

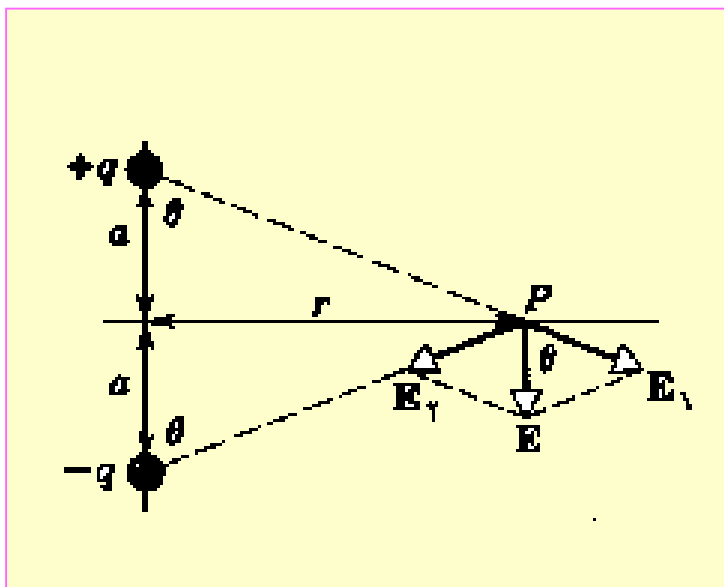
سُبْحَانَكَ اللَّهُمَّ رَبِّ السَّمَاوَاتِ السَّبْعِ وَالْأَرْضِ وَالْعَرْشِ الْمَغِيدِ
يَا قُدُّوسُ يَا قُدُّوسُ يَا قُدُّوسُ

ادامه فصل ۲۷ - میدان الکتریکی (حل چند مثال)

- محاسبه میدان الکتریکی ناشی از دوقطبی در روی عمود منصف محور آن
- رعد و برق مثالی از دوقطبی الکتریکی
- میدان الکتریکی ناشی از یک توزیع پیوسته بار
- میدان الکتریکی ناشی از یک حلقه باردار با چگالی ثابت
- تدبیرهای محاسبه میدان الکتریکی ناشی از یک خط باردار یکنواخت
- میدان الکتریکی ناشی از یک قرص باردار
- میدان الکتریکی ناشی از خط نامتناهی بار

مثال: محاسبه میدان الکتریکی ناشی از دو قطبی در روی عمود منصف محور آن

- **مثال:** دو قطبی الکتریکی تشکیل شده از دو بار نقطه ای $+q$ و $-q$ که در فاصله $2a$ از یکدیگر قرار دارد. میدان الکتریکی را در نقطه p محاسبه کنید.



جمع برداری E_1 و E_2

$$E = E_1 + E_2$$

$$E_1 = E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2 + r^2}$$

جمع برداری E_1 و E_2 در راستای قائم و به طرف پایین است و

$$E = 2E_1 \cos \theta$$

بزرگی آن عبارت است از

با توجه به شکل ملاحظه می شود که

$$\cos \theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}}$$

جانشانی عبارات مربوط به E_1 و $\cos \theta$ در معادله مربوط به E

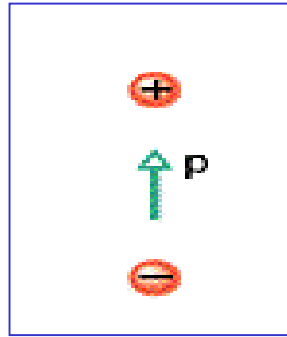
$$E = \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(a^2 + r^2)} \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2aq}{(a^2 + r^2)^{3/2}}$$

اگر $r \gg a$ باشد می توانیم از a در مخرج صرف نظر کنیم در این صورت

$$E \cong \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2a)(q)}{r^2}$$

محاسبه E بر حسب گشتاور دو قطبی الکتریکی:

- گشتاور دو قطبی الکتریکی یک بردار است که جهت آن از بار منفی به بار مثبت است.

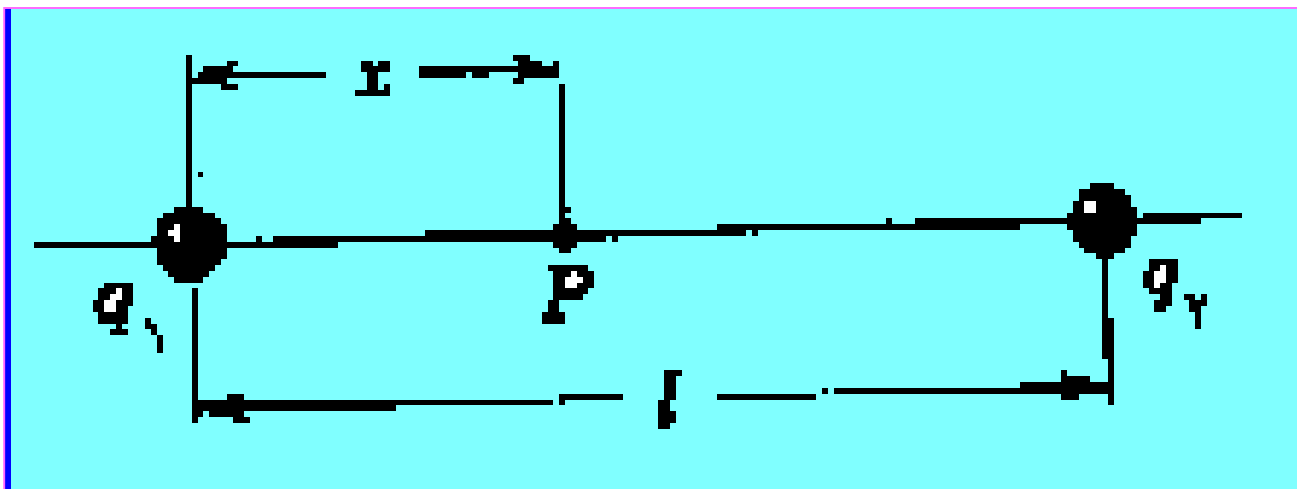


- حاصل ضرب $2aq$ را گشتاور دو قطبی الکتریکی نامند و با p نمایش می دهند. پس شدت میدان بر حسب p ، در نقاط دور روی عمود منصف دو قطبی:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$$

مثال:

در چه نقطه ای روی خط واصل دو بار که دومی دو برابر اولی است و فاصله آن دو **10cm** می باشد، شدت میدان صفر است:



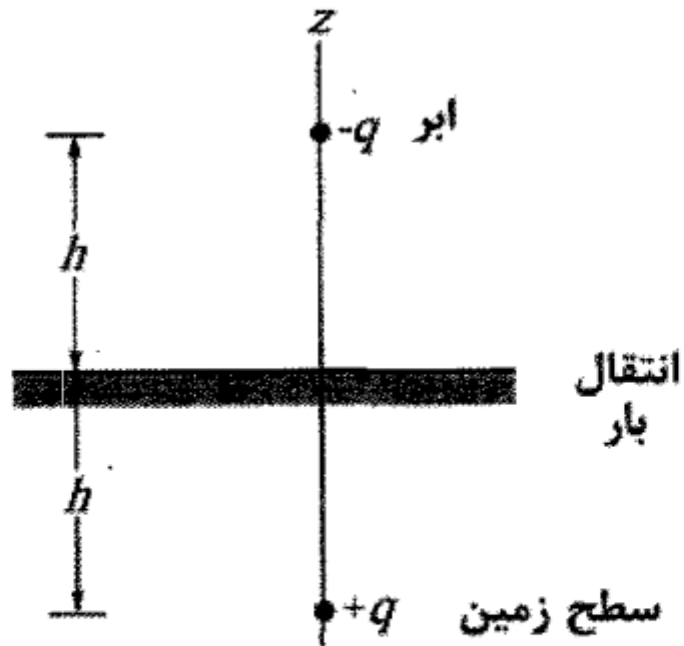
حل:

این نقطه باید میان بارها قرار داشته باشد زیرا فقط در این حالت نیروهایی که q_1 و q_2 بر یک بار آزمون (که مثبت یا منفی بودن آن اهمیتی ندارد) وارد می کنند، در خلاف جهت یکدیگرند. اگر E_1 میدان الکتریکی ناشی از q_1 ، و E_2 میدان الکتریکی ناشی از q_2 باشد، داریم

$$E_1 = E_2 \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{(l-x)^2}$$

$$x = \frac{l}{1 + \sqrt{q_2/q_1}} = \frac{10 \text{ cm}}{1 + \sqrt{2}} = 4.1 \text{ cm}$$

رعد و برق مثالی از دو قطبی الکتریکی



شکل ۹-۱۸ سامانه ابر- زمین به صورت یک دو قطبی الکتریکی قائم مدل سازی شده است.



رعد و برق مثالی از دو قطبی الکتریکی

چگونگی تشکیل رعد و برق

در اثر برخورد ذرات آب یک جبهه هوای گرم به ذرات یخ یک جبهه هوای سرد، الکتریسیته ساکن بوجود می‌آید که نسبت به زمین دارای بار الکتریکی منفی بوده و در صورتی که فاصله این منبع بار الکتریکی، کم و بیش نزدیک به سطح زمین باشد، آذرخش بروز می‌کند. این پدیده یک تخلیه الکتریکی شدید و بسیار سریع در هواست و همین تخلیه الکتریکی است که نور و صدا تولید میکند؛ در هنگام رعد و برق، برق در جریانات هوایی بالا و پایین قوی داخل ابرهایی موسوم به کومولونیمبوس تاریک شکل می‌گیرد؛ در این شرایط قطرات آب، تگرگ و کریستال‌های یخ با یکدیگر برخورد می‌کنند، دانشمندان عقیده دارند که این برخوردها بارهای الکتریکی را در ابر به وجود می‌آورد؛ بارهای الکتریکی منفی و مثبت در ابر از یکدیگر جدا می‌شوند، بارهای منفی به بخش پایین‌تر ابر سقوط می‌کنند و بارهای مثبت در بخش‌های میانی و بالاتر می‌مانند، موقعی که اختلاف بارها به قدر کافی بزرگ می‌شود،

یک جریان الکتریسیته از ابر به پایین و به زمین جریان پیدا می کند یا از یک بخش ابر به بخش دیگر یا از یک ابر به ابر دیگر جریان می یابد ، که این بار معمولاً مثبت و روی سطح زمین بار منفی القا میکند و به این ترتیب مجموعه ابر، هوا و زمین به یک خازن بسیار بزرگ تبدیل میشود که لحظه به لحظه بار آن بیشتر میشود و بنابراین اختلاف پتانسیل دو قطب آن افزایش پیدا میکند ، بالاخره مقدار این بار الکتریکی آنقدر زیاد میشود که اختلاف پتانسیل بین ابر و زمین به ۱۰ تا ۱۰۰ میلیون ولت میرسد و میدان الکتریکی حاصل از چنین اختلاف پتانسیلی میتواند هوا را با اینکه در حالت عادی نا رساناست در یک سیر خاص یونیزه و آنرا به رسانا تبدیل میکند و به محض اینکه چنین سیری از مولکولهای یونیزه رسانا از ابر تا زمین ایجاد شود بارهای الکتریکی به طرف هم حرکت میکنند و در عرض 0.0001 ثانیه جریان وحشتناکی در حدود ۳۰ هزار آمپر از هوای یونیزه میگذرد . اما هر جریانی ضمن عبور از ماده با مقاومت اتمهای آن روبرو میشود و این مقاومت بخشی از انرژی الکتریکی را به گرما تبدیل میکند .

با استفاده از اصول اولیه الکترومغناطیس می‌توانید تخمین بزنید این جریان در ولتاژ ۱۰ میلیون ولت ، توان گرمایی در حدود ۱۰۰ میلیارد وات دارد و می‌تواند گرمایی در حدود ۱۰ میلیون ژول ایجاد کند ؛ این گرما باعث می‌شود دمای هوا در مسیر آذرخش به ۳۰ هزار درجه سانتی گراد برسد ، که این تغییر ناگهانی دما (از حدود ۳۰۰ کلوین به ۳۰ هزار کلوین) حجم هوا را ۱۰۰ برابر می‌کند و این یعنی یک انفجار واقعی انبساط سریع و شدید هوا ، که یک موج ضربتی (shock wave) در هوای اطراف ایجاد می‌کند و امواجی را با فشار بین ۱۰ تا ۳۰ اتمسفر بوجود می‌آورد ، که با سرعت صوت و به شکل تندر یا رعد به گوش ما می‌رسد ، اما گرمای ایجاد شده غیر از انبساط، بلاهای دیگری هم سر مولکولهای هوا می‌آورد ، جریان شدیدی که از هوا می‌گذرد ، آن را گرم می‌کند و به تابش و میدارد و تابشی است که یک مسیر نورانی بین ابر و زمین ایجاد می‌کند .

اقدامات حین وقوع رعد و برق

- فعالیت‌های بیرون خانه را متوقف کنید.
- در زمان وقوع رعد و برق از منزل خارج نشوید.
- در صورتی که در اتومبیل هستید، در محل مطمئن توقف کنید، موتور را خاموش کنید و آنتن ماشین را پایین بکشید.
- داخل ساختمان یا خودروی سقف‌دار بمانید.
- بدنه فولادی یک خودروی سقف‌دار به شرطی که فلز آن را لمس نکنید از شما به خوبی محافظت می‌کند.
- از درختان تپه‌ها، دیرک‌ها، سیم برق هوایی، لوله‌های فلزی و آب دور شوید.

➤ هنگام صاعقه می‌توانید ، به داخل ساختمان یا ایستگاه ترن زیرزمینی و مترو بروید.

➤ از رفتن به حمام و دوش گرفتن پرهیزید چون ممکن است لوازم حمام باعث انتقال جریان الکتریسته شوند.

➤ تنها در مواقع اورژانسی آن هم در صورت امکان از تلفن بی‌سیم استفاده کنید.

➤ دو شاخه تمام وسایل برقی مثل رایانه را از برق خارج کنید، هواکش را خاموش کنید، به خاطر داشته باشید برق ناشی از رعد و برق می‌تواند باعث بروز صدمات جدی شود.

➤ از قرار گرفتن در آلونک یا ساختمان‌های تک و منفرد در فضای باز خودداری کنید.

- از نزدیک شدن به هر وسیله فلزی مثل تراکتور، تجهیزات کشاورزی، موتورسیکلت و دوچرخه پرهیز کنید.
- اگر در محوطه جنگل هستید، سرپناهی در کنار درختان کوتاه و تنومند بیابید و هرگز زیر درختان بلند نروید.
- اگر در فضای باز هستید، در صورت امکان به حالت خمیده و در دره‌های تنگ و عمیق پناه بگیرید، مراقب سیل‌های ناگهانی باشید.
- به یاد داشته باشید که چنانچه در هنگام رعد و برق موهایتان سیخ شد، نشانه نزدیکی برخورد جریان رعد و برق است.
- به صورت چمباتمه روی زمین بنشینید، دست‌ها را روی گوش‌ها و سر را بین زانوها قرار دهید، تماس خود را با زمین به حداقل برسانید ، به هیچ وجه روی زمین دراز نکشید.

میدان الکتریکی ناشی از یک توزیع پیوسته بار

تا اینجا میدان الکتریکی حاصل از یک یا، حداکثر، چند بار نقطه‌ای را بررسی کردیم. حال توزیع باری را در نظر می‌گیریم که شامل تعداد بسیار زیادی بارهای نقطه‌ای نزدیک به هم (شاید میلیاردها) باشد که بر امتداد یک خط، روی یک سطح، یا داخل یک حجم پخش شده‌اند. به چنین توزیع‌هایی، توزیع پیوسته به جای گسسته گفته می‌شود. چون این توزیعها شامل تعداد بینهایت زیادی از بارهای نقطه‌ای هستند، میدانهای الکتریکی حاصل از آنها را به جای در نظر گرفتن تک تک بارهای نقطه‌ای، با استفاده از حسابان به دست می‌آوریم. در این بخش میدان الکتریکی حاصل از یک بار خطی را بررسی می‌کنیم. سطح باردار را در بخش بعد در نظر می‌گیریم. در فصل بعد، میدان داخل یک کره باردار یکنواخت را به دست می‌آوریم.

وقتی با توزیع بار پیوسته سروکار داریم، مناسبترین کار این است که بار روی یک جسم را به جای آنکه به صورت یک بار کلی در نظر بگیریم، بر حسب چگالی بار بیان کنیم. مثلاً برای یک بار خطی، چگالی خطی بار (یا بار در واحد طول) λ را در نظر می‌گیریم که یکای آن در SI، کولن بر متر است. جدول ۱۸-۲ چگالیهای بار دیگری را نشان می‌دهد که از آنها استفاده خواهیم کرد.

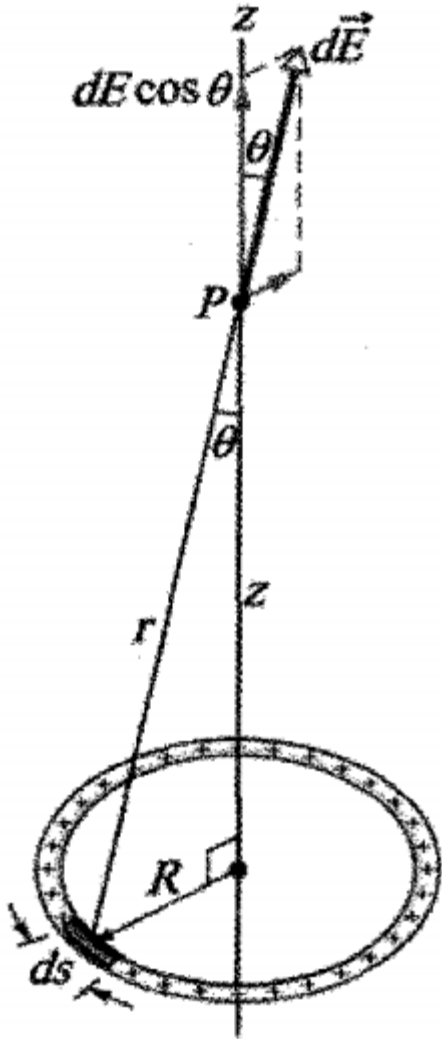
جدول ۱۸-۲

برخی از یکاهای بار الکتریکی

نام	نماد	یکای SI
بار	q	C
چگالی خطی بار	λ	C/m
چگالی سطحی بار	σ	C/m ²
چگالی حجمی بار	ρ	C/m ³

میدان الکتریکی ناشی از یک حلقه باردار با چگالی ثابت

شکل ۱۸-۱۰، حلقه باریکی به شعاع R را با چگالی خطی بار مثبت یکنواخت λ روی پیرامون آن نشان می‌دهد. می‌توانیم این گونه تصور کنیم که حلقه از پلاستیک یا عایق‌های دیگری ساخته شده است، به گونه‌ای که بارها را می‌توان در جای خود ثابت در نظر گرفت. میدان الکتریکی \vec{E} در نقطه P ، به فاصله z از صفحه حلقه در امتداد محور مرکزی آن، چیست؟



شکل ۱۸-۱۰ حلقه‌ای با بار مثبت یکنواخت.

برای پاسخ دادن به این پرسش، نمی‌توانیم معادله ۱۸-۳ را که میدان الکتریکی حاصل از یک بار نقطه‌ای را به دست می‌دهد، به طور مستقیم به کار گیریم، زیرا حلقه به روشنی یک بار نقطه‌ای نیست. ولی می‌توانیم به طور ذهنی حلقه را به عنصرهای دیفرانسیلی بار که به حدی کوچک‌اند که به بارهای نقطه‌ای می‌مانند، تقسیم کنیم و سپس معادله ۱۸-۳ را برای هر یک از آنها به کار ببریم. آنگاه می‌توانیم میدانهای الکتریکی ایجاد شده توسط عنصرهای دیفرانسیلی در نقطه P را با هم جمع کنیم. جمع برداری میدانها، میدان الکتریکی ایجاد شده در نقطه P را به دست می‌دهد.

فرض می‌کنیم ds طول (کمان) هر عنصر دیفرانسیلی حلقه باشد. چون λ ، بار در واحد طول (کمان) است، بزرگی بار این عنصر برابر است با

$$dq = \lambda ds \quad (18-10)$$

این بار دیفرانسیلی، میدان الکتریکی دیفرانسیلی $d\vec{E}$ را در نقطه P ، که به فاصله r از آن عنصر قرار دارد، ایجاد می‌کند. این عنصر را به عنوان یک بار نقطه‌ای در نظر می‌گیریم. با استفاده از معادله ۱۸-۱۰ می‌توان معادله ۱۸-۳ را برای یافتن بزرگی $d\vec{E}$ به صورت زیر نوشت

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{r^2} \quad (11-18)$$

با استفاده از معادله ۱۸-۱۰، می‌توان معادله ۱۱-۲۲ را چنین بازنویسی کرد

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{(z^2 + R^2)} \quad (12-18)$$

شکل ۱۸-۱۰ نشان می‌دهد که $d\vec{E}$ با محور مرکزی (که محور z در نظر گرفته شده است) زاویه θ می‌سازد و دارای مؤلفه‌هایی عمود بر محور و موازی با آن است.

هر عنصر بار در حلقه، میدان دیفرانسیلی $d\vec{E}$ را در نقطه P ایجاد می‌کند، که بزرگی آن با معادله $18-12$ داده می‌شود. تمام بردارهای $d\vec{E}$ دارای مؤلفه‌هایی موازی با محور مرکزی هستند که هم در بزرگی و هم در جهت یکسان‌اند. بعلاوه، تمام این بردارهای $d\vec{E}$ دارای مؤلفه‌هایی عمود بر محور مرکزی‌اند؛ این مؤلفه‌های عمودی دارای بزرگی یکسان ولی جهت‌های مخالف‌اند. در واقع، برای هر مؤلفه عمودی که در جهت معینی قرار دارد، مؤلفه دیگری در جهت مخالف آن وجود دارد. مجموع این زوج مؤلفه‌ها، مانند مجموع همه زوج مؤلفه‌های دیگر که جهت مخالف دارند، برابر با صفر است.

بنابراین، مؤلفه‌های عمود بر محور، یکدیگر را خنثی می‌کنند و دیگر لازم نیست که آنها را در نظر بگیریم. به این ترتیب، مؤلفه‌های موازی باقی می‌مانند؛ همه آنها در یک جهت‌اند، پس میدان الکتریکی در نقطه P برابر با مجموع آنهاست.

مؤلفه موازی $d\vec{E}$ نشان داده شده در شکل ۱۸-۱۰ دارای بزرگی $dE \cos \theta$ است، همچنین، این شکل نشان می‌دهد که

$$\cos \theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}} \quad (13-18)$$

بنابراین، از ضرب معادله‌های (۱۲-۱۸) و (۱۳-۱۸)، برای مؤلفه موازی $d\vec{E}$ خواهیم داشت

$$dE \cos \theta = \frac{z\lambda}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}} ds \quad (14-18)$$

برای جمع کردن مؤلفه‌های موازی $dE \cos \theta$ که توسط همه عناصرها ایجاد شده‌اند، از معادله ۱۴-۱۸ روی پیرامون حلقه، از $s=0$ تا $s=2\pi R$ ، انتگرال می‌گیریم. چون تنها کمیتی که در معادله ۱۴-۱۸، حین انتگرالگیری تغییر می‌کند s است، کمیت‌های دیگر را می‌توان از زیر علامت انتگرال بیرون برد. آنگاه انتگرالگیری چنین به دست می‌دهد

$$E = \int dE \cos \theta = \frac{z\lambda}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} ds$$

$$= \frac{z\lambda (2\pi R)}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}} \quad (15-18)$$

چون λ بار در واحد طول حلقه است، در نتیجه جمله $\lambda(2\pi R)$ در معادله ۱۵-۱۸ برابر با مقدار q ، یعنی بار کل روی حلقه است. آنگاه، می‌توان معادله ۱۵-۱۸ را چنین نوشت

$$E = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}} \quad (\text{حلقه باردار}) \quad (16-18)$$

اگر بار روی حلقه، به جای مثبت، منفی باشد، بزرگی میدان در نقطه P باز هم با معادله ۱۶-۱۸ داده می‌شود. ولی، در این صورت سوی بردار میدان الکتریکی به جای آنکه از حلقه دور شود، به سمت حلقه خواهد بود.

حال معادله ۱۸-۱۶ را برای نقطه‌ای بسیار دور روی محور مرکزی که در آن $R \ll z$ است، بررسی می‌کنیم. برای چنین نقطه‌ای، به جای عبارت $z^2 + R^2$ در معادله ۱۸-۱۶ می‌توان مقدار تقریبی z^2 را قرار داد، و از آنجا معادله ۱۸-۱۶ چنین می‌شود

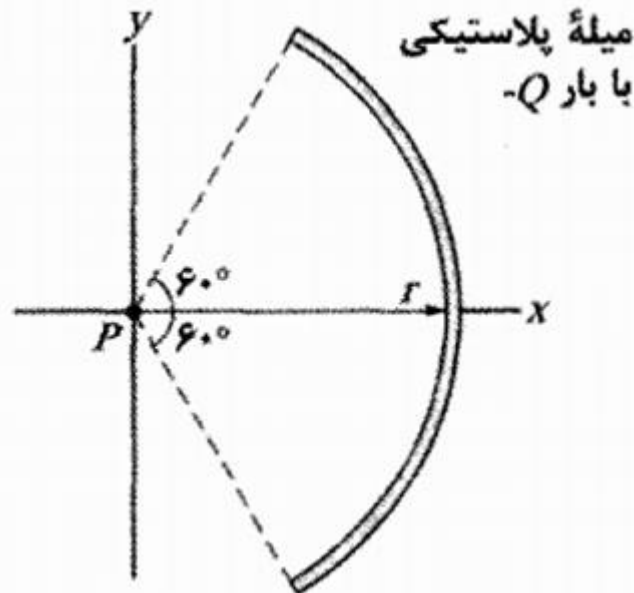
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{z^2} \quad (17-18) \text{ (حلقه باردار در فاصله دور)}$$

این نتیجه‌ای معقول است، زیرا در یک فاصله دور، حلقه مانند یک بار نقطه‌ای «به نظر می‌رسد». اگر در معادله ۱۸-۱۷ به جای z مقدار r را قرار دهیم، در واقع به معادله ۱۸-۳ می‌رسیم که بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک بار نقطه‌ای است.

حال معادله ۱۸-۱۶ را برای نقطه‌ای در مرکز حلقه، یعنی برای $z=0$ ، در نظر می‌گیریم. در این نقطه، معادله ۱۸-۱۶ $E=0$ را به دست می‌دهد. این هم نتیجه‌ای معقول است، چرا؟؟

مساله

شکل زیر، یک میله پلاستیکی را نشان می‌دهد که بار $-Q$ به طور یکنواخت روی آن توزیع شده است. این میله به صورت یک کمان دایره‌ای 120° به شعاع r خم شده است. محورهای مختصات را به گونه‌ای در نظر می‌گیریم که محور تقارن میله در امتداد محور x و مبدأ مختصات در مرکز خمیدگی P میله باشد. میدان الکتریکی \vec{E} ناشی از میله در نقطه P بر حسب Q و r چگونه است؟



راهنمای حل

