

تمرین آمار و احتمالات مهندسی، سری اول، پارامترهای مرکزی و پراکندگی، نیمسال اول ۹۹-۹۸

۱- داده‌های مرتب شده برای مقادیر مقاومت فشاری چوب بر حسب نیوتن بر میلیمترمربع، مطابق جدول زیر است که شامل ۱۶۵ مشاهده با دامنه تغییرات بزرگ است. داده‌ها را در تعداد بازه‌هایی مناسب طبقه بندی نموده و بر اساس آن، هیستوگرام داده‌های مقاومت چوب را رسم نمایید. میانگین حسابی، میانه، مد و انحراف معیار داده‌ها را محاسبه نمایید.

0.00	28.00	31.60	34.44	36.84	39.21	41.75	44.30	47.25	53.99
17.98	28.13	32.02	34.49	36.85	39.33	41.78	44.36	47.42	54.04
22.67	28.46	32.03	34.56	36.88	39.34	41.85	44.36	47.61	54.71
22.74	28.69	32.40	34.63	36.92	39.60	42.31	44.51	47.74	55.23
22.75	28.71	32.48	35.03	37.51	39.62	42.47	44.54	47.83	56.60
23.14	28.76	32.68	35.17	37.65	39.77	43.07	44.59	48.37	56.80
23.16	28.83	32.76	35.30	37.69	39.93	43.12	44.78	48.39	57.99
23.19	28.97	33.06	35.43	37.78	39.97	43.26	44.78	48.78	58.34
24.09	28.98	33.14	35.58	38.00	40.20	43.33	45.19	49.57	65.35
24.25	29.11	33.18	35.67	38.05	40.27	43.33	45.54	49.59	65.61
24.84	29.90	33.19	35.88	38.16	40.39	43.41	45.92	49.65	69.07
25.39	29.93	33.47	35.89	38.64	40.53	43.48	45.97	50.91	70.22
25.98	30.02	33.61	36.00	38.71	40.71	43.48	46.01	50.98	
26.63	30.05	33.71	36.38	38.81	40.85	43.64	46.33	51.39	
27.31	30.33	33.92	36.47	<u>39.05</u>	40.85	43.99	46.50	51.90	
27.90	30.53	34.12	36.53	39.15	41.64	44.00	46.86	53.00	
27.93	31.33	34.40	36.81	39.20	41.72	44.07	46.99	53.63	

- ۲- اگر بارش سالیانه یک حوزه آبریز برای ۵ سال، ۵۰، ۵۶، ۴۲، ۵۳ و ۴۹ سانتی‌متر باشد، میانگین و انحراف معیار را محاسبه نمایید.
- ۳- تعداد کارکنان اداره آب منطقه‌ای طی چهار سال متوالی ۱۹۰، ۱۸۰، ۱۶۰ و ۱۵۰ بوده‌است. متوسط رشد سالانه تعداد کارکنان چند درصد است؟
- ۴- با تغییر مدیریت در یک کارگاه بتن‌سازی، فروش در سال اول دو برابر سال قبل، در سال دوم سه برابر سال اول و در سال سوم چهار برابر سال دوم شده‌است. بطور متوسط، فروش از آغاز مدیریت چند برابر شده‌است؟
- ۵- سه ماشین به تولید یک نوع پمپ مشغولند. اولی یک پمپ را در ۲، دومی در ۳ و سومی در ۶ دقیقه تولید می‌کنند. اگر این سه ماشین باهم کار کنند، بطور متوسط یک پمپ در چند دقیقه تولید می‌شود؟
- ۶- میانگین داده‌های زیر چقدر است؟

داده (x_i)	3	1	2
فراوانی مطلق (f_i)	2	4	5

۷- جدول توزیع فراوانی زیر را در نظر بگیرید. اگر میانگین ۲ و تعداد کل داده‌ها ۲۸ باشد، مقادیر a و b را محاسبه کنید.

داده (x_i)	0	1	2	3	4
فراوانی مطلق (f_i)	3	a	10	b	3

- ۸- میانگین و واریانس ۲ داده به ترتیب ۱۵ و ۵ می‌باشد. اگر به جای عدد ۲۸، اشتباهاً عدد ۱۵ را در محاسبات اعمال کرده باشیم، میانگین و واریانس جدید را بدست آورید.
- ۹- در صورتیکه نمرات یک دانشجو در یک ترم به فرم زیر است. مطلوبست محاسبه معدل او در این ترم.

	آمار	ریاضی	فیزیک
واحد	3	2	3
نمره	10	15	10

۱۰- میانه داده‌های زیر را محاسبه کنید.

C-L	10-20	20-30	30-40	40-50
f_i	10	20	30	40
F_i	10	30	60	100

۱۱- در جدول توزیع فراوانی زیر، مقدار مد و میانه چقدر است؟

داده	-1	0	1	2	3
فراوانی	10	30	10	25	25

۱۲- در صورتیکه انحراف معیار ۱۲ عدد مساوی ۲،۴ باشد و به هریک از این اعداد، عدد ۴ اضافه شود، انحراف معیار جدید چقدر خواهد بود؟

۱۳- اگر واریانس X برابر ۴ باشد، مقدار $\text{Var}(ax+2b)$ چقدر است؟

۱۴- میانگین بارندگی در منطقه‌ای، ۱۲۰ میلیمتر با واریانس ۱۰۰ است. اگر هر منطقه ۱۴٪ افزایش بارندگی در سال آینده را داشته باشد، میانگین و واریانس میزان بارش آنها در سال آینده چقدر خواهد بود؟

۱۵- احتمال اینکه شخصی، قطعه زمینی را با سود ۳۰۰۰۰ تومان بفروشد، $\frac{3}{20}$ و احتمال اینکه آنرا با سودی برابر ۱۵۰۰۰ تومان بفروشد $\frac{7}{20}$ و احتمال اینکه ۱۵۰۰۰ تومان ضرر کند $\frac{3}{20}$ است. سود مورد انتظار این مالک چقدر است؟

۱۶- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی زیر باشد. مقدار $E(2X+5)$ چقدر است؟

X	-1	0	1	2	3
$f(X)$	0.3	0.2	0.3	0.1	0.1

۱۷- فرض کنید نمره‌های جدول زیر، نتیجه امتحان ده نفر در دو آزمایش X و Y را نشان می‌دهند. مطلوبست بررسی وضع همبستگی بین دو متغیر X و Y .

افراد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
X آزمایش	۲	۴	۵	۷	۷	۸	۱	۹	۱۲	۱۴
Y آزمایش	۱	۱۳	۱۰	۸	۱۲	۵	۲	۱۰	۴	۲

۱۸- با توجه به جدول زیر بررسی کنید که آیا بین تعداد سیگار و ساعات خواب افراد سیگاری رابطه وجود دارد؟ (X تعداد سیگار و Y ساعت خواب است). با توجه به نتیجه حاصله، در صورتیکه فرد روزی ۷ سیگار استعمال کند، چه مدت خواب برای او پیش‌بینی می‌کنید؟

X	۱	۲	۳	۴	۵
Y	۸	۶	۷	۶	۴

۱۹- در یک بررسی، میزان ارتفاع آب زیرزمینی در منطقه‌ای و ارتفاع رواناب سالانه آن منطقه، مطابق جدول زیر است. مطلوب‌ست برازش خطی داده‌ها.

ارتفاع اب	165	160	170	163	173	157	178	168	173	170	175	180
(X) زیرزمینی												
(y) ارتفاع رواناب	173	168	173	165	175	168	173	165	180	170	173	178

۲۰- مقدار کلراید و فسفات آب یک ایستگاه مشخص در یک رودخانه در کشور انگلستان طی 30 روز متوالی اندازه‌گیری شده و بر حسب میلی‌گرم در لیتر به صورت زیر ارائه شده است. برای این دو متغیر ضریب همبستگی را محاسبه نمایید. آیا همبستگی مستقیمی بین این دو متغیر وجود دارد؟

Chloride: 64.0, 66.0, 64.0, 62.0, 65.0, 64.0, 64.0, 65.0, 65.0, 67.0, 67.0, 74.0, 69.0, 68.0, 68.0, 69.0, 63.0, 68.0, 66.0, 66.0, 65.0, 64.0, 63.0, 66.0, 55.0, 69.0, 65.0, 61.0, 62.0, 62.0
 Phosphate: 1.31, 1.39, 1.59, 1.68, 1.89, 1.98, 1.97, 1.99, 1.98, 2.15, 2.12, 1.90, 1.92, 2.00, 1.90, 1.74, 1.81, 1.86, 1.86, 1.65, 1.58, 1.74, 1.89, 1.94, 2.07, 1.58, 1.93, 1.72, 1.73, 1.82

تمرین آمار و احتمالات مهندسی، سری دوم، آنالیز ترکیبی و احتمال

- ۱- به چند طریق می‌توان ۹ نفر کارمند را در یک اتاق ۴ نفره، یک اتاق ۳ نفره و یک اتاق ۲ نفره چیدمان کرد؟
- ۲- به چند طریق می‌توان ۹ دستگاه تست مقاومت فشاری بتن را بین ۴ آزمایشگاه بتن تقسیم کرد به شرط آنکه به بزرگترین آزمایشگاه ۳ دستگاه و به هر کدام از آزمایشگاههای دیگر دو دستگاه برسد؟
- ۳- مطلوبست تعداد کلمات یازده حرفی متفاوتی که می‌توان با حروف کلمه statistical ساخت؟
- ۴- از بین ۱۵ شرکت کننده در مناقصه‌ای، به چند طریق سه شرکت رتبه‌های اول، دوم و سوم را بدست می‌آورند؟
- ۵- به چند طریق می‌توان ۳ دانشجو را از میان ۱۰ دانشجو انتخاب کرد، به نحویکه:

الف- به عنوان شاگرد ممتاز

ب- بعنوان شاگرد اول، دوم و سوم

۶- احتمالات زیر را در پرتاب دو تاس محاسبه کنید:

الف- احتمال ظاهر شدن مجموع ۵

ب- احتمال ظاهر شدن مجموع ۶ و تاس اول کمتر از ۳

ج- احتمال مجموع کمتر از ۵

- ۷- قطعه ای متشکل از دو میله ۱ و ۲ تحت اثر بار کششی 1000lbs قرار دارد. اگر تحت اثر نیروی مذکور تنش بوجود آمده در هر میله، از تنش مجاز آن میله بیشتر شود، میله گسیخته میشود. فرض کنید احتمال گسیختگی هر میله تحت این بارگذاری برابر ۰,۰۵ است. احتمال خرابی قطعه را تحت دو حالت زیر حساب کنید:



الف) جنس دو میله کاملاً یکسان باشد. ب) جنس دو میله کاملاً متفاوت باشد.

- ۸- اگر $P(A)=0.3$ و $P(B)=0.2$ باشد و A و B مستقل باشند، مطلوبست $P(A' \cap B')$
- ۹- احتمال اینکه نحوه بهره‌برداری از یک دستگاه جدید تست کشش، به خیلی مشکل، مشکل، متوسط و آسان درجه بندی شود، به ترتیب ۰,۱۲، ۰,۱۷، ۰,۳۴، ۰,۲۹ و ۰,۰۸ است. پیدا کنید احتمال اینکه نحوه بهره‌برداری ماشین به یکی از صورتهای زیر درجه بندی شود:

الف) مشکل یا خیلی مشکل ب) نه خیلی مشکل و نه خیلی آسان

ج) متوسط یا بدتر د) متوسط یا بهتر

- ۱۰- احتمال آنکه در بیست سال آینده زن و شوهری زنده بمانند به ترتیب ۰,۷ و ۰,۴ است. مطلوبست محاسبه احتمال در حالتهای زیر:

الف- هر دو زنده بمانند.

ج- فقط یکی زنده بماند.

ب- هیچکدام زنده نمانند.

د- فقط زن زنده بماند.

۱۱- اگر $P(A|B)=0.1$, $P(B)=0.6$, $P(A)=0.4$ باشد، $P(A|B)$ چقدر است؟

۱۲- اگر برای دو پیشامد A و B داشته باشیم: $P(A|B)=1/3$, $P(A)=1/2$, $P(B|A')=1/4$ باشد، مقدار $P(B)$ چقدر است؟

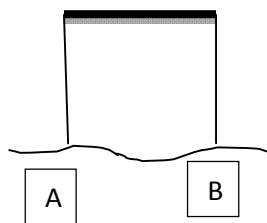
۱۳- احتمال آمدن برف در امروز 0.2 و فردا 0.22 است. احتمال برف آمدن فردا به شرطی که امروز برف بیاید 0.7 است.

احتمال برف نیامدن فردا به شرط آنکه امروز برف نیاید چقدر است؟

۱۴- در قاب نشان داده شده در شکل، هر یک از تکیه گاهها یا به اندازه 5cm نشست کرده و یا هیچ نشستی نمی کنند. فرض کنید احتمال نشست هر تکیه گاه به اندازه 5cm برابر 0.1 و احتمال نشست یکی به شرط اینکه بدانیم دیگری نشست کرده، 0.8 باشد.

الف) مطلوبست احتمال نشست سازه

ب) احتمال همسطح نبودن دو تکیه گاه قاب



۱۵- یک استاد دانشگاه در کارهای تحقیقاتیش، دو دستیار دارد. احتمال اینکه دستیار مسن تر در روز معینی غیبت کند 0.08 و احتمال اینکه دستیار جوانتر در روز معینی غیبت کند 0.05 و احتمال غیبت هر دو 0.02 است. پیدا کنید احتمال اینکه:

الف) یکی یا هر دو در روز معینی غایب باشند.

ب) حداقل یکی از دو دستیار در روز معینی غایب باشند.

ج) فقط یکی از دو دستیار در روز معینی غایب باشند.

تمرین آمار و احتمالات مهندسی، سری سوم، تابع توزیع متغیر تصادفی

۱- تعداد سیل‌های مشاهده شده در هر سال در یک ایستگاه دبی‌سنجی در رودخانه‌ای، مطابق جدول زیر است. تابع چگالی احتمال و تابع توزیع تجمعی وقوع سیل در این رودخانه را محاسبه نمایید.

Number of floods in a year	Number of occurrences
0	0
1	2
2	6
3	7
4	9
5	4
6	1
7	4
8	1
9	0
Total	34

۲- شرکت بیمه این اطلاعات را که مربوط به تعداد تصادفات ۵۰ روز یکی از مناطق شهری است، جمع‌آوری کرده است. تابع احتمال را تعیین کنید؟ تابع توزیع تجمعی را تعیین کنید. احتمال اینکه در یک روز کمتر از ۳ تصادف رخ داده باشد، چقدر است؟

تعداد روزها	۱۰	۲۰	۸	۷	۵
تعداد تصادفات	۰	۱	۲	۳	۴

۳- تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X بصورت زیر است.

- الف) مقدار k را محاسبه کنید.
- تابع توزیع متغیر تصادفی X را بدست آورید.
- احتمال $P(0.5 \leq X \leq 1.5)$ را یکبار با استفاده از چگالی احتمال $f(x)$ و یکبار با استفاده از تابع توزیع $F(x)$ در نقطه x محاسبه کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x < 1 \\ k - x & 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{other} \end{cases}$$

۴- کمیت تصادفی X در جامعه‌ای بر طبق قانون نمایی توزیع شده است. احتمال اینکه کمیت تصادفی X مقداری مساوی با ۱۲۵ اختیار کند، چقدر است؟

$$f(x) = \frac{1}{20} e^{-\frac{x}{20}}, \quad 0 < x < \infty$$

۵- اگر تابع توزیع احتمال تجمعی متغیر تصادفی X بصورت زیر باشد، مقدار k چقدر است؟

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{1}{k}(x-1)^2 & 1 \leq x < 3 \\ 1 & x \geq 3 \end{cases}$$

۶- اگر تابع توزیع کمیت تصادفی X بصورت زیر باشد، احتمال $P(2 < X < 8)$ چقدر است؟

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{x}{10} & 0 < x \leq 10 \\ 1 & x > 10 \end{cases}$$

۷- اگر X دارای تابع توزیع زیر باشد، مطلوبست موارد زیر: الف) $P(2 < X \leq 6)$ ب) $P(X=4)$ ج) توزیع احتمال

$$F(X) = \begin{cases} 0 \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{5}{6} \\ 1 \end{cases}$$

۸- اگر تابع توزیع یک کمیت تصادفی ناپیوسته X بصورت زیر باشد، تابع احتمال در $x=1$ و $x=4$ چقدر است؟

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ \frac{2}{10} & 1 < x \leq 4 \\ 1 & x > 4 \end{cases}$$

۹- اگر تابع چگالی احتمال در سوال مقاومت چوب (تمرین شماره یک سری اول) بصورت زیر نوشته شده باشد، بیابید

که متغیر X با چه احتمالی بین ۳۰ تا ۶۰ نیوتن بر میلی‌متر مربع مقاومت دارد؟

$$f_X(x) = \frac{x}{1400} \quad 0 \leq x \leq 40$$

$$f_X(x) = \frac{70-x}{1050} \quad 40 < x \leq 70$$

$$f_X(x) = 0 \quad x < 0, x > 70$$

۱۰- نما در تابع توزیع زیر چقدر است؟

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{2}x^2(3-x) & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

۱۱- اگر کوواریانس دو متغیر برابر $\text{COV}(X, Y) = \sigma_{XY} = -27$ باشد و واریانس هریک به ترتیب مقادیر زیر باشد، ضریب

همبستگی این دو متغیر را حساب کنید.

$$\sigma_y^2 = 25, \sigma_x^2 = 36$$

۱۲- فرض کنید احتمال وقوع سیل بر روی جاده‌ای ۰٫۱ باشد، احتمال اینکه جاده در طول ۵ سال حداقل یکبار سیلابی

شود چقدر است؟

۱۳- اگر تا انهدام کامل یک هدف به سوی آن شلیک شود و فرض کنیم که احتمال اصابت هر راکت به هدف ۰,۳ است، برای انهدام کامل هدف اصابت دو راکت لازم است. احتمال اینکه با شلیک پنجمین راکت، هدف کاملا نابود شود، چقدر است؟

۱۴- ۱۰٪ تولیدات کارخانه‌ای معیوبند. احتمال اینکه سومین کالای کنترل شده، اولین کالای معیوب باشد، چقدر است؟
 ۱۵- در یک نوار خاص بطور متوسط یک عیب در هر ۲۲۰ متر وجود دارد. احتمال اینکه دو عیب در یک بسته ۸۸۰ متری وجود داشته باشد، چقدر است؟

۱۶- یک جوشکار ساختمانی بطور متوسط در هر ۲ طبقه‌ای که جوشکاری می‌کند، ۵ اشتباه اجرایی انجام می‌دهد. مطلوبست:

- الف) احتمال اینکه در یک طبقه اصلا اشتباه نداشته باشد.
- ب) احتمال اینکه حداقل سه اشتباه در دو طبقه داشته باشد؟

۱۷- میانگین متغیر تصادفی X با تابع چگالی احتمال زیر چقدر است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3} & -1 \leq x \leq 0.5 \\ 0 & \text{other} \end{cases}$$

۱۸- تابع احتمال تجمعی شدت زلزله X توسط تابع نمایی و بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad \text{for } x \geq 0$$

الف) f(x) را بدست آورید. ب)، احتمال وقوع زلزله‌ای با حداقل شدت ۵ و پارامتر $\lambda = 0.2$ چقدر است؟ ج) میانگین و واریانس شدت زلزله را حساب کنید.

۱۹- در یک کارخانه، ماشینهای تولیدی هر یک ماه نیازمند سرویس تعمیرات می‌باشند. اگر یک ماشین تولیدی ۶ ماه بدون تعمیرات کار کرده باشد، احتمال اینکه در طول ماه بعد نیازمند تعمیرات باشد چقدر است؟
 ۲۰- توزیع احتمال توام مقابل را در نظر بگیرید. این موارد را حساب کنید:

الف) $P(X=2)$ ب) $P(X>Y)$ پ) $P(Y \geq 3, X=4)$

X \ Y	1	3	5
2	0.1	0.2	0.1
4	0.15	0.3	0.15

۲۱- متوسط سالانه ۴ توفان در شهری در طول ۲۰ سال گذشته گزارش شده است. با فرض اینکه رخ دادن توفان، یک فرایند پواسون باشد، احتمال اینکه در سال آینده هیچ توفانی نداشته باشیم چقدر است؟ احتمال وقوع دقیقا ۴ توفان چقدر است؟ احتمال وقوع حداقل ۲ توفان در سال آینده چقدر است؟

موفق باشید