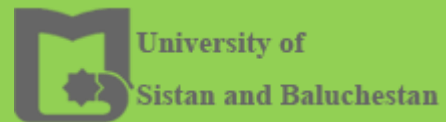


# Basic Electrical Engineering

**By: M. Shahraki**



**University of Sistan & Baluchestan**  
**Faculty of Electrical and Computer Engineering**  
**Department of Electrical & Electronics Engineering**

# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$

توابع Sin و Cos

$\omega$	فرکانس زاویه ای	<b>Angular Frequency</b>
$f = \frac{\omega}{2\pi}$	فرکانس	<b>Frequency</b>
$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$	دوره تناوب	<b>Period</b>
$\theta$	فاز	<b>Phase</b>



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

اعداد مختلط

$$z = x + jy$$

$x$

بخش حقیقی

**Real Part**

$y$

بخش موهومی

**Imaginary Part**

$$z = |z|e^{j\theta}$$

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

اندازه

**Amplitude**

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

فاز

**Phase**

$$z = |z| \angle \theta$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

اعداد مختلط

$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j \sin(\theta)$$

$$re^{j\theta} = r \cos(\theta) + jr \sin(\theta)$$

$$re^{j\theta} = x + jy$$

$$x = r \cos(\theta)$$

$$y = r \sin(\theta)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

نحوه نمایش اعداد مختلط

نمایی	قطبی	دکارتی
$re^{j\theta}$	$r\angle\theta$	$x + jy$
$r = \sqrt{x^2 + y^2}$	$r = \sqrt{x^2 + y^2}$	$x = r \cos(\theta)$
$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$	$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$	$y = r \sin(\theta)$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

تبدیل تابع تحریک سینوسی به تابع تحریک مختلط

$$v_1(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$i_1(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta) + jV_m \sin(\omega t + \theta)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi) + jI_m \sin(\omega t + \phi)$$

$$v_1(t) = \text{Re}[V_m \cos(\omega t + \theta)]$$

$$v(t) = V_m e^{j\omega t + \theta}$$

$$i(t) = I_m e^{j\omega t + \phi}$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

نمایش فاز بردار (فازور)

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$v(t) \equiv V_m e^{j\omega t + \theta}$$

$$\mathbf{V} \triangleq V_m e^{j\theta} = V_m \angle \theta$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$$

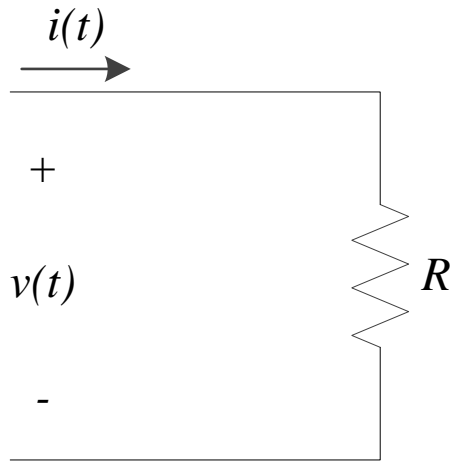
$$i(t) \equiv I_m e^{j\omega t + \phi}$$

$$\mathbf{I} \triangleq I_m e^{j\phi} = I_m \angle \phi$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی



$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$v(t) \equiv V_m e^{j\omega t + \theta}$$

نمایش فاز بردار (فازور) یک مقاومت

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$i(t) \equiv I_m e^{j\omega t + \phi}$$

$$v(t) = Ri(t)$$

$$V_m e^{j\omega t + \theta} = RI_m e^{j\omega t + \phi}$$

$$V_m e^{j\theta} = RI_m e^{j\phi}$$

$$\mathbf{V} \triangleq V_m e^{j\theta} = V_m \angle \theta$$

$$\mathbf{I} \triangleq I_m e^{j\phi} = I_m \angle \phi$$

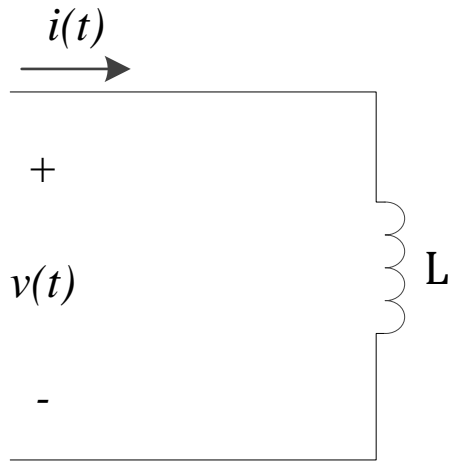
$$\mathbf{V} = R\mathbf{I}$$





# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی



$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$v(t) \equiv V_m e^{j\omega t + \theta}$$

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$V_m e^{j\omega t + \theta} = j\omega L I_m e^{j\omega t + \phi}$$

$$V_m e^{j\theta} = j\omega L I_m e^{j\phi}$$

$$\mathbf{V} \triangleq V_m e^{j\theta} = V_m \angle \theta$$

$$\mathbf{I} \triangleq I_m e^{j\phi} = I_m \angle \phi$$

نمایش فاز بردار (فازور) یک سلف

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$$

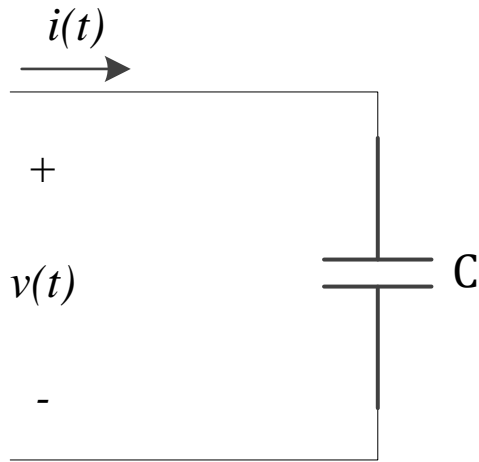
$$i(t) \equiv I_m e^{j\omega t + \phi}$$

$$\mathbf{V} = j\omega L \mathbf{I}$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی



$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$v(t) \equiv V_m e^{j\omega t + \theta}$$

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

$$I_m e^{j\omega t + \phi} = j\omega C V_m e^{j\omega t + \theta}$$

$$I_m e^{j\phi} = j\omega C V_m e^{j\theta}$$

$$\mathbf{V} \triangleq V_m e^{j\theta} = V_m \angle \theta$$

$$\mathbf{I} \triangleq I_m e^{j\phi} = I_m \angle \phi$$

نمایش فاز بردار (فازور) یک خازن

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$i(t) \equiv I_m e^{j\omega t + \phi}$$

$$\mathbf{I} = j\omega C \mathbf{V}$$

$$\mathbf{V} = \frac{1}{j\omega C} \mathbf{I}$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

## تعریف امپدانس

امپدانس نسبت فازوری ولتاژ به فازوری جریان است و آن را با  $\mathbf{Z}$  نمایش می دهند. واحد امپدانس مشابه با مقاومت «اهم» می باشد.

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}}$$

$$\mathbf{Z} = R + jX$$

$$\mathbf{Z} = Z_m e^{j\theta_z}$$

امپدانس در حالت کلی یک کمیت مختلط است.

بخش حقیقی آن مولفه مقاومتی بوده و  $R$  (مقاومت) نامیده می شود. بخش موهومی آن مولفه واکنشی بوده و  $X$  (راکتانس) نامیده می شود.



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

## تعریف ادمیتانس

ادمیتانس نسبت فازوری جریان به فازوری ولتاژ است و آن را با  $\mathbf{Y}$  نمایش می دهند. واحد ادمیتانس مشابه با رسانایی «مهو» می باشد.

$$\mathbf{Y} = \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{V}}$$

$$\mathbf{Y} = G + jB$$

$$\mathbf{Y} = Yme^{j\theta y}$$

ادمیتانس در حالت کلی یک کمیت مختلط است.

بخش حقیقی آن مولفه عکس مقاومتی بوده و  $G$  (رسانایی) نامیده می شود. بخش موهومی آن مولفه عکس واکنشی بوده و  $B$  (سوسپتانس) نامیده می شود.



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

## تعاریف

کمیت	رابطه	نام	Name	Unit	واحد
$R$	$R = \frac{V}{I}$	مقاومت	Resistance	Ohm ( $\Omega$ )	اهم
$G$	$G = \frac{I}{V}$	رسانایی (هدایت)	Conductance	Mho ( $\mathcal{O}$ , $\Omega^{-1}$ ) Siemens (S)	مهو (زیمنس)
$L$	$L = \frac{v}{di/dt}$	اندوکتانس	Inductance	Henry (H)	هانری
$C$	$C = \frac{i}{dv/dt}$	ظرفیت	Capacitance	Farad (F)	فاراد
$Z$	$Z = \frac{V}{I}$	امپدانس	Impedance	Ohm ( $\Omega$ )	اهم
$X$	$\text{Im}(Z)$	راکتانس	Reactance	Ohm ( $\Omega$ )	اهم
$Y$	$Y = \frac{I}{V}$	ادمینانس	Admittance	Mho ( $\mathcal{O}$ , $\Omega^{-1}$ ) Siemens (S)	مهو (زیمنس)
$B$	$\text{Im}(Y)$	سوسپتانس	Susceptance	Mho ( $\mathcal{O}$ , $\Omega^{-1}$ ) Siemens (S)	مهو (زیمنس)



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

امپدانس و ادمیتانس عناصر

عنصر	امپدانس (Z)	ادمیتانس (Y)
$R$	$R$	$G = \frac{1}{R}$
$L$	$j\omega L$	$\frac{1}{j\omega L}$
$C$	$\frac{1}{j\omega C}$	$j\omega C$



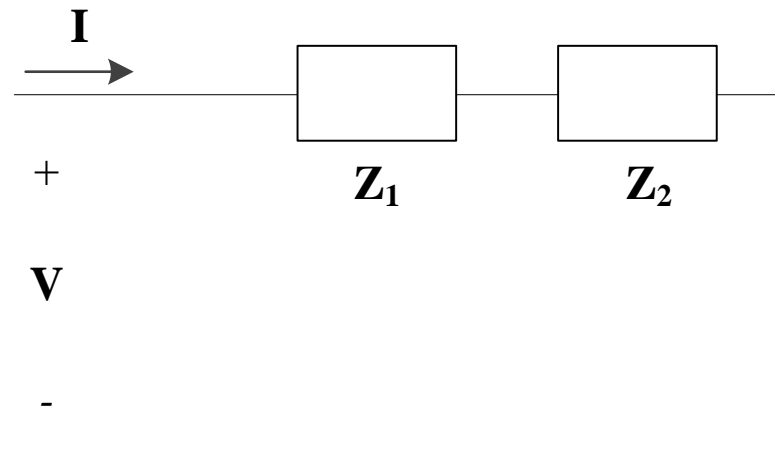
# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

## اتصال سری امپدانس ها

امپدانس معادل دو امپدانس سری، برابر با مجموع امپدانس ها است.

معکوس ادمیتانس معادل دو امپدانس سری، برابر با مجموع معکوس ادمیتانس ها است.



$$Z_{Eq} = Z_1 + Z_2$$

$$\frac{1}{Y_{Eq}} = \frac{1}{Y_1} + \frac{1}{Y_2}$$



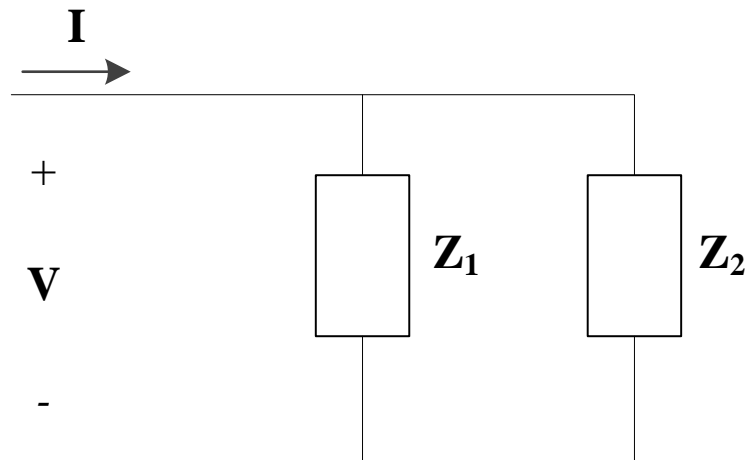
# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

## اتصال موازی امپدانس ها

معکوس امپدانس معادل دو امپدانس موازی، برابر با مجموع معکوس امپدانس ها است.

ادمیتانس معادل دو امپدانس موازی، برابر با مجموع ادمیتانس ها است.



$$Y_{Eq} = Y_1 + Y_2$$

$$\frac{1}{Z_{Eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$





# Sinusoidal Steady state

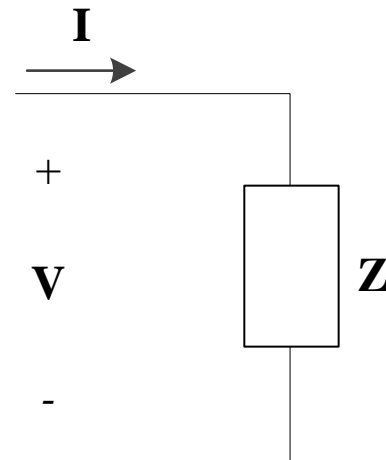
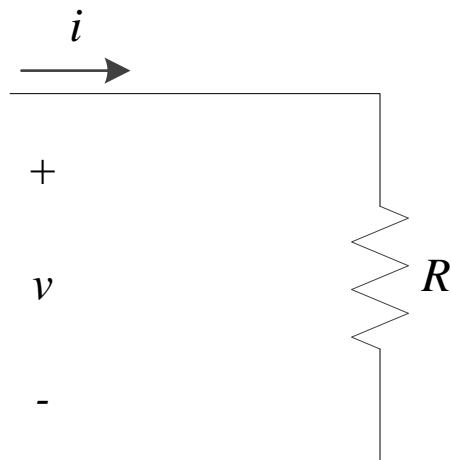
حالت ماندگار سینوسی

## تحلیل مدارهای با تابع تحریک سینوسی

تمامی قوانین حاکم بر مدارهای مقاومتی، در مدارهای حالت دائمی سینوسی نیز برقرار است.

در این مدارها به جای تحلیل در حوزه زمان، تحلیل بر روی فازورها انجام می شود.

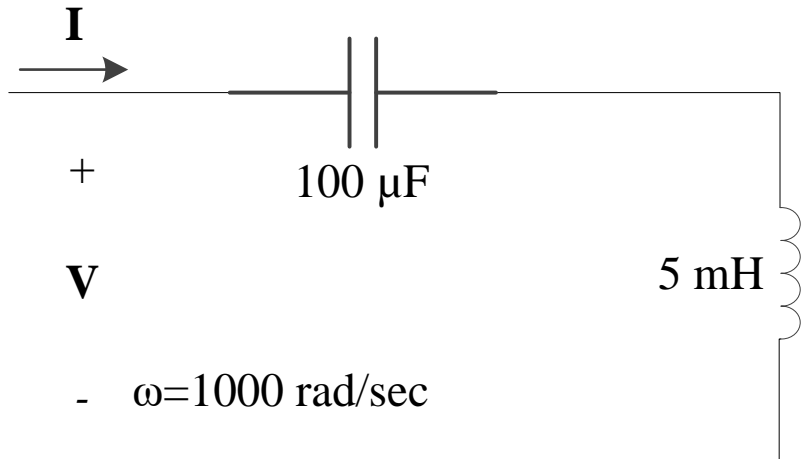
در این مدارها، مقاومت با امپدانس جایگزین شده است.



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

محاسبه امپدانس



$$Z_L = j\omega L = j \times 1000 \times \frac{5}{1000} = j5 \Omega$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j \times 1000 \times \frac{100}{1000000}} = -j10 \Omega$$

$$Z_{Eq} = Z_L + Z_C = j5 - j10 = -j5 \Omega$$

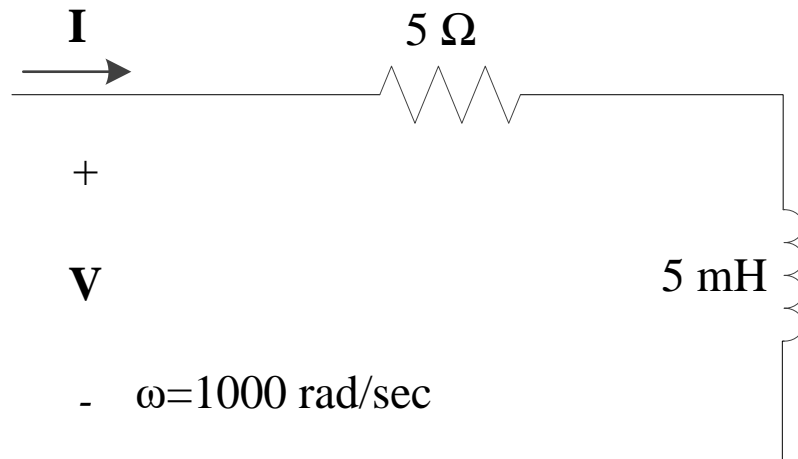
$$Z_{Eq} = 5 \angle 270^\circ = 5 \angle -90^\circ$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

محاسبه امپدانس



$$Z_R = R = 5\ \Omega$$

$$Z_L = j\omega L = j \times 1000 \times \frac{5}{1000} = j5\ \Omega$$

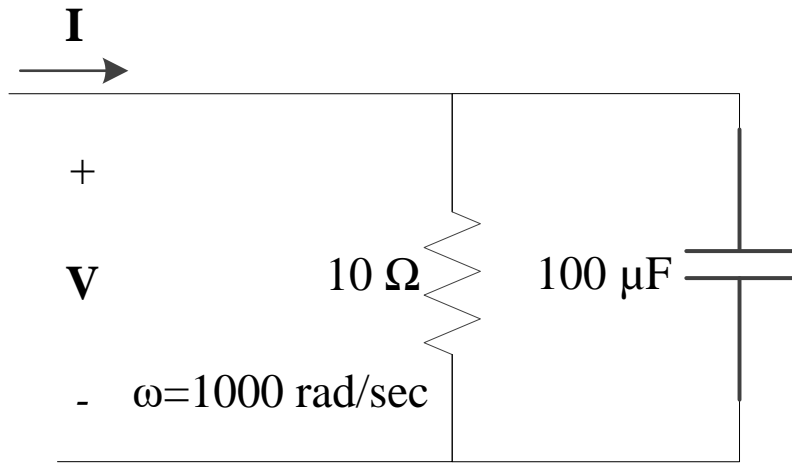
$$Z_{Eq} = Z_R + Z_L = (5 + j5)\ \Omega$$

$$Z_{Eq} = 5\sqrt{2} \angle 45^\circ$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی



محاسبه امپدانس

$$Z_R = R = 10\ \Omega$$

$$Y_R = \frac{1}{10}\ \Omega^{-1}$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j \times 1000 \times \frac{100}{1000000}} = -j10\ \Omega$$

$$Y_C = \frac{1}{-j10} = \frac{j}{10}\ \Omega^{-1}$$

$$Y_{Eq} = Y_R + Y_C = \left(\frac{1}{10} + \frac{j}{10}\right) = \frac{1+j}{10}\ \Omega^{-1}$$

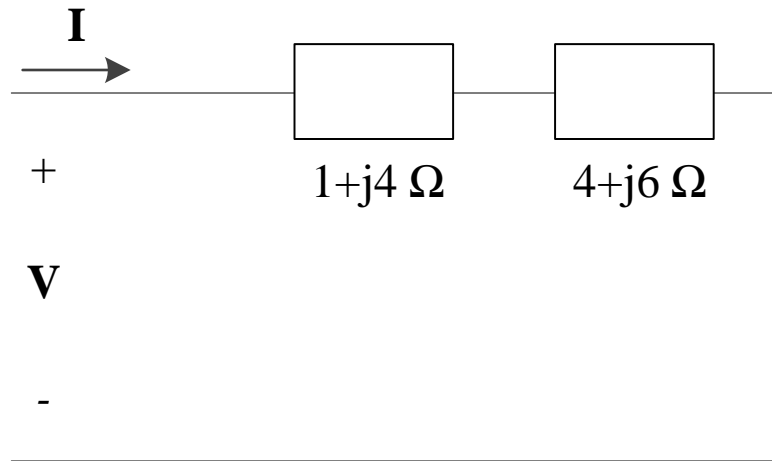
$$Z_{Eq} = \frac{10}{1+j} = (5 - j5)\ \Omega$$

$$Z_{Eq} = 5\sqrt{2} \angle -45^\circ$$



# Sinusoidal Steady state

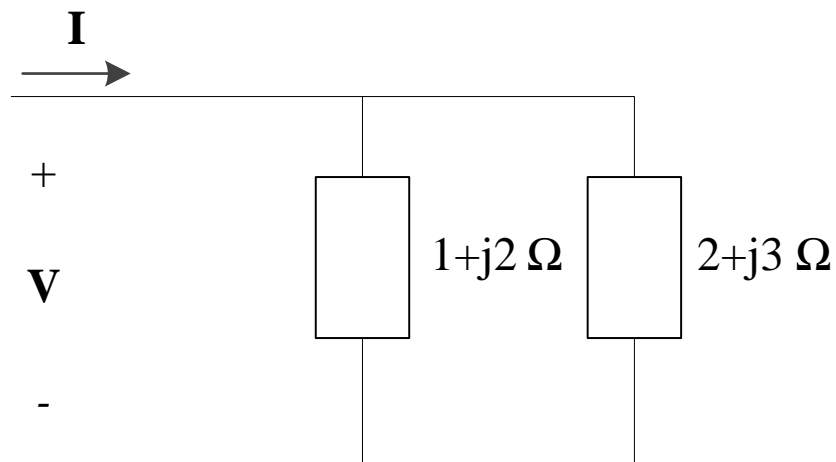
حالت ماندگار سینوسی



محاسبه امپدانس

$$Z_{Eq} = (1 + j4) + (4 + j6)$$

$$Z_{Eq} = (5 + j10)\Omega \quad Z_{Eq} = 5\sqrt{5} \angle 63.43$$



$$Y_{Eq} = \frac{1}{(1 + j2)} + \frac{1}{(2 + j3)}$$

$$Y_{Eq} = \frac{(1 - j2)}{5} + \frac{(2 - j3)}{13}$$

$$Y_{Eq} = \frac{13 - j26 + 10 - j15}{65}$$

$$Y_{Eq} = \frac{23 - j41}{65}$$

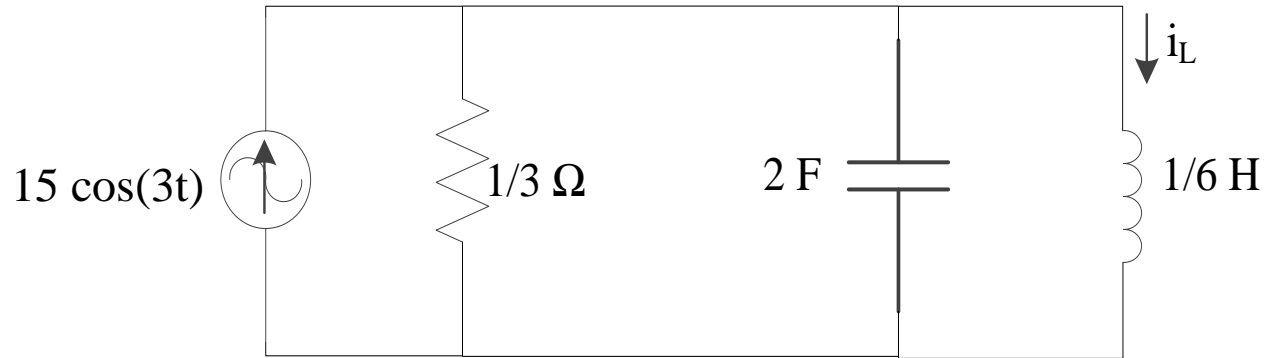
$$Z_{Eq} = \frac{65}{23 - j41} = \frac{65(23 + j41)}{529 + 1681} = \frac{1495 + j2665}{2210} \approx 0.68 + j1.2$$



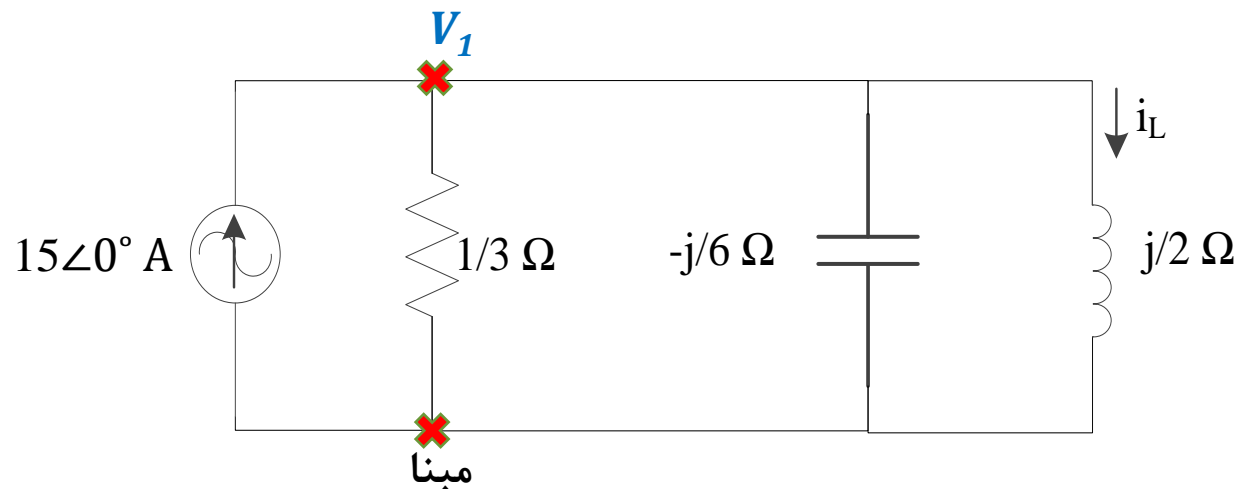
# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

تحلیل حالت دائمی سینوسی



انتقال به حوزه فازوری



$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j \times 3 \times 2} = -\frac{j}{6} \Omega$$

$$Z_L = j\omega L = j \times 3 \times \frac{1}{6} = \frac{j}{2} \Omega$$

$$-15 \angle 0 + \frac{V_1}{1/3} + \frac{V_1}{j/2} + \frac{V_1}{-j/6} = 0$$

$$(3 + 4j)V_1 = 15 \quad V_1 = \frac{15}{(3 + 4j)}$$

$$I_L = \frac{V_1}{Z_L} = \frac{15}{(3 + 4j)} \times \frac{2}{j}$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

تحلیل حالت دائمی سینوسی

$$I_L = \frac{V_1}{Z_L} = \frac{15}{(3+4j)} \times \frac{2}{j}$$

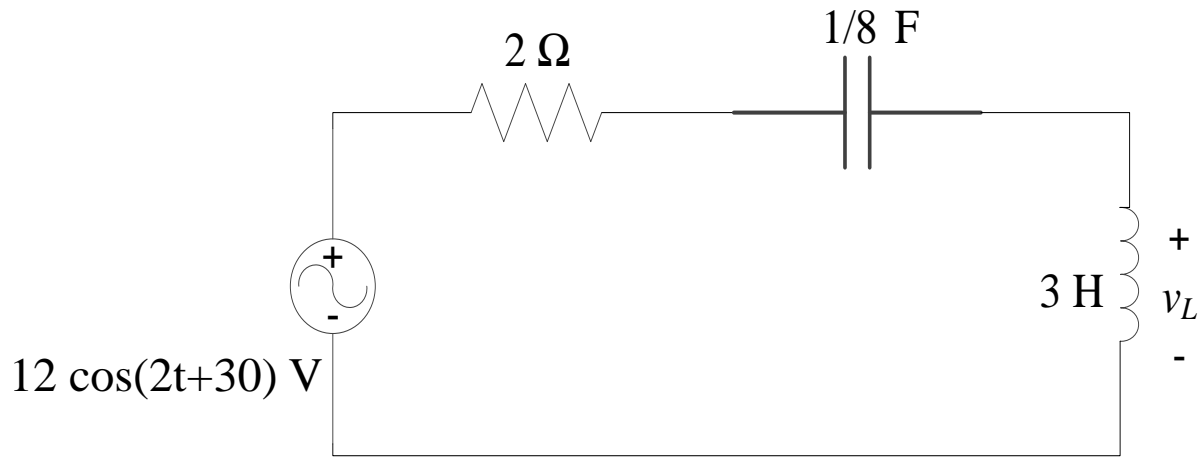
$$I_L = \frac{V_1}{Z_L} = \frac{30}{(-4+3j)} \quad I_L = \frac{30}{5 \angle (-36.86+180)} = 6 \angle -143.14$$

$$i_L = 6 \cos(3t - 143.14)$$

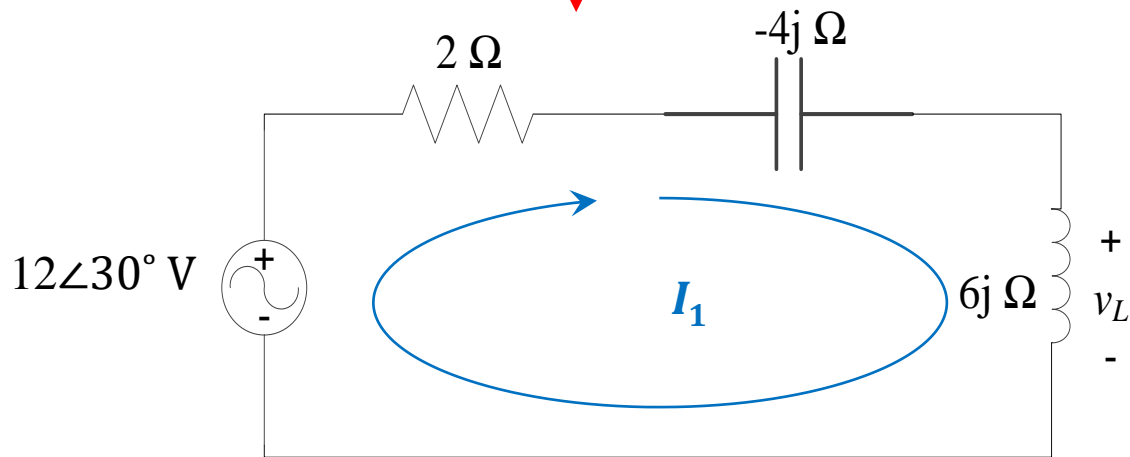


# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی



انتقال به حوزه فازوری



تحلیل حالت دائمی سینوسی

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j \times 2 \times \frac{1}{8}} = -4j \Omega$$

$$Z_L = j\omega L = j \times 2 \times 3 = 6j \Omega$$

$$-12\angle 30^\circ + I_1(2 - 4j + 6j) = 0$$

$$I_1 = \frac{12\angle 30^\circ}{2 + 2j} \quad I_1 = \frac{6\angle 30^\circ}{1 + 1j}$$

$$V_L = I_1 Z_L$$





# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

تحلیل حالت دائمی سینوسی

$$I_1 = \frac{6\angle 30}{1+1j}$$

$$V_L = I_1 Z_L = \frac{6\angle 30}{1+1j} (6j)$$

$$V_L = \frac{36j\angle 30}{1+1j}$$

$$V_L = \frac{36\angle(90+30)}{\sqrt{2}\angle 45}$$

$$V_L = 18\sqrt{2}\angle 75^\circ$$

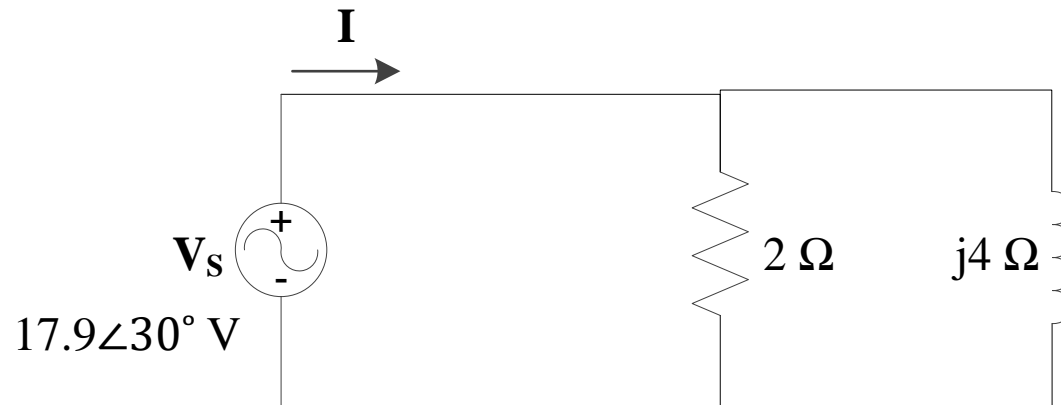
$$v_L = 18\sqrt{2} \cos(2t + 75^\circ)$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

تحلیل حالت دائمی سینوسی



$$I = \frac{V_s}{Z_{Eq}} = \frac{17.9 \angle 30^\circ}{1.79 \angle 26.57^\circ}$$

$$I = V_s Y_{Eq} = 10 \angle 3.44^\circ$$

$$I = 10 \cos(\omega t + 3.44^\circ)$$

$$I = \frac{V_s}{Z_{Eq}} \quad Z_{Eq} = \frac{2 \times j4}{(2 + j4)}$$

$$Z_{Eq} = \frac{j8}{2 + j4} = \frac{8 \angle 90^\circ}{\sqrt{20} \angle \tan^{-1}(4/2)}$$

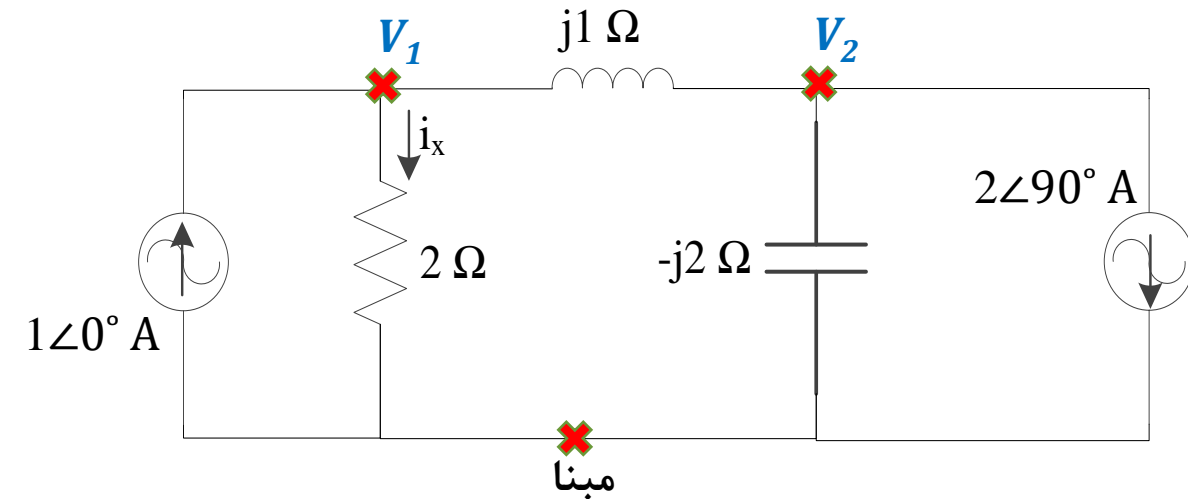
$$Z_{Eq} = \frac{8 \angle 90^\circ}{4.47 \angle 63.43^\circ} = 1.79 \angle 26.57^\circ$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

تحلیل حالت دائمی سینوسی



$$-1\angle 0 + \frac{V_1}{2} + \frac{V_1 - V_2}{j1} = 0$$

$$2\angle 90 + \frac{V_2}{-j2} + \frac{V_2 - V_1}{j1} = 0$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{j1}\right)V_1 + \frac{-1}{j1}V_2 = 1\angle 0$$

$$\frac{-1}{j1}V_1 + \left(\frac{1}{-j2} + \frac{1}{j1}\right)V_2 = -2j$$

$$(0.5 - j1)V_1 + j1V_2 = 1$$

$$j1V_1 - j0.5V_2 = -j2$$

$$I_x = \frac{V_1}{2}$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

تحلیل حالت دائمی سینوسی

$$(0.5 - j1)V_1 + j1V_2 = 1$$

$$j1V_1 - j0.5V_2 = -j2$$

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & j1 \\ -j2 & -j0.5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0.5 - j1 & j1 \\ j1 & -j0.5 \end{vmatrix}} = \frac{(1)(-j0.5) - (j1)(-j2)}{(0.5 - j1)(-j0.5) - (j1)(j1)}$$

$$V_1 = \frac{(-2 - j0.5)}{(-j0.25 - 0.5) + 1}$$

$$V_1 = \frac{(2 + j0.5)}{(j0.25 - 0.5)}$$

$$V_1 = \frac{2.06 \angle 14.03}{0.559 \angle (-26.56 + 180)}$$

$$V_1 = 3.68 \angle -139.41 \text{ V}$$

$$V_1 = 3.68 \angle 220.59 \text{ V}$$

$$I_x = \frac{V_1}{2} = 1.84 \angle 220.59 \text{ A}$$

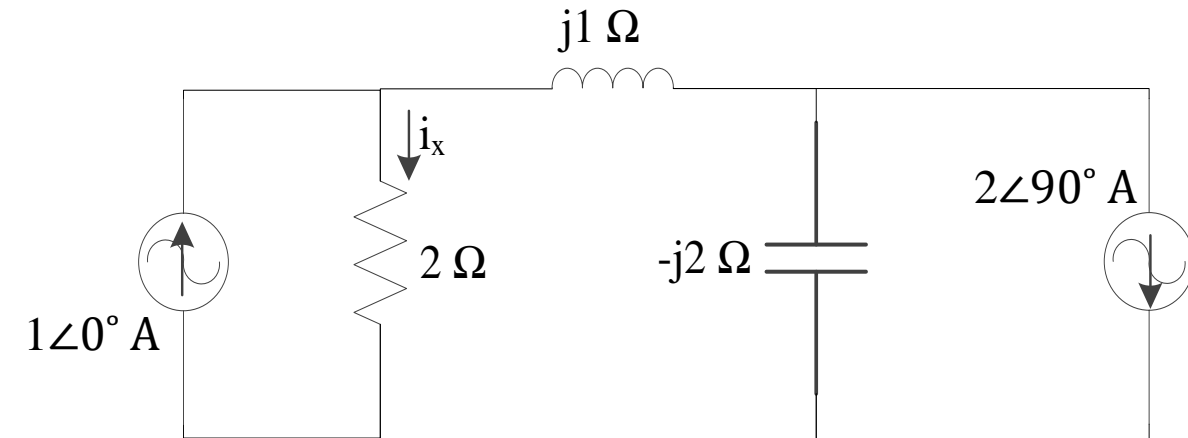
$$i_x = 1.84 \cos(\omega t + 220.59) \text{ A}$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

تحلیل حالت دائمی سینوسی



$$I_x = \frac{j1 - j2}{2 + j1 - j2} \times 1 + \frac{-j2}{2 + j1 - j2} \times -2j$$

$$I_x = \frac{-j1}{2 - j1} + \frac{-4}{2 - j1}$$

$$I_x = \frac{-4 - j1}{2 - j1}$$

$$I_x = \frac{(-4 - j1)(2 + j1)}{(2 - j1)(2 + j1)}$$

$$I_x = \frac{-8 + 1 - j2 - j4}{5}$$

$$I_x = \frac{-7 - j6}{5}$$

$$I_x = \frac{\sqrt{49 + 36}}{5} \tan^{-1}\left(\frac{-6}{-7}\right)$$

$$I_x = 1.84 \angle (40.59 + 180)$$

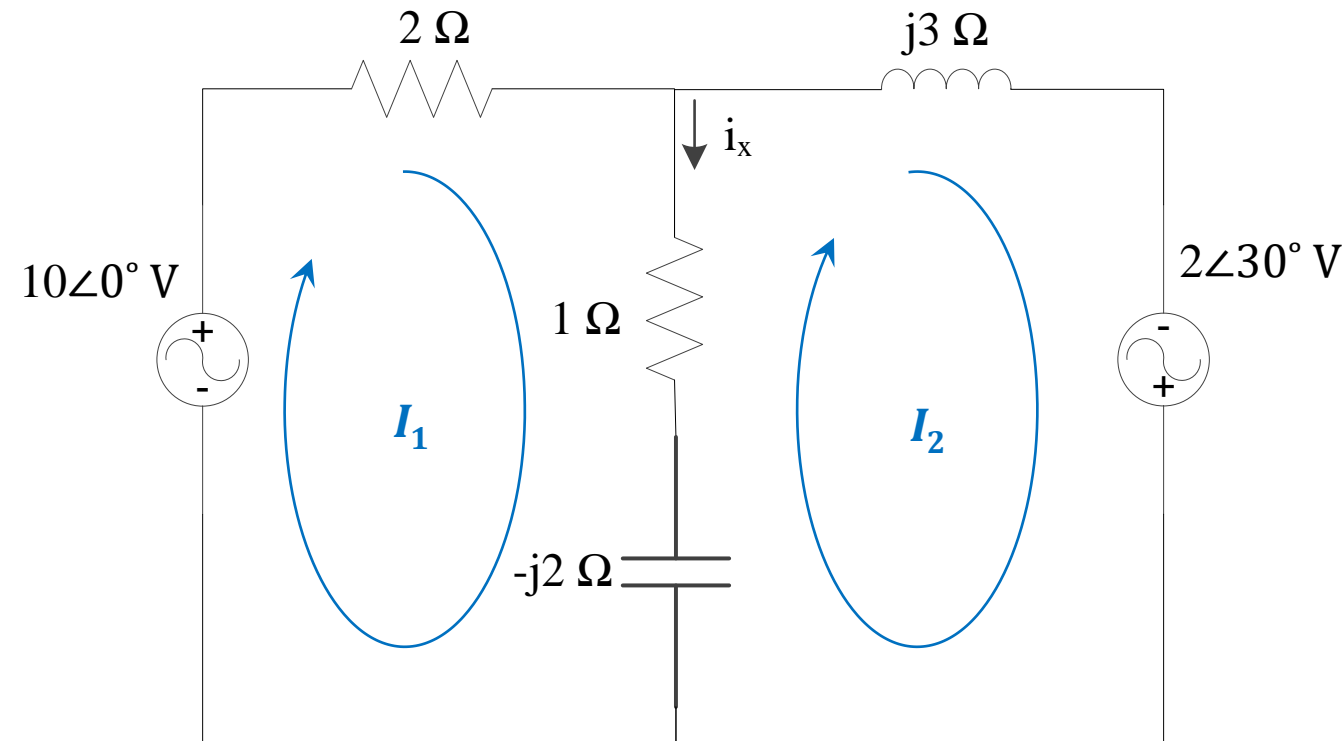
$$I_x = 1.84 \angle (220.59) \text{ A}$$

$$i_x = 1.84 \cos(\omega t + 220.59) \text{ A}$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی



تحلیل حالت دائمی سینوسی

$$-10\angle 0 + 2I_1 + (1 - j2)(I_1 - I_2) = 0$$

$$-2\angle 30 + (1 - j2)(I_2 - I_1) + j3I_2 = 0$$

$$-2\angle 30 = -2[\cos(30) + j\sin(30)] = -2(0.866 + j0.5)$$

$$(3 - j2)I_1 + (-1 + j2)I_2 = 10$$

$$(-1 + j2)I_1 + (1 + j1)I_2 = 1.732 + j1$$

$$I_x = I_1 - I_2$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

$$(3 - j2)I_1 + (-1 + j2)I_2 = 10$$

$$(-1 + j2)I_1 + (1 + j1)I_2 = 1.732 + j1$$

تحلیل حالت دائمی سینوسی

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -1 + j2 \\ 1.732 + j1 & 1 + j1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 - j2 & -1 + j2 \\ -1 + j2 & 1 + j1 \end{vmatrix}} = \frac{(10)(1 + j1) - (-1 + j2)(1.732 + j1)}{(3 - j2)(1 + j1) - (-1 + j2)(-1 + j2)}$$

$$I_1 = \frac{10 + j10 - (-1.732 - 2 + 3.464j - 1j)}{3 + 2 - j2 + j3 - (1 - 4 - j2 - j2)}$$

$$I_1 = \frac{13.732 + j7.536}{8 + j5}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 3 - j2 & 10 \\ -1 + j2 & 1.732 + j1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 - j2 & -1 + j2 \\ -1 + j2 & 1 + j1 \end{vmatrix}} = \frac{(3 - j2)(1.732 + j1) - (10)(-1 + j2)}{(3 - j2)(1 + j1) - (-1 + j2)(-1 + j2)}$$

$$I_2 = \frac{5.196 + 2 - j3.4664 + j3 + 10 - j20}{3 + 2 - j2 + j3 - (1 - 4 - j2 - j2)}$$

$$I_2 = \frac{17.196 - j20.4664}{8 + j5}$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

$$I_1 = \frac{13.732 + j7.536}{8 + j5}$$

$$I_2 = \frac{17.196 - j20.4664}{8 + j5}$$

$$I_x = I_1 - I_2 = \frac{-3.464 + j28}{8 + 5j}$$

$$I_x = \frac{28.213 \angle -82.942 + 180}{9.43 \angle 32}$$

تحلیل حالت دائمی سینوسی

$$I_x = 2.99 \angle 65 \text{ A}$$

$$i_x = 2.99 \cos(\omega t + 65) \text{ A}$$

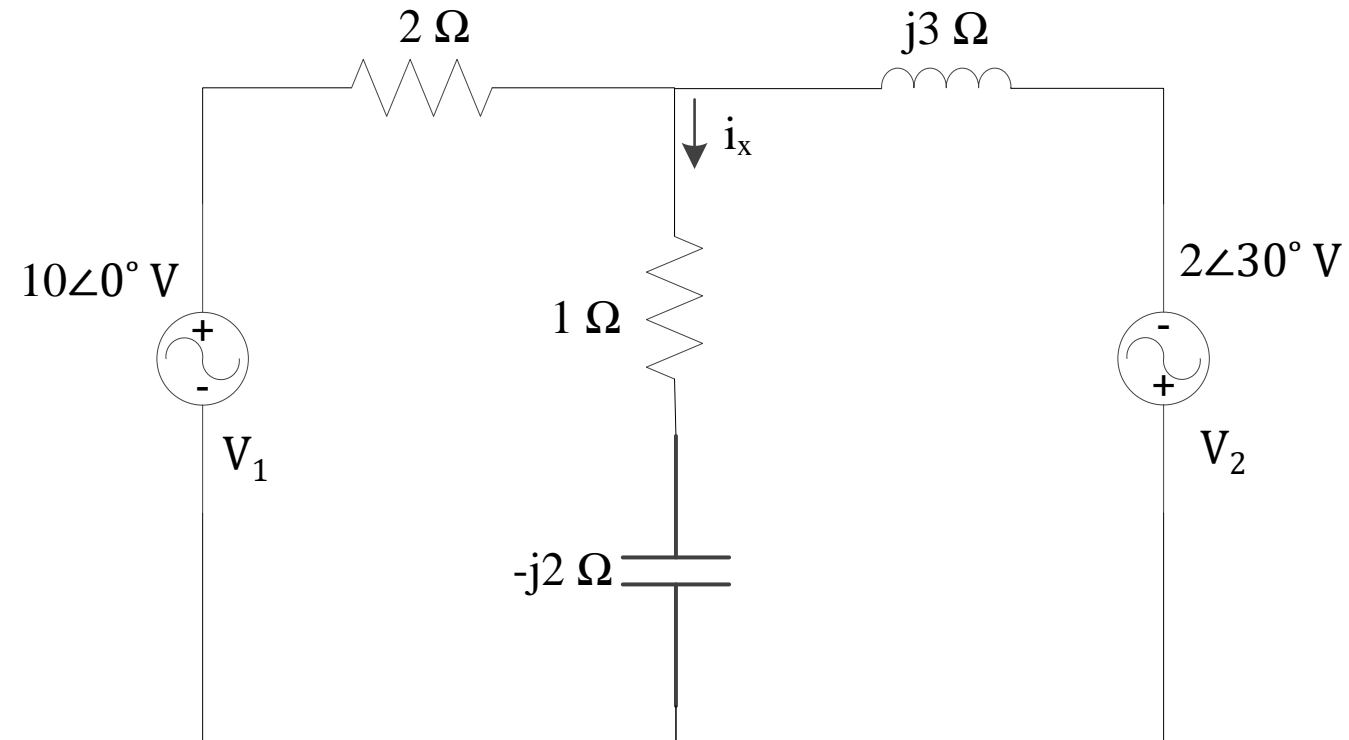




# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

تحلیل حالت دائمی سینوسی



$$I_x = I_x' \Big|_{V_2=0} + I_x'' \Big|_{V_1=0}$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

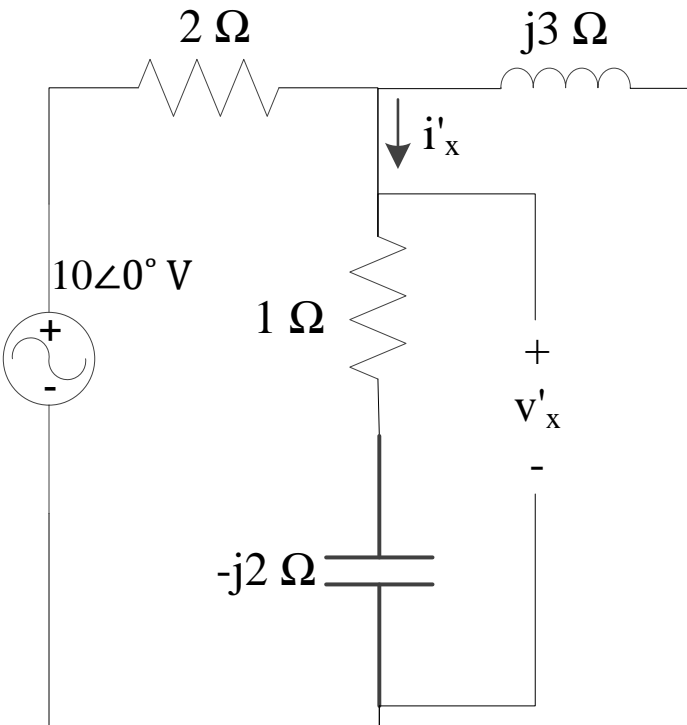
تحلیل حالت دائمی سینوسی

$$Z'_{Eq} = \frac{j3(1-j2)}{j3+1-2j} = \frac{j3+6}{1+j1}$$

$$Z''_{Eq} = \frac{2(1-j2)}{2+1-2j} = \frac{2-j4}{3-j2}$$

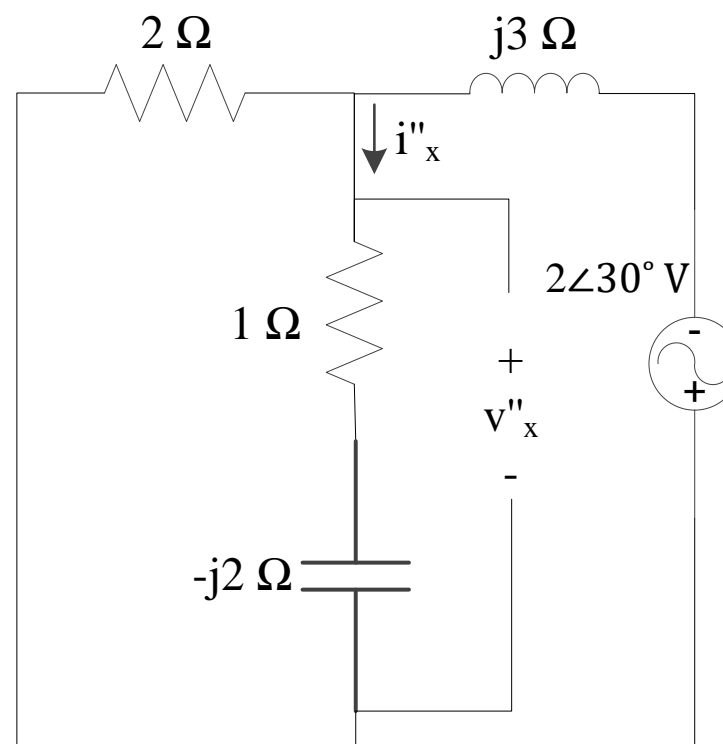
$$V_x = V'_x + V''_x$$

$$I_x = \frac{V_x}{1-j2}$$



$$Z'_{Eq} = (1-j2) \parallel j3$$

$$V'_x = \frac{Z'_{Eq}}{Z'_{Eq} + 2} \times 10 \angle 0$$



$$Z''_{Eq} = (1-j2) \parallel 2$$

$$V''_x = \frac{Z''_{Eq}}{Z''_{Eq} + j3} \times -2 \angle 30$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

$$V_x = V_x' + V_x'' \quad V_x' = \frac{Z_{Eq}'}{Z_{Eq}' + 2} 10 \angle 0 \quad V_x'' = -\frac{Z_{Eq}''}{Z_{Eq}'' + j3} 2 \angle 30$$

$$V_x = \frac{\frac{j3+6}{1+j1}}{\frac{j3+6}{1+j1} + 2} \times 10 - \frac{\frac{2-j4}{3-j2}}{\frac{2-j4}{3-j2} + j3} \times 2(0.866 + j0.5)$$

$$V_x = \frac{52.536 + j34.928}{8 + 5j} \quad I_x = \frac{V_x}{1 - j2} = \frac{52.536 + j34.928}{(8 + 5j)(1 - j2)}$$

$$I_x = 2.99 \angle 65^\circ \text{ A}$$

$$i_x = 2.99 \cos(\omega t + 65^\circ) \text{ A}$$

تحلیل حالت دائمی سینوسی

$$Z_{Eq}' = \frac{j3+6}{1+j1} \quad Z_{Eq}'' = \frac{2-j4}{3-j2}$$

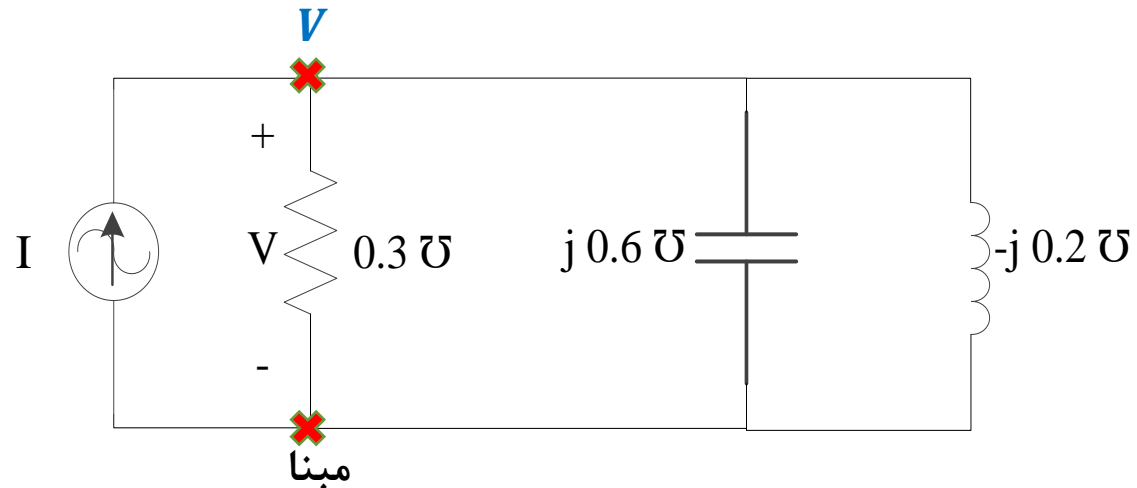
$$2 \angle 30 = 2(0.866 + j0.5)$$

$$I_x = \frac{63.08 \angle 33.61}{9.43 \angle 32^\circ \times 2.23 \angle -63.43}$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی



تحلیل حالت دائمی سینوسی

جریان I را چنان بیابید که  $V=10\angle 0^\circ V$

$$I = I_R + I_L + I_C$$

$$I = V \times 0.3 + V \times j0.6 + V \times -j0.2$$

$$I = 10\angle 0 \times (0.3 + j0.4)$$

$$I = 3 + j4$$

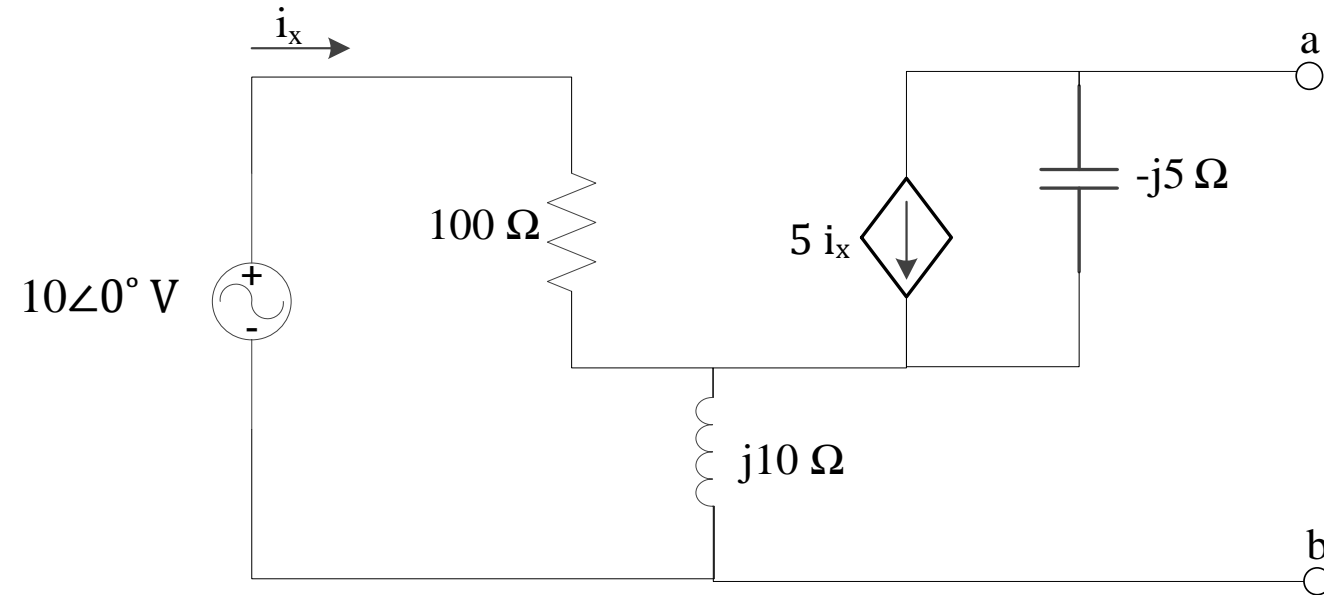
$$I = 5\angle 53.13 A$$

$$i = 5 \cos(\omega t + 53.13) A$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی



تحلیل حالت دائمی سینوسی

هم ارز تونن از دو سر  $ab$  را بیابید

$$V_T = V_{OC}$$

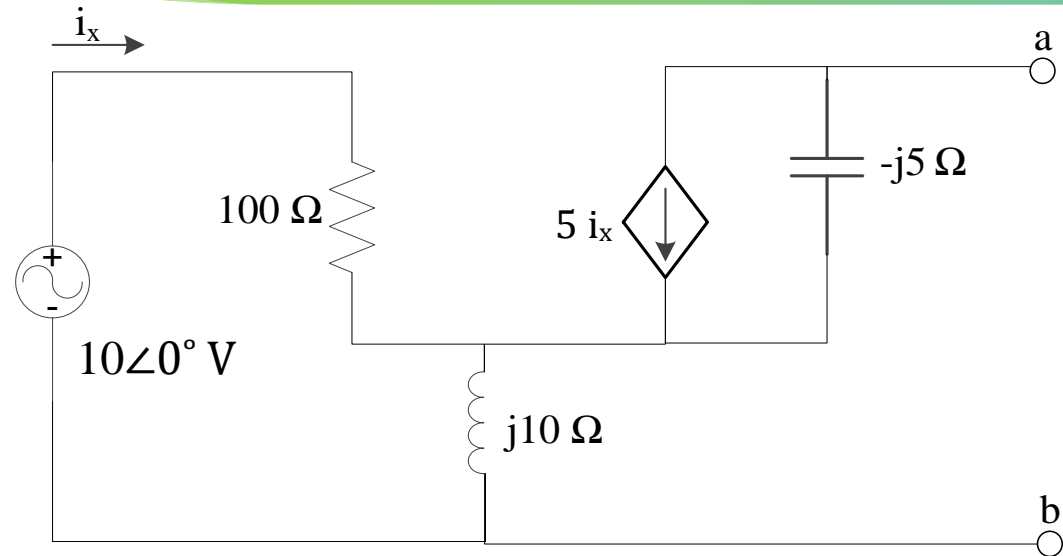
$$I_T = I_{SC}$$

$$R_T = \frac{V_T}{I_T}$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی



تحلیل حالت دائمی سینوسی

$$I_{OC} = 0$$

$$I_x = \frac{10}{100 + j10}$$

$$V_{ab} = j10I_x - (-j25I_x)$$

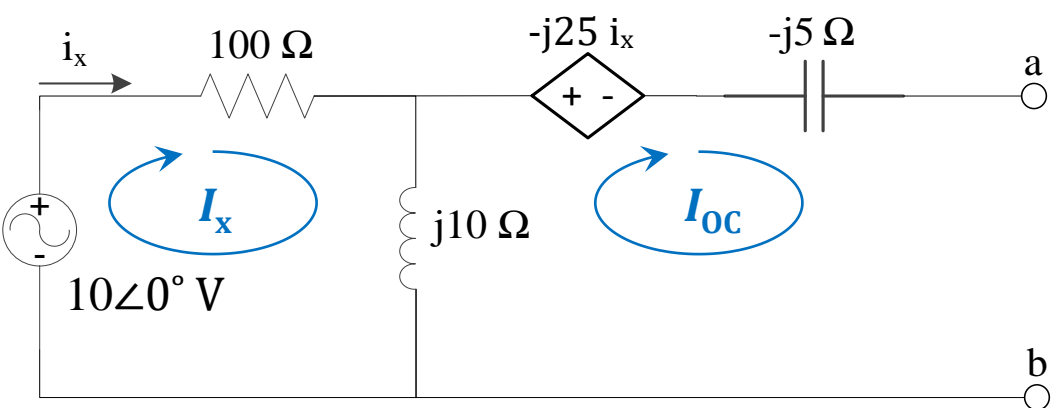
$$V_{ab} = j35I_x$$

$$V_{ab} = j35 \left( \frac{10}{100 + j10} \right)$$

$$V_{ab} = \frac{j35}{10 + j1}$$

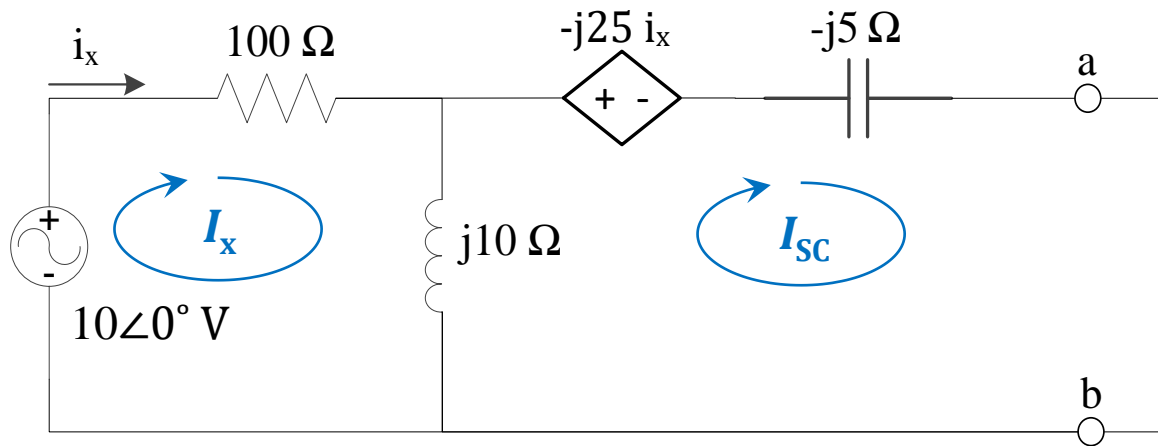
$$V_{OC} = 3.48 \angle 84.3^\circ \text{ V}$$

تبدیل به هم ارز منبع ولتاژ



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی



تحلیل حالت دائمی سینوسی

$$-10\angle 0 + 100I_x + j10(I_x - I_{SC}) = 0$$

$$j10(I_{SC} - I_x) + (-j25I_x) + I_{SC}(-j5) = 0$$

$$(100 + j10)I_x - j10I_{SC} = 10$$

$$(100 + j10)I_x - j70I_x = 10$$

$$-j35I_x + j5I_{SC} = 0$$

$$I_{SC} = 7I_x$$

$$I_x = \frac{10}{100 - j60} = \frac{1}{10 - j6}$$

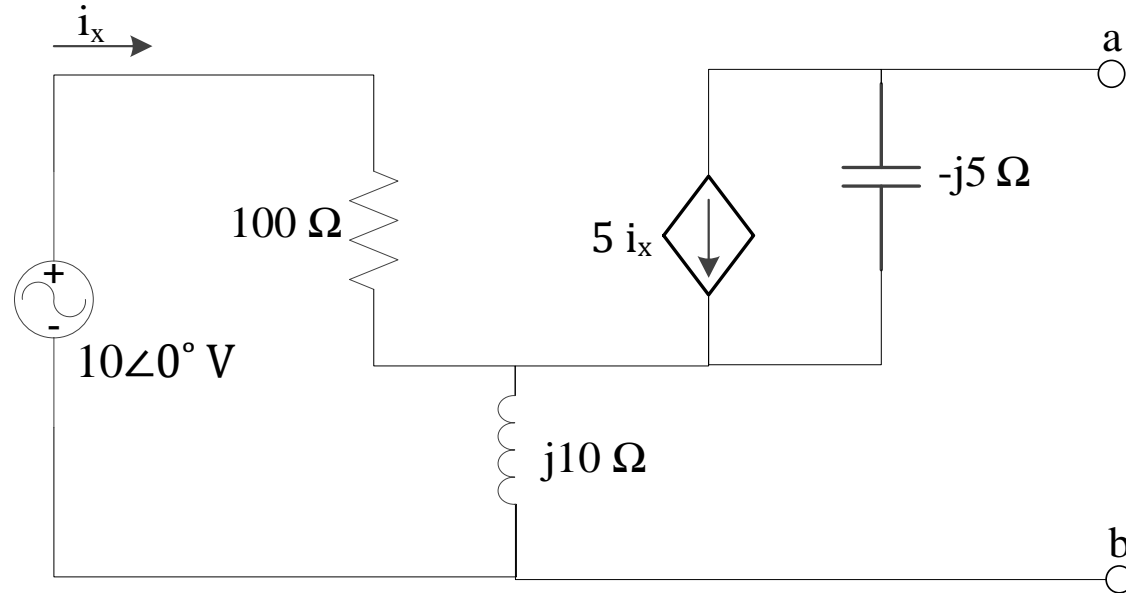
$$I_x = 0.0857\angle 31^\circ \text{ A}$$

$$I_{SC} = 0.6\angle 31^\circ \text{ A}$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی



تحلیل حالت دائمی سینوسی

$$V_{oc} = 3.48 \angle 84.3^\circ \text{ V}$$

$$I_{sc} = 0.6 \angle 31^\circ \text{ A}$$

$$V_T = 3.48 \angle 84.3^\circ \text{ V}$$

$$I_T = 0.6 \angle 31^\circ \text{ A}$$

$$Z_T = \frac{3.48 \angle 84.3^\circ}{0.6 \angle 31^\circ} = 5.8 \angle 53.3^\circ \Omega$$





# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

مقادیر موثر در حالت دائمی سینوسی

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$V_{eff} = V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt}$$

$$I_{eff} = I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt}$$

$$V_{eff} = V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

$$I_{eff} = I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

توان در حالت دائمی سینوسی

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$p(t) = v(t) \times i(t)$$

$$p(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta) \cos(\omega t + \phi)$$

$$p(t) = \frac{V_m I_m}{2} [\cos(\theta - \phi) + \cos(2\omega t + \theta + \phi)]$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

توان در حالت دائمی سینوسی

$$p(t) = \frac{V_m I_m}{2} [\cos(\theta - \phi) + \cos(2\omega t + \theta + \phi)]$$

$$P_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

$$P_{av} = \frac{V_m I_m}{2} [\cos(\theta - \phi)]$$

توان متوسط (توان حقیقی)

واحد وات (W)



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

توان در حالت دائمی سینوسی

$$P_{av} = \frac{V_m I_m}{2} [\cos(\theta - \phi)]$$

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \quad I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$P_{av} = V_{rms} I_{rms} [\cos(\theta - \phi)]$$

$$PF = [\cos(\theta - \phi)] = \frac{P_{av}}{V_{rms} I_{rms}}$$

ضریب توان



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

توان در حالت دائمی سینوسی

$$Q = V_{rms} I_{rms} [\sin(\theta - \phi)]$$

توان راکتیو (توان موهومی یا توان غیرمصرفی)

واحد وار (VAR)

**Volt Amper Reactive**



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

توان در حالت دائمی سینوسی

$$P = V_{rms} I_{rms} [\cos(\theta - \phi)]$$

$$Q = V_{rms} I_{rms} [\sin(\theta - \phi)]$$

$$S = P + jQ$$

توان مختلط

$$S = V_{rms} I_{rms} \angle(\theta - \phi)$$

$$S = V_{rms} \mathbf{I}_{rms}^*$$

$$\mathbf{V}_{rms} = V_{rms} \angle \theta$$

$$\mathbf{I}_{rms} = I_{rms} \angle \phi$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

توان در حالت دائمی سینوسی

$$S = P + jQ$$

توان مختلط

$$S = V_{rms} I_{rms} \angle (\theta - \phi)$$

$$S = |S| = V_{rms} I_{rms}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

توان ظاهری  
واحد ولت آمپر (VA)  
Volt Amper



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

$$P = V_{rms} I_{rms} [\cos(\theta - \phi)]$$

توان متوسط (توان حقیقی)  
واحد وات (W)

$$Q = V_{rms} I_{rms} [\sin(\theta - \phi)]$$

توان راکتیو (توان موهومی یا توان غیر مصرفی)  
واحد وار (VAR)

**Volt Amper Reactive**

توان در حالت دائمی سینوسی

$$S = P + jQ$$

توان مختلط

$$S = V_{rms} I_{rms} \angle(\theta - \phi)$$

$$S = |S| = V_{rms} I_{rms}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

توان ظاهری  
واحد ولت آمپر (VA)  
**Volt Amper**



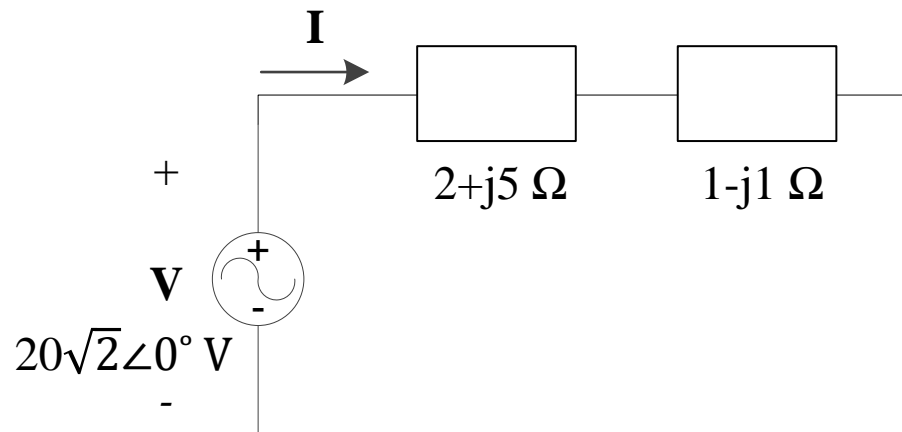


# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

توان در حالت دائمی سینوسی

در مدار زیر، توان حقیقی (متوسط)، توان راکتیو، توان ظاهری و ضریب توان را محاسبه نمایید.



$$I = \frac{V}{Z} = \frac{20\sqrt{2}\angle 0^\circ}{(2 + j5) + (1 - j1)}$$

$$I = 4\sqrt{2}\angle -53.13^\circ$$

$$V_{rms} = \frac{V}{\sqrt{2}} = 20\angle 0^\circ$$

$$I_{rms} = \frac{I}{\sqrt{2}} = 4\angle -53.13^\circ$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

توان در حالت دائمی سینوسی

$$V_{rms} = \frac{V}{\sqrt{2}} = 20 \angle 0^\circ$$

$$I_{rms} = \frac{I}{\sqrt{2}} = 4 \angle -53.13^\circ$$

$$P = V_{rms} I_{rms} [\cos(\theta - \phi)]$$

$$P = 20 \times 4 [\cos(53.13)] = 48 \text{ W}$$

$$Q = V_{rms} I_{rms} [\sin(\theta - \phi)]$$

$$Q = 20 \times 4 [\sin(53.13)] = 64 \text{ VAR}$$

$$S = V_{rms} I_{rms}$$

$$S = 20 \times 4 = 80 \text{ VA}$$

$$PF = [\cos(\theta - \phi)] = \frac{P_{av}}{V_{rms} I_{rms}}$$

$$PF = \frac{48}{80} = 0.6$$

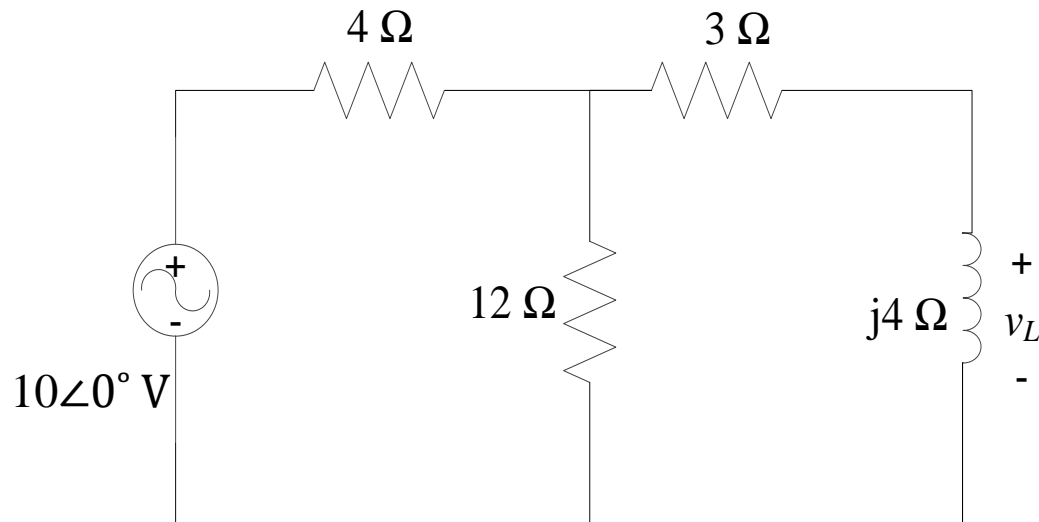


# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

توان در حالت دائمی سینوسی

در مدار زیر، توان حقیقی (متوسط)، تولید شده توسط منبع را بیابید



$$Z_{Eq} = \frac{(3 + j4) \times 12}{(3 + j4) + 12} + 4 \quad Z_{Eq} = 7.74\angle 18.82$$

$$I = \frac{V}{Z_{Eq}} = \frac{10\angle 0^\circ}{7.74\angle 18.82} \quad I = 1.29\angle -18.82$$

$$P_{av} = \frac{V_m I_m}{2} [\cos(\theta - \phi)]$$

$$P_{av} = \frac{10 \times 1.29}{2} [\cos(0 + 18.82)] \quad P_{av} = 6.1\text{ W}$$

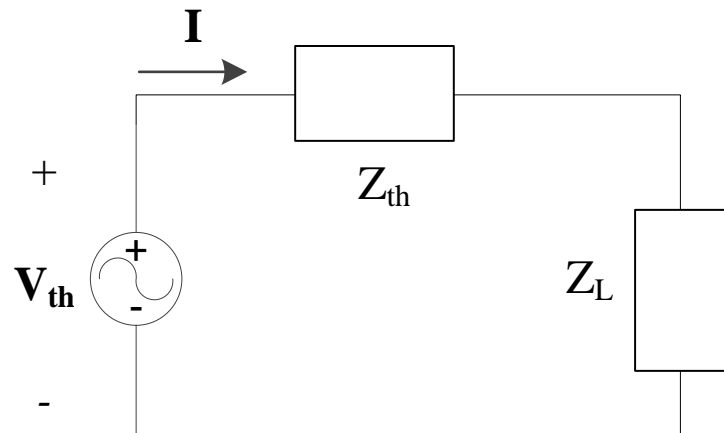


# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی

قضیه انتقال توان ماکزیمم

$Z_L$  چقدر باشد تا حداکثر توان به آن منتقل شود؟



$$Z_L = Z_{th}^*$$

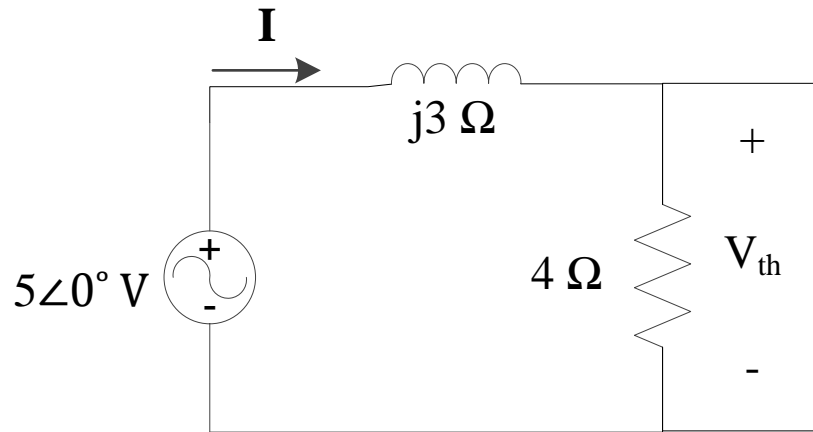
$$Z_L = R_L + jX_L$$

$$P_L = \frac{|V_{th}|^2}{8R_L}$$



# Sinusoidal Steady state

حالت ماندگار سینوسی



قضیه انتقال توان ماکزیمم

$Z_L$  چقدر باشد تا حداکثر توان به آن منتقل شود؟  
ماکزیمم توان را حساب کنید

$$V_{th} = \frac{5\angle 0}{4 + j3} \times 4 = 4\angle -36.86^\circ V$$

$$Z_{th} = \frac{j3 \times 4}{4 + j3} = 1.44 + j1.9 \Omega$$

$$Z_L = Z_{th}^* = 1.44 - j1.9 \Omega$$

$$P_L = \frac{|V_{th}|^2}{8R_L} = \frac{16}{8 \times 1.44}$$

$$P_L = 1.38 W$$

