

بنام خداوند جان و



University of Sistan and Baluchestan

عنوان درس: کانه آرایبی
گروه: مهندسی معدن

علیرضا دوچشمه گرگیچ
نیمسال اول ۴۰۰-۴۰۱



University of Sistan and Baluchestan

تأثیر مقدار نمونه بر خطای حاصله از نمونه برداری

○ نتایج حاصله از برنامه کامپیوتری نمونه برداری از یک کانه فرضی که ۵۰٪ آن کانی با ارزش و ۵۰٪ آن گانگ است (در هر مرحله ۱۰۰ بار نمونه گیری شده است)، در جدول زیر خلاصه شده است که با توجه به آن دیده می شود با افزایش وزن نمونه، مقدار خطا کاهش می یابد.

جدول ۳-۱- نتایج حاصل از برنامه کامپیوتری نمونه برداری از یک کانه فرضی (۵۰٪ کانی با ارزش و ۵۰٪ گانگ)

وزن نمونه (گرم)	متوسط عیار (%)	تعداد عیارها در بین ۵٪	حداکثر خطا (%)
۱۰	۴۶/۷	۱۴	۸۸/۵۵
۱۰۰	۴۹/۷	۲۴	۴۵/۶۰
۵۰۰	۵۰/۳۵	۳۷	۱۸/۳۷
۳۵۰۰	۴۹/۸۲	۹۳	۷/۰۹
۱۰۰۰۰	۴۹/۹۷	۹۹	۵/۰۱



محاسبه حداقل مقدار نمونه مورد نیاز (فرمول جی) (Gy's Equation)

$$\frac{ML}{L-M} = \frac{Cd^3}{R^2}$$

M : کمترین مقدار نمونه مورد نیاز (g)

L : وزن موادی است که بایستی نمونه‌گیری شود (g)

C : ثابت نمونه‌گیری (g/cm^3)

d : اندازه بزرگترین ذره‌ای که قرار است نمونه‌گیری شود (cm)

R : نشان‌دهنده خطای نمونه‌گیری است (انحراف معیار نسبی)

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \frac{ML}{L-M} = \frac{ML}{L\left(1 - \frac{M}{L}\right)} = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{M}{1 - \frac{M}{L}} = M$$

بنابراین:

$$M = \frac{Cd^3}{R^2}$$





عیار اندازه‌گیری شده ماده معدنی در دسته‌های مختلف طبقه‌بندی شده و در جدول آورده شده است. این مقادیر برای رسم توزیع فراوانی عیارها بکار می‌رود.

عیار	تکرار	تکرار نسبی
۲۰-۲۲	۱	۰/۰۱
۲۲-۲۴	۵	۰/۰۵
۲۴-۲۶	۹	۰/۰۹
۲۶-۲۸	۱۶	۰/۱۶
۲۸-۳۰	۱۹	۰/۱۹
۳۰-۳۲	۲۰	۰/۲۰
۳۲-۳۴	۲۵	۰/۲۵
۳۴-۳۶	۵	۰/۰۵
مجموع	۱۰۰	۱/۰۰

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

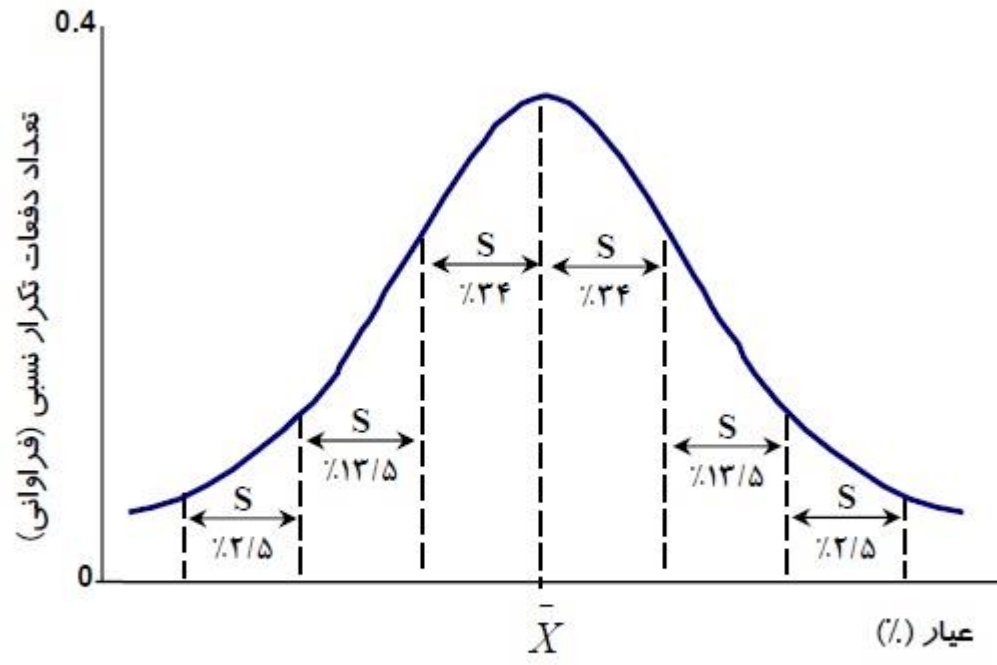
\bar{X} : عیار متوسط

S : انحراف معیار

مثلاً برای پیدا کردن \bar{X} در مثال بالا، میانگین هر ردیف عیار در تکرار ضرب شده و مجموع آنها بر کل تکرارها تقسیم می‌شود.



انحراف معیار (Standard Deviation; S)



نمودار فراوانی عیار



سطح اطمینان	عیار (%)
%۶۸	28.9 ± 0.3 $28.6 < X < 29.2$
%۹۵	$28.9 \pm 2 \times 0.3$ $28.3 < X < 29.5$
%۹۹	$28.9 \pm 3 \times 0.3$ $28.0 < X < 29.8$

اگر: عیار متوسط = 28.9

انحراف معیار (S) = 0.3

حد اطمینان %۶۸ \Rightarrow ۶۸ دفعه از ۱۰۰ بار اندازه گیری $\Rightarrow X = \bar{X} \pm S$

حد اطمینان %۹۵ \Rightarrow ۹۵ دفعه از ۱۰۰ بار اندازه گیری $\Rightarrow X = \bar{X} \pm 2S$

حد اطمینان %۹۹ \Rightarrow ۹۹ دفعه از ۱۰۰ بار اندازه گیری $\Rightarrow X = \bar{X} \pm 3S$

$$R = \frac{S}{\bar{X}}$$

$$R = \frac{0.3}{28.9}$$





انحراف معیار نسبی (R) را برای سنگ معدنی حاوی مس با عیار $1/9$ تا 2% در سطح اطمینان 95% محاسبه کنید.

$$4S = 2 - 1.9 = 0.1 \Rightarrow S = \frac{0.1}{4} = 0.025$$

$$\bar{X} = \frac{1.9 + 2}{2} = 1.95$$

$$R = \frac{S}{\bar{X}} = \frac{0.025}{1.95} = 0.013$$



ثابت نمونه‌گیری (Sampling Constant; C)

$$C = fglm$$

f : فاکتور شکل ذرات، معمولاً عدد ۰/۵ به آن تخصیص داده می‌شود.

جدول ۳-۲- مقادیر فاکتور شکل ذرات در فرمول ثابت نمونه‌گیری

شکل ذرات	کروی	شبه کروی (دایره‌ای)	چهارگوش	دراز	ورقه‌ای
فاکتور f	۱	۰/۸	۰/۷	۰/۶	۰/۵

g : فاکتور دامنه دانه‌بندی. اگر ۹۵٪ وزنی نمونه شامل ذرات زیر d سانتیمتر و ۹۵٪ وزنی نمونه شامل ذرات درشت‌تر از d' سانتیمتر باشد، مقادیر g بصورت جدول ۳-۳ می‌باشد.



جدول ۳-۳- مقادیر فاکتور دامنه دانه‌بندی در فرمول ثابت نمونه‌گیری

مقدار g	دامنه دانه‌بندی
۰/۲۵	$\frac{d}{d'} > 4$ وسیع
۰/۵	$2 \leq \frac{d}{d'} \leq 4$ معمولی
۰/۷۵	$\frac{d}{d'} < 2$ کم
۱	$\frac{d}{d'} = 1$ تک دانه‌ای



$$l = \left(\frac{\ell}{d} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$m = \frac{1-a}{a} [(1-a)\gamma + at]$$

l : فاکتور آزادی، ℓ : اندازه‌ای که در آن کانی با ارزش آزاد است.

m : فاکتور ترکیب کانی‌شناسی (وزن نمونه بازاء حجم کانی با ارزش) (g/cm^3)

γ : وزن مخصوص کانه با ارزش (g/cm^3)

t : وزن مخصوص گانگ (g/cm^3)

a : کسری از مواد که شامل کانی با ارزش است





یک کارخانه فرآوری سرب با عیار ۰.۵٪ سرب، قرار است با دقت $\pm 1/0.1\%$ (۹۵ دفعه از ۱۰۰) نمونه برداری شود. گالن از گانگ کوارتز در اندازه $150 \mu m$ آزاد می شود. برای دو حالت زیر حداقل مقدار نمونه چقدر باید باشد؟

- (۱) وقتی ذرات $25mm$ هستند.
- (۲) وقتی ذرات $0.15mm$ هستند.



$$2S=0.1 \Rightarrow S=0.05$$

$$R = \frac{0.05}{5} \Rightarrow R = 0.01$$

$$l = \left(\frac{\ell}{d}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{0.015}{2.5}\right)^{\frac{1}{2}} = 0.077$$

	PbS	Pb
Pb وزن اتمی = 207	239	207
S وزن اتمی = 32		
	<i>a</i>	0.05 \Rightarrow <i>a</i> = 0.058

$$\gamma = 7.5 \text{ g/cm}^3, t = 2.65 \text{ g/cm}^3 \Rightarrow m = \frac{1-0.058}{0.058} [(1-0.058)7.5 + 0.058 \times 2.65] \Rightarrow m = 117.2 \text{ g/cm}^3$$

اگر فرض شود که کوچکترین اندازه ذره ۱۵۰ میکرون باشد:

$$d/d' = 25/0.15 = 166.7 \Rightarrow g = 0.25$$

$$C = fglm \Rightarrow C = 0.5 \times 0.25 \times 0.077 \times 117.2 = 1.13 \text{ g/cm}^3$$

$$M = \frac{Cd^3}{R^2} = 1.13 \times \frac{(2.5)^3}{(0.01)^2} \Rightarrow M = 176.56 \text{ kg}$$



حالت ۲

$$d/d' = 0.15/0.05 = 3 \Rightarrow g = 0.5$$

$$l = \left(\frac{\ell}{d}\right)^{1/2} = \left(\frac{0.015}{0.015}\right)^{1/2} = 1$$

$$C = 0.5 \times 0.5 \times 1 \times 117.2 = 29.45 \text{ g/cm}^3$$

$$M = 29.45 \times \frac{(0.015)^3}{(0.01)^2} \Rightarrow M = 1\text{g}$$

اگر فرض شود که کوچکترین اندازه ذره ۵۰ میکرون باشد:



حداقل نمونه لازم برای کانه‌ای با عیار ۱٪ مس در صورتی که بزرگترین دانه کالکوپیریت $300\ \mu\text{m}$ باشد با انحراف معیار نسبی ۵٪ مس چه مقدار است؟ (بزرگترین اندازه ذره $1/5\text{cm}$ است)

👉 حل:

$$\text{دانسیتة کالکوپیریت} = 4.5\ \text{g/cm}^3$$

بنابراین برای ۱٪ کالکوپیریت:

$$m' = \frac{4.5}{0.01} = 450\ \text{g/cm}^3$$

۱٪ مس برابر با ۲/۹٪ کانی کالکوپیریت (CuFeS_2) می‌باشد.

$$m = \frac{450}{2.9} = 155.2\ \text{g/cm}^3$$

$$l = \left(\frac{0.3\text{mm}}{15\text{mm}} \right)^{1/2} = 0.14$$

$$\frac{d}{d'} = \frac{15}{0.3} = 50 > 4 \Rightarrow g = 0.25$$

$$M = \frac{155.2 \times 0.14 \times 0.5 \times 0.25 \times (1.5)^3}{(0.05)^2} = 3666.6\ \text{g}$$



۳-۲-۵- حداقل نمونه لازم برای آنالیز سرندي

○ فاکتور ترکیب کانی شناسی برای d_{95} در نظر گرفته می شود.

$$m = \frac{b}{0.05}$$

$$M = \frac{20 bfgd^3}{R^2}$$

b : دانسیته سنگ معدن

g : فاکتور دانه بندی ۱ فرض می شود.





حداقل نمونه لازم برای آنالیز سرنندی خوراک آسیا ($d_{95} = 1.5 \text{ cm}$) با انحراف معیار نسبی ۵٪ چه مقدار باید باشد؟ (دانسیته سنگ 2.8 g/cm^3 در نظر گرفته می شود)

👉 حل:

$$M = \frac{20 \times 2.8 \times 0.5 \times 1 \times (1.5)^3}{(0.05)^2} = 37800 \text{ g} \approx 38 \text{ kg}$$





University of Sistan and Baluchestan