

# ادامه فصل ٦ گاز فرمی الکترون آزاد

از کتاب علی عمر

## عناوین

- گاز فرمی الکترون آزاد
- ترازهای انرژی
- اثر دما روی توزیع فرمی - دیراک
- رسانندگی الکتریکی در فلزات
- ظرفیت گرمایی گاز الکترون آزاد
- سطح فرمی
- رسانندگی گرمایی فلزات
- اثر اعمال میدان مغناطیسی بر فلز
- گسیل گرمایونی
- شکست مدل الکترون آزاد

## ظرفیت گرمایی الکترونهاى رسانش (از کتاب على عمر)

در مدل الکترون آزاد، الکترون های رسانش به عنوان ذراتی که از قوانین کلاسیک الکترومغناطیس و مکانیک آماری پیروی می کنند در نظر گرفته می شوند. مشکلات بررسی برخوردها در این مدل را یاد آوری کردیم و اشاره کردیم که چگونه باید به مفاهیم کوانتومی مراجعه کرد تا بتوان از این مدل استفاده نمود. مشکل دیگر در ارتباط با ظرفیت گرمایی الکترون های آزاد بروز می کند.

حال ظرفیت گرمایی بر مول را برای الکترون های آزاد بر مبنای مدل درود - لورنتس<sup>۲</sup> محاسبه می کنیم. از تئوری جنبشی گازها می دانیم که یک ذره ی آزاد در تعادل دمایی T یک انرژی متوسط  $\frac{3}{2}kT$  دارد. بنابراین میانگین انرژی بر مول برابر است با:

$$\langle \bar{E} \rangle = N_A \left( \frac{3}{2} kT \right) = \frac{3}{2} RT \quad (4-25)$$

که  $N_A$  عدد آووگادرو و  $R = N_A K$  می باشد ظرفیت گرمایی الکترون برابر است با :

$$C_e = \partial[\bar{E}] / \partial T$$

بنابراین:

$$C_e = \frac{3}{2} R \cong 3 \text{ cal / mole } ^\circ K \quad (4-26)$$

بدین ترتیب ظرفیت گرمایی کل فلزات از جمله فونون ها باید برابر باشد با :

$$C = C_{ph} + C_e \quad (4-27)$$

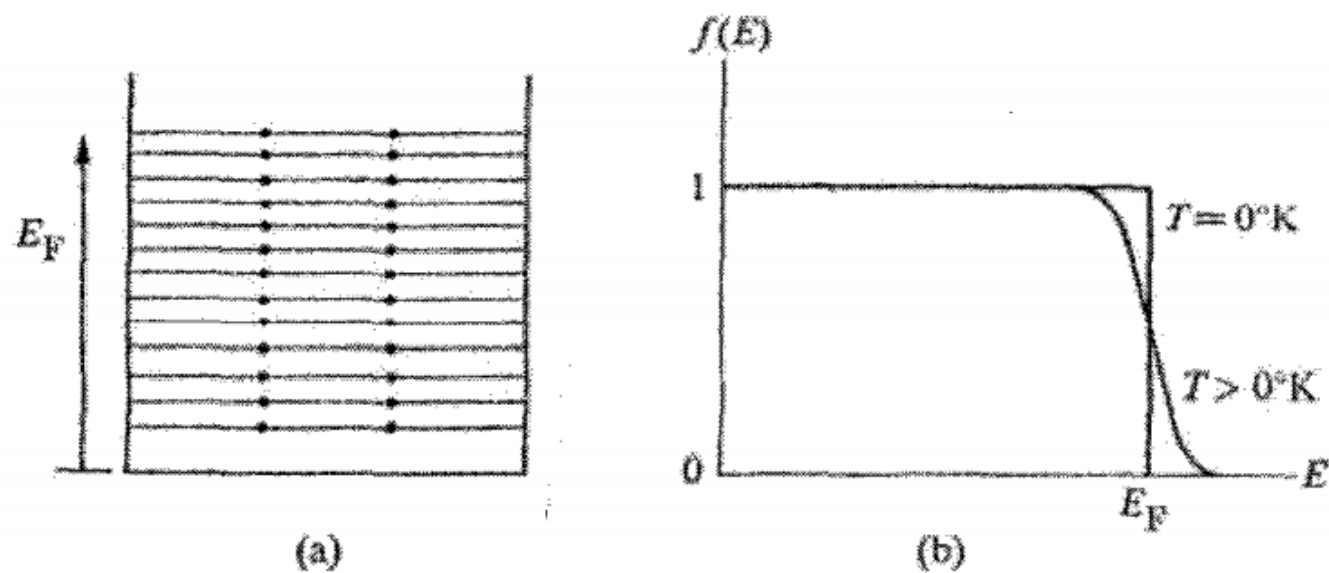
که در دماهای بالا مقدار زیر را دارد؛

$$C = 3R + \frac{3}{2} R = \frac{9}{2} R \cong 9 \text{ cal / mole } ^\circ K \quad (4-28)$$

آزمایشات روی ظرفیت گرمائی نشان می دهد که در فلزات نیز مانند نارساها، گرمای ویژه در دماهای بالا خیلی نزدیک به  $3R$  است. اندازه گیری های دقیق که سهم الکترون ها در گرمای ویژه ی کل را جدا کرده اند، نشان می دهند که  $C_e$  با یک ضریب در حدود  $10^{-2}$  کم تر از مقدار کلاسیکی  $\frac{3}{2}R$  است. برای توضیح این ناسازگاری باید مجدداً به مفاهیم کوانتومی برگردیم.

بر طبق مکانیک کوانتومی انرژی الکترون در یک فلز کوانتیده است. شکل (۶-۴ الف) ترازهای انرژی کوانتومی را نشان می دهد. الکترون های فلز این ترازها را اشغال می کنند و برای این کار از یک اصل خیلی مهم کوانتومی یعنی اصل طرد پائولی پیروی می کنند. بر طبق این اصل هر تراز انرژی حداکثر می تواند توسط دو الکترون یکی با اسپین بالا و دیگری با اسپین پائین اشغال شود.

بنابراین در پر کردن ترازهای انرژی، اولین دو الکترون پائین ترین تراز را اشغال می کنند، دو الکترون دیگر تراز بعدی و به همین ترتیب تا همچون شکل (۴-۶ الف) تمام الکترون ها جای گزیده گردند. انرژی بالاترین تراز اشغال شده انرژی تراز فرمی یا به بیان ساده تراز فرمی نامیده می شود. تراز فرمی را در بخش ۴-۷ مطالعه خواهیم کرد. مقدار نوعی انرژی فرمی در فلزات در حدود  $5\text{ eV}$  است.



شکل ۴-۶ (الف) اشغال ترازهای انرژی بر طبق اصل طرد پائولی (ب) تابع توزیع  $f(E)$  بر حسب  $E$  در

$$T > 0^\circ\text{K}, T = 0^\circ\text{K}$$

وضعیتی که توصیف شد در دمای  $T = 0^\circ \text{K}$  در فلزات به دست می آید. حتی در پائین ترین دمای ممکن به دلیل اصل طرد پائولی سیستم الکترونی مقدار قابل ملاحظه ای انرژی دارد. اگر به خاطر این اصل نبود، تمام الکترون ها در پائین ترین تراز انرژی قرار می گرفتند و انرژی کل سیستم قابل اغماض بود. این مطلب معادل این عبارت در فیزیک کلاسیک است که اگر  $T \rightarrow 0^\circ \text{K}$  تمام حرکت ها متوقف می گردند و انرژی صفر می شود. واضح است که این بیان برای الکترون های رسانش کاربردی ندارد.

توزیع الکترون ها در ترازها معمولاً با تابع توزیع  $f(E)$  توصیف می شود که به صورت احتمال این که تراز انرژی  $E$  توسط یک الکترون اشغال گردد تعریف می شود. اگر تراز کاملاً خالی باشد  $f(E) = 0$  است و اگر کاملاً پر باشد  $f(E) = 1$  می باشد. به طور کلی  $f(E)$  مقدار بین صفر و یک دارد.

از بحث گذشته نتیجه می شود که تابع توزیع برای الکترون ها در  $T = 0^\circ K$  به شکل زیر است:

$$f(E) = \begin{cases} 1 & E < E_F \\ 0 & E > E_F \end{cases} \quad (4-29)$$

یعنی تمام ترازهای پائین تر از  $E_F$  کاملاً خالی هستند. این تابع در شکل (۴-۶ ب) که گسستگی در انرژی فرمی را نشان می دهد، رسم شده است. تاکنون بررسی مان را به دمای صفر مطلق محدود کرده ایم.



## دلیل پایین بودن ظرفیت گرمایی الکترون ها

اگر سیستم حرارت بیند  $T > 0^\circ K$ ، انرژی حرارتی الکترون ها را تحریک می کند. ولی این انرژی شبیه آنچه در فیزیک کلاسیک وجود دارد به طور مساوی بین الکترون ها تقسیم نمی شود. الکترون هایی که کاملاً پائین تر از تراز فرمی قرار دارند نمی توانند انرژی جذب نمایند. زیرا اگر این الکترون ها انرژی جذب نمایند، به تراز بالاتری می روند که اشغال است و اصل طرد نقض می گردد. در این جا یادآوری می نمائیم که انرژی ای که یک الکترون ممکن است به صورت انرژی حرارتی جذب کند از مرتبه ی  $kT$  ( در دمای اتاق مساوی با  $0.025 eV$  ) است که از  $E_F$  که در حدود  $5 eV$  است خیلی کوچک تر می باشد. بنابراین تنها الکترون های نزدیک سطح فرمی می توانند تحریک شوند. زیرا ترازهای بالای  $E_F$  خالی است. و بنابراین وقتی این الکترون ها به تراز بالاتری انتقال می یابند اصل طرد نقض نمی گردد. پس تنها این الکترون ها که کسر کوچکی از تعداد کل الکترون ها هستند قادرند که به طور حرارتی تحریک شوند. و این پائین بودن گرمای ویژه ی الکترونی (یا ظرفیت گرمایی) را توضیح می دهد.

## سطح فرمی

الکترون ها در فلزات به طور پیوسته و کاتوره ای در حرکت اند. از آن جا که این الکترون ها به عنوان ذرات آزاد در نظر گرفته می شوند، انرژی آن ها کاملاً جنبشی:

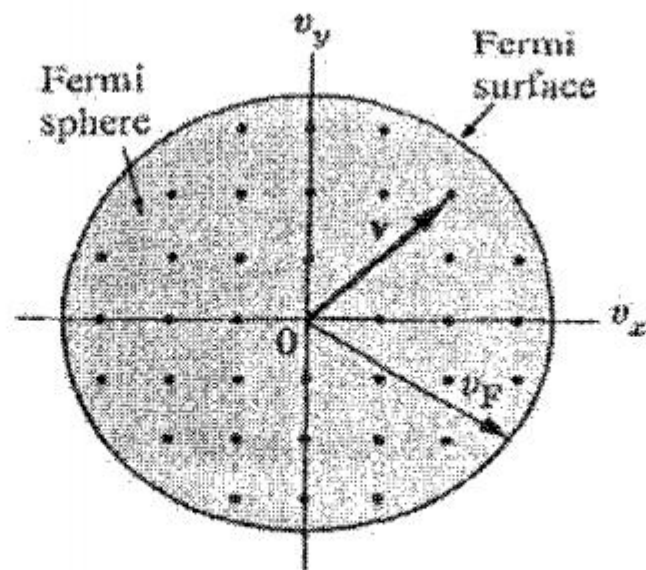
$$E = \frac{1}{2} m * v^2$$

که  $v$  سرعت ذره است. حال مفهوم فضای سرعت را معرفی می کنیم که محورهای آن  $U_x, U_y$  و  $U_z$  می باشد. هر نقطه در این فضا نمایان گر یک تک سرعت است که هم بزرگی و هم جهت آن را مشخص می کند.

الکترون های رسانش را در این فضای سرعت در نظر می گیریم. این الکترون ها سرعت های گوناگونی دارند و از آن جا که این سرعت ها کاتوره ای هستند، همان گونه که در شکل ۷-۴

نشان داده شده است نقاطی که مبین سرعت ها هستند به طور یکنواخت فضا را پر می کنند. ولی کره ای وجود دارد که تمام نقاط خارج از آن خالی است. شعاع این کره، سرعت فرمی  $v_F$  نامیده می شود. که با رابطه ی زیر به انرژی فرمی ارتباط دارد:

$$E_F = \frac{1}{2} m^* v_F^2 \quad (4-33)$$



شکل ۴-۷ سطح فرمی و کره فرمی.

دلیل این که تمام نقاط خارج این کره خالی هستند این است که این نقاط متناظر با انرژی های بزرگ تر از  $E_F$  هستند در  $T = 0^\circ K$  این انرژی ها اشغال نشده اند (بخش ۶-۴) تمام نقاط داخل کره کاملاً پر هستند. این کره به نام کره فرمی موسوم است و سطح آن سطح فرمی نامیده می شود.

سطح فرمی FS که در بسیاری از پدیده های حالت جامد مانند خواص ترابری مهم است، به طور قابل ملاحظه ای متأثر از دما نیست. وقتی دما افزایش یابد تنها مقدار نسبتاً اندکی از الکترون ها از نقاط داخل به خارج سطح فرمی تحریک می شوند و همان طور که دیده ایم این ها اثر بسیار کمی دارند. بنابراین FS هویت دائمی مستقل دارد و باید به عنوان مشخصه ی واقعی فیزیک فلز در نظر گرفته شود.

سرعت  $U_F$  خیلی بزرگ است. اگر مقدار  $E_F = 5\text{eV}$  را در رابطه ی (۴-۳۳) جای گزین و  $U_F$  را محاسبه نمائیم در می یابیم:

$$U_F = \left(\frac{2E_F}{m^*}\right)^{1/2} \cong \left(\frac{2 \times 5 \times 1/6 \times 10^{-19}}{9 \times 10^{-31}}\right)^{1/2} \cong 10^6 \text{ m.s}^{-1}$$

که در حدود یک صدم سرعت نور است. بنابراین الکترون ها در FS خیلی سریع حرکت می کنند. علاوه بر آن سرعت فرمی مانند سطح فرمی مستقل از دما است.

سطح فرمی در بخش (۵-۱۲) که بر هم کنش الکترون ها با شبکه ی مورد نظر قرار می گیرد، با تفصیل بیشتری مورد بحث قرار می گیرد. در آن جا خواهیم دید که FS ممکن است از شکل کروی ساده که در این جا بررسی می شود تغییر شکل یابد. این تغییر شکل توسط بر هم کنش الکترون - شبکه ایجاد می گردد. فعلاً مدل الکترون آزاد و سطح فرمی منظور ما را برآورده می کند.

## رسانایی حرارتی در فلزات

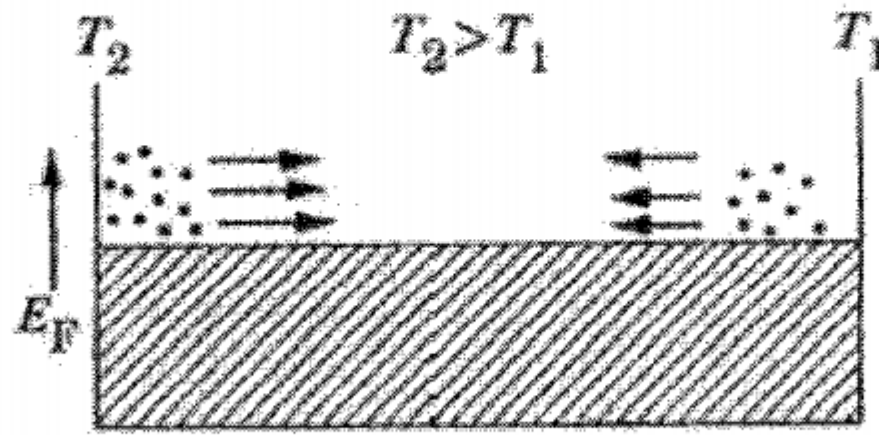
اگر دو انتهای یک سیم فلزی را در دماهای متفاوتی قرار دهیم، گرما از طرف گرمتر به طرف سردتر جریان می یابد (بخش ۹-۳ در مورد رسانایی حرارتی در نارساناها را ملاحظه نمایید) مبنای آزمایش چنین است که جریان حرارتی  $Q$  برابر است با مقدار انرژی حرارتی موجود در واحد زمان و متناسب است با گرادیان دمایی:

$$Q = -K \frac{dT}{dx}$$

که  $K$  رسانایی حرارتی است. در نارساناها گرما تماماً توسط فونون ها انتقال می یابد ولی در فلزات هم فونون ها و هم الکترون ها گرما را انتقال می دهند. بنابراین رسانایی  $K$  مساوی مجموع دو سهم الکترون و فوتون است؛

$$K = K_e + K_{ph}$$

که  $K_e$  و  $K_{ph}$  به ترتیب مربوط به الکترون و فوتون می‌باشند. در اغلب فلزات به دلیل این که چگالی الکترونی زیاد است سهم رسانائی الکترونی از رسانائی فوتونی بیشتر است و نوعاً  $K_{ph} \cong 10^{-2} K_e$  بدین ترتیب می‌توان در این بخش از رسانائی فونون‌ها صرف نظر کرد.



شکل ۹-۴ اساس فیزیکی رسانائی حرارتی. الکترون‌ها پر انرژی از سمت چپ به سمت راست حرکت می‌کنند و با خود انرژی حمل می‌کنند.

فرآیند فیزیکی که تحت آن رسانائی حرارتی توسط الکترون ها صورت می گیرد در شکل ۹-۴ نشان داده شده است. الکترون های انتهای گرم نمونه (در سمت چپ) در تمام جهات حرکت می کند ولی کسر معینی از آن ها به سمت راست حرکت می کنند و حامل انرژی هستند که آن را به سمت انتهای سرد نمونه منتقل می کنند. به طور مشابه کسر معینی از الکترون ها از انتهای سرد (در سمت راست) به سمت چپ حرکت می کنند و مقداری انرژی به انتهای گرم نمونه حمل می کنند. الکترون هائی که در دو جهت مخالف حرکت می کنند به لحاظ تعداد برابرند ولی چون الکترون هائی که از انتهای گرم نمونه می آیند به طور متوسط، انرژی بیش تری نسبت به الکترون هائی که از انتهای سرد نمونه می آیند دارند، انرژی خالصی به طرف راست منتقل می گردد و نتیجه ی آن انتقال گرما است.



تقریباً تمام گرما توسط الکترون هائی انتقال می یابد که نزدیک سطح فرمی اند. زیرا آن هائی که انرژی شان خیلی پائین تر از این سطح است سهم یکدیگر را خنثی می کنند. یک بار دیگر ملاحظه می شود که الکترون ها در سطح فرمی نقش اول را در پدیده های ترابری ایفا می کنند.

### عدد لورنتس

$$L = K / \sigma T = \frac{1}{3} \left( \frac{\pi k}{e} \right)^2 \quad (4-37)$$

L عدد لورنتس نامیده می شود و به دلیل این که فقط به ثابت های جهانی k و e بستگی دارد باید برای تمام فلزات مقدار یکسانی داشته باشد. مقدار عددی آن  $5/8 \times 10^{-9} \text{ cal - ohm / s}^2$  است. این نتیجه پیشنهاد می کند که رسانائی های الکتریکی و حرارتی همان گونه که انتظار می رود باهم رابطه ی نزدیکی دارند، زیرا جریان های حرارتی و الکتریکی هر دو توسط یک عامل یعنی الکترون ها حمل می شوند.