه که در شکل ۱۳ نشان داده شده، دوازده‌وجهی لوزی‌رخ است.

شبکه وارون شبکه fcc

بردارهای انتقال بسیط شبکه fcc، که در شکل ۱۴ نشان داده شده‌اند، عبارت‌اند از

$$\mathbf{a}_1 = \frac{1}{2}a(\hat{y} + \hat{z}); \quad \mathbf{a}_2 = \frac{1}{2}a(\hat{x} + \hat{z}); \quad \mathbf{a}_3 = \frac{1}{2}a(\hat{x} + \hat{y}) \quad (34)$$

حجم یاخته بسیط برابر است با

$$V = |\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3| = \frac{1}{4}a^3 \quad (35)$$

بردارهای انتقال بسیط شبکه وارون شبکه fcc عبارت‌اند از

$$\mathbf{b}_1 = (2\pi/a)(-\hat{x} + \hat{y} + \hat{z}); \quad \mathbf{b}_2 = (2\pi/a)(\hat{x} - \hat{y} + \hat{z}); \quad (36)$$
$$\mathbf{b}_3 = (2\pi/a)(\hat{x} + \hat{y} - \hat{z})$$

این بردارها، بردارهای انتقال بسیط شبکه bcc‌اند. بنابراین شبکه وارون شبکه fcc شبکه bcc است. حجم یاخته بسیط شبکه وارون برابر $4(2\pi/a)^3$ است.

کوتاهترین G ها هشت بردار زیرند

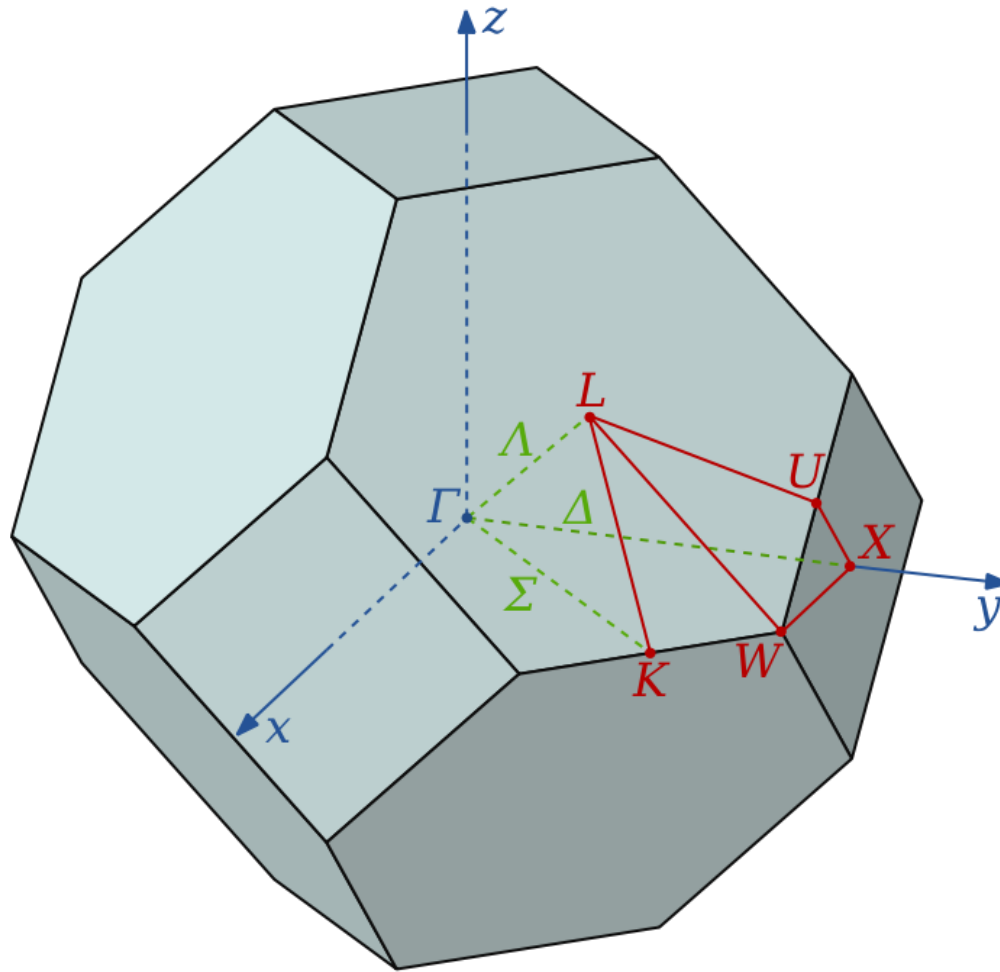
$$(2\pi/a)(\pm\hat{x} \pm \hat{y} \pm \hat{z}) \quad (37)$$

بخش اعظم مرزهای یاخته مرکزی در شبکه وارون را هشت صفحه عمودمنصف این بردارها تشکیل می دهند، ولی گوشه های هشت وجهی حاصل را صفحات عمودمنصف شش بردار دیگر شبکه وارون یعنی

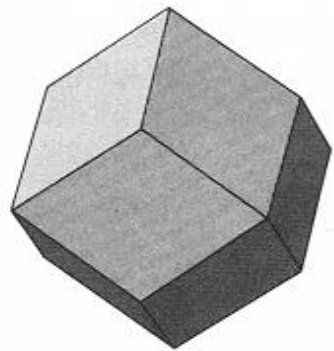
$$(2\pi/a)(\pm 2\hat{x}); \quad (2\pi/a)(\pm 2\hat{y}); \quad (2\pi/a)(\pm 2\hat{z}) \quad (38)$$

قطع می کنند. توجه داریم که $(2\pi/a)(2\hat{x})$ بردار شبکه وارون است، زیرا با $b_2 + b_3$ برابر است. منطقه اول بریلوئن، یعنی کوچکترین حجم محصور حول مبدأ، یک هشت وجهی است که شش گوشه آن قطع شده باشد

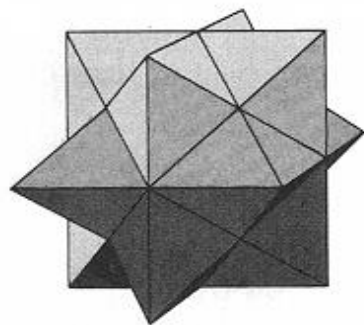
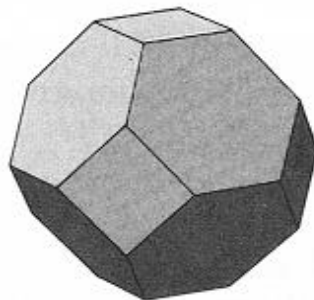
منطقه اول بریلوئن شبکه مکعبی مرکز سطحی fcc



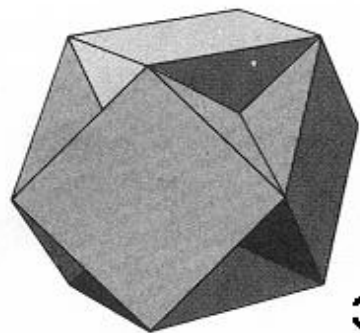
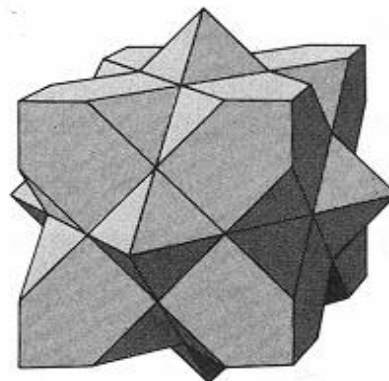
هشت وجهی که شش گوشه آن توسط صفحات مربعی قطع شده است



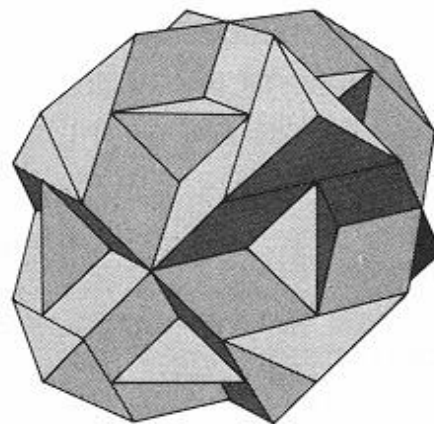
1. BZ



2. BZ



3. BZ



bcc

fcc

ادامه تحلیل فوریه

هنگامی که شرط پراش $\Delta \mathbf{k} = \mathbf{G}$ در معادله (۲۱) برآورده شود، دامنه پراکندگی رابطه (۱۸) برای بلوری با N یاخته به این صورت نوشته می شود

$$F_{\mathbf{G}} = N \int_{\text{یاخته}} dV n(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}) = N S_{\mathbf{G}} \quad (۳۹)$$

$$F = \int dV n(\mathbf{r}) \exp[i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}] = \int dV n(\mathbf{r}) \exp(-i\Delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (۱۸)$$

$$\boxed{\Delta \mathbf{k} = \mathbf{G}} \quad (۲۱)$$

کمیت $S_{\mathbf{G}}$ عامل ساختار نامیده می شود و به صورت انتگرالی روی تک یاخته ای تعریف می شود که $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ در یک گوشه آن واقع است.

اغلب مناسبتر است که غلظت الکترونی $n(\mathbf{r})$ را به صورت برهم نهی توابع غلظت الکترونی n_j ، مربوط به اتم j در یاخته، بنویسیم. اگر مرکز اتم j را با بردار \mathbf{r}_j نشان دهیم، سهم این اتم در غلظت

تحلیل فوریه پایه

الکترونی در نقطه \mathbf{r} با $n_j(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j)$ تعریف می‌شود. غلظت الکترونی کل مربوط به همه اتمهای تک‌یاخته در \mathbf{r} برابر است با مجموع

$$n(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^s n_j(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) \quad (40)$$

روی s اتم موجود در پایه. از آنجا که همیشه نمی‌توان گفت که چقدر بار به هر اتم وابسته است، تجزیه $n(\mathbf{r})$ به صورت فوق یکتا نیست. این موضوع مشکل مهمی نیست.

اکنون می‌توان عامل ساختار را، که با رابطه (۳۹) تعریف می‌شود، به صورت انتگرالهایی روی s اتم یک یاخته نوشت:

$$\begin{aligned} S_{\mathbf{G}} &= \sum_j \int dV n_j(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) \exp(-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}) \\ &= \sum_j \exp(-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}_j) \int dV n_j(\boldsymbol{\rho}) \exp(-i\mathbf{G} \cdot \boldsymbol{\rho}) \quad (41) \end{aligned}$$

که در آن $\rho = \mathbf{r} - \mathbf{r}_j$. اکنون عامل شکل اتمی را به طریق زیر تعریف می‌کنیم

$$f_j = \int dV n_j(\rho) \exp(-i\mathbf{G} \cdot \rho) \quad (42)$$

که انتگرال‌گیری روی تمامی فضا است. اگر $n_j(\rho)$ ویژگی اتمی باشد، f_j نیز ویژگی اتمی خواهد بود. از ترکیب روابط (41) و (42) عامل ساختار پایه به صورت زیر درمی‌آید

$$S_{\mathbf{G}} = \sum_j f_j \exp(-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}_j) \quad (43)$$

شکل معمولی این نتیجه با استفاده از رابطه (2) از فصل 1 برای اتم j دنبال می‌شود:

$$\mathbf{r}_j = x_j \mathbf{a}_1 + y_j \mathbf{a}_2 + z_j \mathbf{a}_3 \quad (44)$$

برای بازتابی که با v_1, v_2, v_3 مشخص می‌شود، داریم

$$\begin{aligned} \mathbf{G} \cdot \mathbf{r}_j &= (v_1 \mathbf{b}_1 + v_2 \mathbf{b}_2 + v_3 \mathbf{b}_3) \cdot (x_j \mathbf{a}_1 + y_j \mathbf{a}_2 + z_j \mathbf{a}_3) \\ &= 2\pi(v_1 x_j + v_2 y_j + v_3 z_j) \end{aligned} \quad (45)$$

در نتیجه رابطه (43) به صورت زیر درمی‌آید

$$S_{\mathbf{G}}(v_1 v_2 v_3) = \sum_j f_j \exp[-i2\pi(v_1 x_j + v_2 y_j + v_3 z_j)] \quad (46)$$

عامل ساختار S لزومی ندارد حقیقی باشد؛ زیرا شدت پراکندگی به کمیت حقیقی $S^* S$ وابسته است، که در آن S^* همیوگ مختلط S و در نتیجه $S^* S$ حقیقی است.

عامل ساختار شبکه bcc

پایه ساختار bcc، نسبت به یاخته مکعبی، اتمهای یکسانی در نقاط $x_1 = y_1 = z_1 = 0$ و $x_2 = y_2 = z_2 = \frac{1}{2}$ دارد. در نتیجه (۴۶) به صورت زیر درمی آید

$$S(v_1 v_2 v_3) = f \{ 1 + \exp[-i\pi(v_1 + v_2 + v_3)] \} \quad (47)$$

که در آن f عامل شکل اتم است. هرگاه قسمت نمایی برابر ۱- شود، یعنی هرگاه شناسه برابر حاصلضرب $-i\pi$ در یک عدد درست فرد باشد، مقدار S صفر می شود. در نتیجه داریم

$$S = 0 \quad \text{اگر} \quad \text{عدد درست فرد} = v_1 + v_2 + v_3$$

$$S = 2f \quad \text{اگر} \quad \text{عدد درست زوج} = v_1 + v_2 + v_3$$

سدیم فلزی دارای ساختار bcc است. نقش پراش شامل خطوطی مانند (100) ، (300) ، (111) ، یا (221) نخواهد بود، ولی خطوطی مانند (200) ، (110) ، و (222) حضور خواهند داشت؛

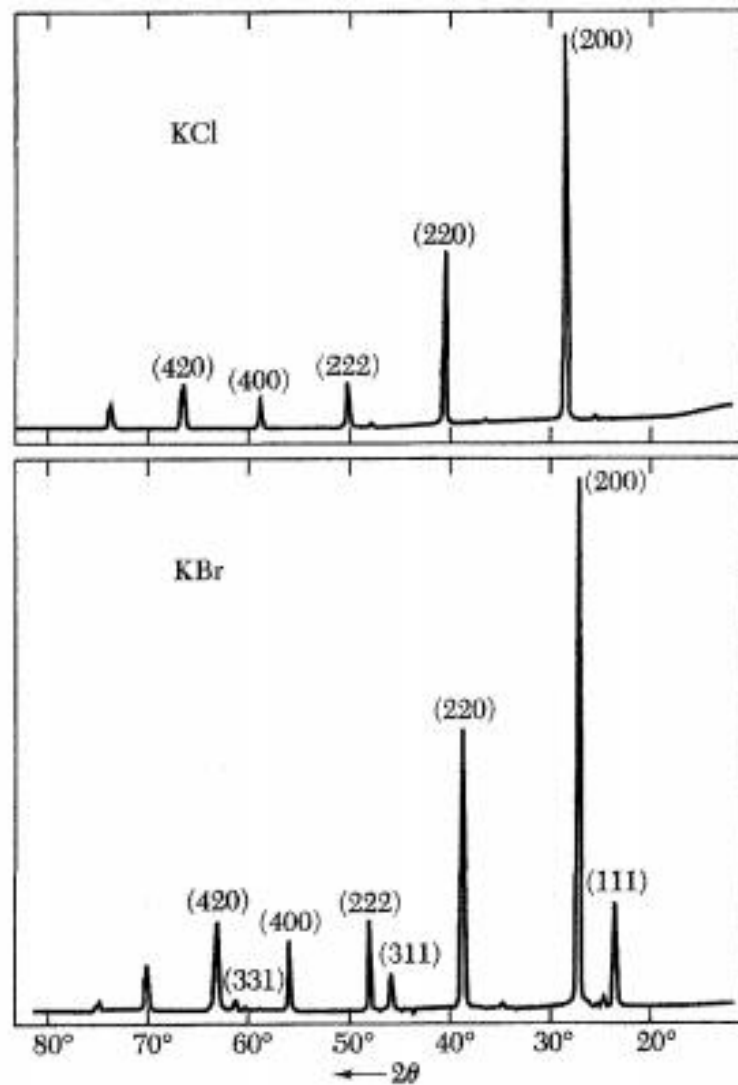
عامل ساختار شبکه fcc

پایه ساختار fcc اتمهای یکسانی در 000 ، $0\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{2}0\frac{1}{2}$ ، و $\frac{1}{2}\frac{1}{2}0$ نسبت به یاخته مکعبی دارد. بنابراین رابطه (۴۶) به صورت زیر درمی آید

$$S(v_1 v_2 v_3) = f \{ 1 + \exp[-i\pi(v_2 + v_3)] + \exp[-i\pi(v_1 + v_3)] + \exp[-i\pi(v_1 + v_2)] \} \quad (48)$$

اگر تمام شاخصها زوج یا فرد باشند، $S = 4f$ ؛ در غیر این صورت $S = 0$.

این نکته به خوبی در شکل ۱۷ نشان داده شده است: KCl و KBr هر دو دارای شبکه fcc اند



شکل ۱۷. مقایسه بازتابهای پرتو x حاصل یودرهای KCl, KBr. در KCl تعداد الکترونها یونهای K^+ و Cl^- برابرند. دامنه‌های پراکندگی $f(K^+)$ و $f(Cl^-)$ با تقریب خوبی برابرند، در نتیجه این بلور در مقابل پرتوهای x مانند شبکه مکعبی ساده تک اتمی با ثابت شبکه $a/2$ رفتار می‌کند. شاخصهای بازتاب، برای شبکه‌ای مکعبی با ثابت شبکه a ، فقط شامل اعداد درست زوج‌اند. در KBr عامل شکل K^+ و Br^- کاملاً با یکدیگر متفاوت‌اند و تمامی بازتابهای شبکه fcc ظاهر می‌شوند.

چکیده

• گزاره‌های گوناگون شرط براگ:

$$2d \sin \theta = n\lambda; \quad \Delta \mathbf{k} = \mathbf{G}; \quad 2\mathbf{k} \cdot \mathbf{G} = G^2$$

• بردارهای انتقال بسیط شبکه وارون عبارت‌اند از

$$\mathbf{b}_1 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}; \quad \mathbf{b}_2 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}; \quad \mathbf{b}_3 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3};$$

در اینجا \mathbf{a}_1 ، \mathbf{a}_2 ، و \mathbf{a}_3 بردارهای انتقال بسیط شبکه بلورند.

• بردار شبکه وارون به صورت زیر است

$$\mathbf{G} = v_1 \mathbf{b}_1 + v_2 \mathbf{b}_2 + v_3 \mathbf{b}_3$$

چکیده

• دامنه پراکنده شده در جهت $\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \Delta\mathbf{k} = \mathbf{k} + \mathbf{G}$ با عامل ساختار هندسی زیر متناسب است:

$$S_{\mathbf{G}} \equiv \sum f_j \exp(-i\mathbf{r}_j \cdot \mathbf{G}) = \sum f_i \exp[-i2\pi(x_j v_1 + y_j v_2 + z_j v_3)]$$

که در آن j تمام s اتم پایه را اختیار می‌کند و f_j عامل شکل اتمی (۴۹) مربوط به اتم j ام پایه است. عبارت سمت راست برای بازتاب $(v_1 v_2 v_3)$ نوشته شده است که برای آن $\mathbf{G} = v_1 \mathbf{b}_1 + v_2 \mathbf{b}_2 + v_3 \mathbf{b}_3$.
 • هر تابعی که تحت تأثیر انتقال‌های \mathbf{T} آن شبکه ناوردا بماند، می‌توان برحسب رشته فوریه به صورت زیر بسط داد

$$n(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} n_{\mathbf{G}} \exp(i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r})$$

• منطقه اول بریلوئن یاخته بسیط ویگنر-سایتس در شبکه وارون است. هر موجی را که بردار موج \mathbf{k} ی آن از مبدأ شروع و به سطح منطقه بریلوئن ختم شود، بلور پراشیده می‌کند.

• شبکه بلور منطقه اول بریلوئن

مکعبی ساده مکعب

مکعبی مرکزحجمی دوازده وجهی لوزی رخ (شکل ۱۳)

مکعبی مرکزسطحی هشت وجهی ناقص (شکل ۱۵)

مسائل

۱. فاصله بین صفحه‌ای. صفحه hkl را در شبکه بلور در نظر بگیرید. (الف) ثابت کنید بردار شبکه وارون $\mathbf{G} = hb_1 + kb_2 + lb_3$ بر این صفحه عمود است. (ب) ثابت کنید فاصله بین دو صفحه موازی و متوالی شبکه برابر است با $d(hkl) = 2\pi/|\mathbf{G}|$. (ج) نشان دهید که در شبکه مکعبی ساده $d^2 = a^2/(h^2 + k^2 + l^2)$.

۲. شبکه فضایی شش‌گوش. بردارهای انتقال بسیط شبکه فضایی شش‌گوشی را می‌توان چنین برگزید

$$\mathbf{a}_1 = (\sqrt{3}a/2)\hat{x} + (a/2)\hat{y}; \quad \mathbf{a}_2 = -(\sqrt{3}a/2)\hat{x} + (a/2)\hat{y}; \quad \mathbf{a}_3 = c\hat{z}$$

(الف) نشان دهید که حجم یاخته بسیط برابر است با $(\sqrt{3}/2)a^2c$.

(ب) نشان دهید که انتقالهای بسیط شبکه وارون عبارت‌اند از

$$\mathbf{b}_1 = (2\pi/\sqrt{3}a)\hat{x} + (2\pi/a)\hat{y}; \quad \mathbf{b}_2 = -(2\pi/\sqrt{3}a)\hat{x} + (2\pi/a)\hat{y}; \quad \mathbf{b}_3 = (2\pi/c)\hat{z}$$

در نتیجه این شبکه با دوران محورها، وارون خودش است.

(ج) منطقه اول بریلوئن شبکه فضایی شش‌گوش را توصیف و رسم کنید.